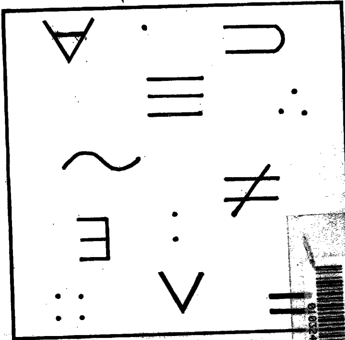
نظـريات

المنطق الرمـزى

"بحث فى الحساب التحليلى والمصطلح"

تأليف

دكتور محمد محمد قاسم



دار المعرفة الجامعية

٤٠ ش سوتير - الأزاريطة - ت ٤٨٣٠١٦٣

٣٨٧ ش قنال السويس - الشاطبى - ت ٥٩٧٣١٤٦

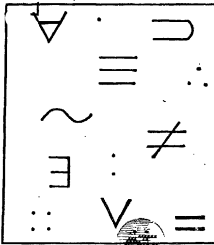
نظريات

المنطق الرمزي

"بحث في الحساب التحليلي والمصطلح"

تأليف

دكتور محمد محمد قاسم



دار المعرفة الجامعية

٤٨٣٠١٦٣

٣٨٧ ش قنال السويس - الشاطبي - ت ٥٩٧٣١٤٦

بسم الله الرحمن الرحيم

إهـــداء

إلى إبنَيّ :

أحمـد

و

محمود

محتويات الكتاب

مقدمــــة

تؤلف الكتابة فى منطق بين مشاعر متباينة لمن يقدم عليها ؛ فالالمام بقواعد تحصيل اليقين ، والقدرة على تمييز صحيح الفكر من فاسده ، غايات ترنو إليها العقول وتأخذ بالألباب إلا أن هذه الغايات تواكبها صعوبات جمة تواجه الباحث فى المنطق ، منها : محاولة انتقاء طريقة ثابتة فى التدوين الرمزى وتفضيلها عن بقية الطرق . بالاضافة إلى ضرورة الالمام بالفروق الدقيقة بين المنطق القديم ــ بشقيه الأرسطى والتقليدى ــ والمنطق الحديث ، دون تحمس لرأى أو تبنى لبعض الشبهات .

وعندما أقبلت على كتابة هذا البحث المنطقى ــ ويدور حول الحساب التحليلى لنظريات المنطق الرمزى ــ كنت مقتنعاً إلى حد كبير بأن هناك دراسات فى المكتبة العربية تتبعت نشأة هذه النظريات وأقامت تأصيلاً تاريخياً لها ، مما كفل لى الانصراف إلى الكتابة فى النظريات وحسابها دون النظر إلى وراء إلا كلما دعت إلى ذلك حاجة .

احتوى هذا البحث على عشرة فصول وثبت موسع بالمصطلحات المنطقية . ونهدف من ورائه إلى تحقيق عدة غايات :

- محاولة اقتراح وتبنى أسلوب عربى خالص فى كتابة دالات الصدق والبراهين ، بحيث يبدو الجهاز الرمزى المستخدم فى هذا البحث أقرب الأساليب المقترحة إلى سياق وأسلوب اللغة العربية . وقد استغرق تحقيق هذه الغاية فصول البحث بأكملها .
- بيان القدر الذى تتمتع به كل نظرية من الاتساق الداخلى ، والذى يبدو جلياً من رصيد النظرية من الصيغ التحليلية والمبرهنات ، والقضايا الأساسية والقضايا المشتقة . وقد استخدمنا أكثر من طريقة لاثبات صدق نماذج من هذه الصيغ من بينها : قوائم الصدق ، والبرهنة الموجزة ، والبرهان الرياضى ونحقق لنا ذلك فى الفصول الرابع والسادس والسابع والتاسع والعاشر

— عرض فكرة النسق الاستنباطي — احدى خصائص المنطق الرمزي — باسهاب ، وذلك بمحاولة تأصيل الفكرة من « أرسطو » حتى « فريجه » ، ثم عرضها أيضاً في النظريات الأربعة ، مع التعويل على بيان أركانها بإسهاب في نظرية حساب القضايا ؛ لأن هذه النظرية تشكل الأساس المنطقي لبقية النظريات . وقد تم لنا ذلك في الفصول الخامس والسادس والسابع والتاسع .

— توسيع نطاق المقارنة بين المنطقين القديم (الأرسطي والتقليدي) والحديث بنظرياته الأربعة بحيث تشمل المقارنة بالاضافة إلى التمييز السائد بين القضايا الكلية والجزئية ، موضوعات أخرى مثل : قواعد التقابل بين القضايا ، وبيان ما أصبح فاسداً من هذه القواعد ، وما ظل صحيحاً . إعادة تصنيف ضروب القياس التقليدي وبيان المنتج بينها من الفاسد في ضوء مفاهيم نظرية حساب دالات القضايا . وإعادة تصنيف نفس الضروب في ضوء مفاهيم نظرية حساب الفئات . وقد عقدنا تلك المقارنات ورصدنا نتائجها في الفصول السابع والثامن والتاسع .

— البرهنة على نماذج من القياس الشرطي بكافة أنواعه ، واثبات أن بعض هذه الأقيسة يظل منتجاً بعد صياغته بالمصطلح الرمزي لحساب القضايا ، بينما تستبعد بعض الأقيسة الأخرى لأنها أصبحت غير منتجة من وجهة نظر المنطق الحديث . وقد تناولنا هذا الموضوع في الفصل الثالث .

— محاولة وضع نواة متواضعة لمعجم منطقي باللغة العربية ، جاءت في نهاية البحث ، وهي محاولة قابلة للتعديل والتطوير ، ومن أعز آمالي أن أتلقى تصويبات لها ولبقية أجزاء هذا البحث من أهل التخصص .

أتوجه بالشكر للمولى سبحانه على عظيم فضله ونعمه ، وأذكر بالعرفان كل من قدم لي العون من أساتذتي ومنهم المرحوم الأستاذ الدكتور عزمي إسلام والأستاذ الدكتور على عبد المعطي محمد والأستاذ الدكتور محمود زيدان . وأشكر أخي وصديقي ناجي شكري مؤمن ، كما أشكر رفيقتي وزوجتي دكتورة فادية فؤاد ، فقد غمرني هذا الجمع الطيب بكل مشاعر الود والمحبة .

وثمة شكر واجب للسيد /صابر عبد الكريم مدير دار المعرفة الجامعية ، وشكر خاص للمهندس /نبيل رشدى مدير مركز الدلتا للجمع التصويرى على ما أسهما به من جهد سخى فى العمل على نشر هذا البحث .

والله ولى التوفيق ؟

محمد محمد قاسم

الاسكندرية 1990/3/17

الفصـــل الأول

المنطق الرمزى

« موضوعه وخصائصه »

« لا يوثق بعلمه من لم يدرس المنطق »
الإمام الغزالى

الفصل الأول

المنطق الرمزى
موضوعه وخصائصه

أولا : ما المنطق ؟

يعنى المنطق بدراسة مبادىء ومناهج الاستدلال السليم ، ويهدف إلى تمييز الصواب عن الخطأ فيما نقيم من استدلالات . وينشأ عن ذلك أن تنمى دراسة المنطق القدرة الاستدلالية لدى المرء من خلال تعلمه واستخدامه عدة صور — غاية فى اليسر — للاستدلال المنطقى السليم متجنبا الوقوع فى الأخطاء المنطقية الشائعة . ومع تقدمنا فى دراسة المنطق يمكننا اقامة سلسلة ممتدة من الاستدلالات أكثر تركيبا . الا أن ماينبغى الاشارة اليه منذ البداية هو أننا لانتوقف فى دراستنا للمنطق عند الميزات العملية لتعلم كيف نقيم استدلالا ، وانما ينصب اهتمام المنطقى على صورة الاستدلال بالدرجة الأولى .

يبحث المنطقى عن المقصود بالصحة والفساد فى الاستدلالات ، كما يبحث الأسس التى نقوّم بها البراهين . ولما كان الاستدلال هو اشتقاق قضية تسمى « النتيجة » من قضية أخرى أو من عدة قضايا تسمى « مقدمات » ، بمعنى أن مقدمات الاستدلال تستلزم النتيجة ، فان صحة برهان ما تتعلق بالنظر فى طبيعة وقوة الارتباط بين المقدمات والنتيجة ، ولا تعتمد على صدق المقدمات أو كذبها ، بل يظل هذا الارتباط قويا للغاية حتى لو جاءت المقدمات والنتيجة اللازمة عنها كاذبات معا . قد تهتم علوم بعينها بمدى صدق أو كذب القضايا الجزئية (المقدمات) ومثال ذلك أن يهتم علماء علم الحياة بصدق القضايا المعبرة عن نشاط الكائنات الحية ، بينما يعنى المنطق ورجاله بدراسة العلاقة بين المقدمات والنتائج فقط .

ويُعد البرهان الاستنباطى المنتج أكثر أنواع البراهين صرامة من الناحية المنطقية ، واكثرها تعبيرا عن طبيعة الاستدلال المنطقى السليم ، فمن المستحيل تماما أن تكون مقدمات استدلال استنباطى صادقة جميعا وتؤدى الى نتيجة كاذبة ، ونعبر عن ذلك منطقيا بقولنا : يلزم عن صدق المقدمات صدق النتيجة . أما البرهان الاستنباطى الفاسد فهو مايتم الانتقال فيه من مقدمات صادقة الى نتيجة كاذبة . يوجد نوعان اذن من البراهين الاستنباطية : منتج وفاسد ، يعنى المنطقى فيهما بالصحة الصورية بالدرجة الأولى . أما الاستدلال الاستقرائى فيوجد فى مقابل الاستدلال الاستنباطى ، ولايلزم فيه عن صدق المقدمات صدق النتيجة صدقا مطلقا حيث أن العلاقة الدالية بين المقدمات والنتيجة فى الاستقراء ليست بنفس قوة ذات العلاقة فى الاستنباط .

ثانيا : منطق أرسطو :

مما لاشك فيه أن الانسان منذ عهد بعيد قبل « أرسطو » قد أقام استدلالات وراح ينظر فى استدلالات الآخرين ، الا أن الفضل يعود لأرسطو فى صوغ قواعد لهذه الاستدلالات صياغة على جانب واضح من الدقة . وعندما جمع تلاميذ « أرسطو » كتاباته بعد وفاته عام 322 (ق . م) فانهم صنفوا أبحاثه عن الاستدلال فى مجلد واحد أسموه « أورجانون » Organon أو أداة العلم . ولم تكتسب كلمة منطق Logic معناها الحديث الا بعد خمسمائة عام من وفاة « أرسطو » عندما استخدمها « الاسكندر الافروديسى » فى الاشارة الى نفس المباحث التى اقترحها « أرسطو » فى التحليلات الأولى والثانية والطوبيقا . (1)

واكتسب التراث المنطقى الأرسطى سمعة علمية وتاريخية طيبة . وكانت نظريته فى القياس أوسع نظرياته المنطقية ذيوعا ، وقبل أن نتحدث عن القياس لديه يمكن الاشارة الى نتاجه المنطقى الذى يشمل أربع نظريات .

(1) Kneale W.& M., The Development of Logic, PP. 23-25

- **نظرية التقابل بين القضايا** : وتعنى ببيان وجوه التقابل بين القضايا الحملية التقليدية والتى تتم على أربعة أنحاء : تقابل التناقض ، والتضاد ، والتداخل ، والدخول تحت التضاد ، مع وضع قواعد الحكم بالصدق أو الكذب على كل قضية منها فى حالتى افتراض صدق أو كذب قضية تقابلها .
- **نظرية الاستدلال المباشر** : وننتقل فيها من الحكم على قضية الى الحكم على قضية أخرى مختلفة معها فى الموضوع وحده أو فى المحمول وحده أو تختلف معها فى الاثنين معا . وذلك بدراسة العكس بأنواعه ، ونقض المحمول ، وعكس النقيض ، فى ضوء الإلمام بقواعد تيسر لنا الانتقال من حكم بالصدق أو بالكذب على قضية ما الى الحكم على قضية أخرى معكوسة أو منقوض محمولها ... الخ .
- **نظرية القياس** : القياس صورة طيبة للاستدلالات غير المباشرة عند « أرسطو » ، ونتوصل فيه إلى نتيجة من حكم بين أيدينا ، بتوسط حد ثالث ، بناء على أن مانحكم به على الشيء انما نحكم به على أجزائه ، وأن مايسلب عن شيء يسلب عن أجزائه . وتعنى نظرية القياس بقواعد التوصل الى نتيجة صحيحة ان وضعنا مقدمتين على نحو معين . وسوف نولى هذه النظرية اهتماما أكثر فى فقرات قادمة .
- **نظرية رد الأقيسة** : ويقصد بها البرهان على صدق قياس من بقية أشكال القياس برده الى أحد ضروب الشكل الأول ، وتتم عمليات الرد على صورتين : مباشرة وغير مباشرة .

خلف لنا « أرسطو » نظرية فى القياس ظلت موضع تقويم منذ وضعها حتى اليوم بين قبول ورفض ، وقبل أن نناقش هذا التقويم نعرض فى عجالة لأهم ملامح وسمات هذه النظرية .

صاغ « أرسطو » الأقيسة بطريقة صورية بحيث تتكون من بعض المتغيرات المرتبة على نحو معين بالاضافة إلى ماعرفه من ثوابت منطقية ، ولم تكن صورة القياس لديه مماثلة لما نعهده فى كتب المنطق الآن لقياس يتكون من مقدمات ذات حدود متعينة ، فلم يستخدم هذا النوع من الحدود الا للتمثيل على الأقيسة الفاسدة فقط . [2] وانما صاغ « أرسطو » الأقيسة من الحروف الدالة على المتغيرات ، وبحيث يأتى المحمول دائما قبل الموضوع ، فنقول فى القضية الكلية الموجبة « أ محمول على ب » وليس ماهو شائع بيننا « كل ب هو أ » . فان ضربنا مثلا على ذلك بالضرب الأول من الشكل الأول Barbara كانت صورة القياس كما يراها أرسطو : [3]

اذا كان أ	محمولا على كل ب
وكان ب	محمولا على كل حـ
فان أ	محمول على كل حـ

وقد جاءت رؤية « أرسطو » للقضايا بمثابة تمهيد الطريق نحو نظريته فى القياس . يعرف « أرسطو » القياس فى بداية **التحليلات الأولى** بأنه « كل قول قدم له بمقدمات فلزم عنها بالضرورة شيء غير تلك المقدمات » . [4] فما طبيعة هذه المقدمات أو القضايا ؟

يتكون كل قياس من ثلاث قضايا ، مقدمتين ونتيجة ، وكل قضية منها جملة تثبت شيئا لشيء أو تنفى شيئا عن شيء ، وتنحل كل قضية الى عنصرين أو حدين هما الموضوع والمحمول . وبينما اهتم « أرسطو » فى نسقه المنطقى بتقسيم القضايا الى كلية وجزئية ومهملة فانه قصر استخدامه لها على القضايا الكلية والجزئية ، ولم يول القضايا المهملة أهمية تذكر . ولم يتلفت فيما يتعلق بالحدود الى الحدود الجزئية أو الفارغة ، بل اهتم بالحدود الكلية وحدها . ومن ثم اكتفى المنطق التقليدى فيما نقله عن « أرسطو » بالقضايا أو المقدمات الأربعة : الكلية الموجبة والكلية السالبة والجزئية الموجبة والجزئية السالبة .

2 ــ لوكاشيفتش : نظرية القياس الأرسطية ، ترجمة عبد الحميد صبرة ، ص 20

3 ــ نفس المصدر : ص 15

4- Kneale, Op. cit., P. 67.

وقد شاع بين الفلاسفة أن « أرسطو » أهمل استخدام الحد الجزئي لأنه قد أقام نسقه المنطقي متأثرا بفلسفة « أفلاطون » الذي اعتقد بأن موضوع المعرفة الحقة ينبغي أن يكون ثابتا وكليا لا جزئيا . ويعارض « لوكاشيفتش » هذا التفسير ويرى أن انتقاء « أرسطو » لحد الكلي يعود الى نقطة جوهرية تميز القياس الأرسطي هي أنه يجوز للحد الواحد فيه أن يكون موضوعا ومحمولا دون أي قيد ولايصلح لهذه المهمة سوى الحد الكلي ، وبيان ذلك النظر الى الحد الأوسط من حيث طبيعته ودوره . ويؤكد « أرسطو » أن الحد الجزئي لايصلح أن يكون محمولا في قضية صادقة . (5)

وكما أشرنا يحمد لأرسطو استخدامه الحروف كمتغيرات للتعبير عن الحدود في الأقيسة ، حيث أن استخدام المتغيرات في علم من العلوم يضفي على عملياته مزيدا من الدقة الصورية ، وكانت تلك غاية « لأرسطو » تعكسها طبيعة الاستدلال الصوري لديه ؛ فالنتيجة لاتلزم عن مادة المقدمتين بل تلزم عن صورتيهما واجتماعهما . وقد صاغ « أرسطو » القياس في صورة رمزية بحيث يأتي في صورة قضية شرطية متصلة ، تعبر المقدمتان مرتبطتين بواو العطف عن المقدم وتعبر النتيجة عن التالي . (6) من الثوابت التي قال بها « أرسطو » : « واو العطف » و « إذاً » التي تسبق النتيجة ، و « ينتمي الى كل » و « ينتمي الى لا واحد » و « ينتمي الى بعض » و « لاينتمي الى بعض » ، وتمثل هذه الثوابت علاقات بين حدود كلية تكون القضايا الحملية الأربع التي قامت عليها نظرية القياس الأرسطية . (7)

وكل الأقيسة التي صاغها « أرسطو » قضايا لزومية ، صورتها العامة :

[اذا كان (ق) و (ل) ، فان (م)]

والقضية العطفية المركبة من المقدمتين (ق ، ل) هي المقدم ، والنتيجة (ل) هي التالي .

5 ــ لوكاشيفتش : المرجع السابق ، ص 18 : 20

6 ــ محمود زيدان : المنطق الرمزي ، ص 26

7 ــ لوكاشيفتش : المرجع السابق ، ص 27

يبقى أن نشير فى هذه العجالة إلى أن القياس الأرسطى اختلف عن القياس التقليدى فى أن الأخير ليس قضية لزومية كالأول ، وانما هو مجموعة قضايا انتقلت العلاقة بينها من الصورة اللزومية الى الصورة الاستنتاجية ، حيث جرت العادة بكتابة المقدمتين فى سطرين مختلفين دون رابطة بينهما ثم وضع كلمة « اذن » سابقة على النتيجة . يرى « لوكاشيفتش » ضرورة التمييز بين القياس الأرسطى والقياس التقليدى لأن من لايميز بينهما هو إما جاهل بالمنطق أو أنه لم يطلع قط على النص اليونانى للأورجانون . (8) .

ثالثا : تقويم منطق أرسطو :

اختلف المناطقة فى تقويم منطق أرسطو ، وانقسموا بهذا الصدد إلى ثلاثة مواقف : تأييد تام فى جانب ، أو قبول له مع تطويره كحل وسط ، أو رفض تام له فى جانب مقابل. يتحمس أصحاب الموقف الأول لأرسطو ومنطقه الى حد تصور أن المنطق قد بلغ على يديه حد الكمال ، وأن صورته ومباحثه كما تركها لنا تشكل الأساس لكل طالب علم ولكل باحث مدقق ، ولم يعد هناك مجال اضافة أو زيادة لمستزيد . يقول « كانط » فى هذا المعنى « إن المنطق لم يتمكن من التقدم خطوة واحدة منذ أرسطو ، وبذلك يبدو أنه علم مكتمل » . (9) ويقول « بروشار » أيضا : « ان المنطق علم جاهز ، ويمكننا التأكيد بدون خوف أن عصر الابتكارات قد إنسد فى وجه المنطق » .(10) وفى رأينا فان هذا الموقف يصعب تبريره وقبوله ونرى أنه يخالف طبيعة نمو المعرفة وتطورها .

ينظر أصحاب الموقف الثانى الى موقف أرسطو فى اطار العصر الذى نشأ فيه والحاجات العقلية التى جاء تلبية لها ، وميز أصحاب هذا الرأى بين منطق أرسطو والمنطق التقليدى ، وذهب هؤلاء إلى أنه يمكن اصلاح المنطق القديم

8 — نفس المرجع : ص 37

9 — محمد ثابت الفندى : أصول المنطق الرياضى ، ص 18-19

10 — بلانش : المنطق وتاريخه ، ص 9

بنوعيه ــ أرسطيا وتقليديا ــ على نحو يتسق ونتائج الفكر الحديث والمعاصر . ويمثل هذا الاتجاه « يان لوكاشيفتش » قائلا « إن نظرية القياس الأرسطية نسق يفوق فى إحكامه إحكام النظريات الرياضية ذاتها ، وهذه ميزته الباقية على الزمن . ولكنه نسق ضيق ولايمكن أن ينطبق على كل أنواع الاستدلال ، كالاستدلالات الرياضية » . [11] وكم توقفت معجبا أمام هذه العبارة الدقيقة لما تحويه من رد مفحم لجمع من المناطقة والفلاسفة راحو يوجهون التهم لمنطق أرسطو ويعتبرونه مسئوولا عن كل ثغرة كشفتها بحوث عصور تالية . يقول « لوكاشيفتش » عبارته تأييدا لنظرية القياس الأرسطية ، الا أنه يفتح باب التعديل والتطوير لمنطق أرسطو فى لغة رمزية معاصرة .

أما الموقف الثالث فيمثله هؤلاء الذين يعارضون منطق أرسطو والمنطق التقليدى معا،ويرون ضرورة وضع منطق جديد ، ومنهم « بيكون » و « رسل » و « تارسكى » و « كارناب » مع التسليم باختلافات طفيفة فيما بينهم . يقول « رسل » فى ذلك : « من أراد فى عصرنا الحاضر أن يدرس المنطق ، فوقته ضائع سدى لو قرأ لأرسطو أو لأحد تلاميذه » . [12] ويعلل « كارناب » عجز المنطق التقليدى عن أن يلعب دورا جديدا فى الفكر يتسم بثراء فى المضمون ودقة فى الصورية باعتماد هذا المنطق على النظام المدرسى الأرسطى .

ومن جانبنا ــ فى مواجهة هذه المواقف المتباينة ــ فاننا لانستطيع أن نؤيد « كانط » و « بروشار » فى تأييدهما الدوجماطيقى لمنطق « أرسطو » ، كما لانستطيع أن نذهب مذهب من يرفض هذا المنطق ويقتلعه من لوحة تاريخ الفلسفة ، وانما نميل الى أن ننظر الى منطق أرسطو فى اطار العصر الذى نشأ فيه والحاجات التى كان يلبيها وقت نشأته ، ولا يتوقع عاقل من أرسطو أن يحل لنا بمنطقه كافة المشكلات التى طرأت فى عصور تالية . وعلى من ينتظر من منطق أرسطو حلا لكل المشكلات ذات الطابع المنطقى والرياضى أن يتوقع

11 ــ لوكاشيفتش : نظرية القياس الأرسطية ، ص 186

12 ــ عزمى اسلام ، أسس المنطق الرمزى ، ص 9

أيضا حلولا لمشكلات الفيزياء النووية اليوم من نظريات أرسطو فى الطبيعة . إننا نسلم فى نطاق العلم عموما بالطبيعة النامية المتطورة ، فلم لانسلم بأن منطق أرسطو كان بداية طيبة أجرينا عليها تعديلات تلو أخرى حتى توصلنا إلى الصورة التى عليها المنطق الرمزى اليوم . فالمنطق الرمزى ليس منطقا مخالفا لمنطق أرسطو ؛ ذلك أنهما يشكلان معا المنطق الصورى Formal Logic ، والاختلاف بينهما اختلاف فى درجة الصورية وليس فى نوعها . ومن ثم لن يخلو فصل قادم من هذا الكتاب من مقارنة هنا وهناك أو متابعة لتطور فكرة أو تعديلها بين ماكان عليه المنطق الصورى فى مراحله المبكرة وماهو عليه الآن .

رابعا : المنطق الرمزى : Symbolic Logic

أو المنطق الرياضى .Mathematical L ، أو اللوجستيقا Logistic أو المنطق الحديث .Modern Lo . اسم يطلق على عملية تناول المنطق الصورى بلغة رمزية دقيقة أو حساب منطقى يأخذ شكلا بعينه ، بهدف تجنب الوقوع فيما ينتج عن استخدام اللغة العادية من غموض والتباس . (13) ولايميز المنطق الرمزى عن المنطق التقليدى والمنطق القديم مجرد تعويله على طائفة من الأساليب الرمزية والمناهج الرياضية ، بل إن مايميزه عنهما بالاضافة إلى ذلك تعاظم قوته الصورية وسعة مجال تطبيقاته . (14) بالاضافة إلى دراسة العلاقات المختلفة بين الحدود فى قضية ما ، والعلاقات المتنوعة التى تربط بين عدة قضايا ، مع وضع القواعد التى تجعل من القضايا التى يرتبط بعضها ببعض قضايا صادقة دائما . (15)

ونفضل تسمية المنطق الصورى فى صورته الحديثة بالمنطق الرمزى وذلك :

— لأنها تسمية ذائعة بين المناطقة محدثين منذ جورج بول إلى الوقت الحاضر ، واصطلاح المنطق الرياضى قد يؤدى الى التباس ناتج عن تصور

13- Runes, (ed.) Dict. of Philo.. Item Symolic Logic, by, Alonzo Church., P. 181

14- Blumberg, A.E., " Lgic, Modern." ed. in Ency. of Philos. Vol. 5, PP. 12-13

15 — محمود زيدان : المنطق الرمزى ، ص 19

أنه منطق خاص بالرياضيات وحدها ، بينما يعنى المنطق فى صورته الحديثة بالاستنباط فى صوره المختلفة بالاضافة إلى القياس .

- اصطلاح المنطق الرمزى اصطلاح محايد لأن بقية التسميات أو الاصطلاحات تشير إلى تغليب جانب على آخر أورد علم لعلم آخر ، فاصطلاح المنطق الرياضى مثلا يخالف طبيعة مايجرى من بحوث فى ميدان فلسفة الرياضيات من محاولة رد التصورات الرياضية الأساسية الى تصورات منطقية خالصة .
- يستند المنطق حاليا إلى الصحة الصورية للنسق ، واذا كان تحقق الصورية يعنى تجنب الغموض كما يعنى قلة عدد وبساطة بديهيات النسق ؛ فان صورية المنطق تماثل صورية الرياضيات ، بحيث تعبر عن الرياضيات جميعها وعن المنطق كله بلغة واحدة هى لغة المنطق الرمزى ، وبحيث تعلو اللغة الرمزية المعبرة عن الصورية كل تحمس لجعل المنطق رياضيا أو التوقف عند جعل الرياضيات منطقية . (16)

خامسا : موضوع المنطق الرمزى :

يدرس المنطق الرمزى مختلف الأشكال العامة للاستنباط (17) ، deduction والاستنباط هو أحد وجوه الاستدلال inference ، بينما يعد الاستقراء induction الوجه الآخر . يعنى الاستقراء بدراسة كل إستدلال ننتقل فيه من وقائع جزئية معينة إلى قانون كلى عام يجمعها ، بحيث يتسنى لنا إعتمادا على هذا القانون التنبؤ بحدوث واقعة مشابهة عند توافر ظروف مماثلة . بينما يهتم الاستنباط بدراسة حركة الفكر أثناء انتقاله من مقدمات إلى نتيجة لازمة عنها ، أو بدراسة « استنتاج قضية من قضية أو من مجموعة قضايا أخرى معروفة وذلك بطريقة عقلية دون الالتجاء إلى التجربة الحسية أو المقارنة بالواقع الخارجى » . (18)

16- Reichenbach, H., : Elements of Symbolic Logic, P.V.

17 — رسل : أصول الرياضيات ، الترجمة العربية ، جـ ١ ، ص 41

18 — عزمى اسلام : الاستدلال الصورى ، جـ ١ ، ص 11

موضوع المنطق الرمزى اذن هو الاستنباط ، أو الاستدلال الاستنباطى بين قضايا ، والقضية هى العبارة أو الحكم بوجود علاقة موجبة أو سالبة بين طرفين أو حدين ، بحيث تربط هذه العلاقة بينهما على نحو صادق أو كاذب ، ومن ثم لايدخل فى نطاق القضايا المستخدمة فى استنباط من هذا النوع كل جمل الاستفهام أو الأمر أو التعجب أو النهى أو النداء .[19] ولايتوقف المنطق الرمزى عند بيان كيف يتم الاستنباط أو تعيين صور الاستنباط ، وانما يدرس أيضا سبل اختبار صدق الاستدلالات وتحديد قواعد الاستنباط المنتج والسليم . وصحة الاستنباط هى عماده ، فلا قيمة لاستدلال استنباطى لاتستلزم مقدماته نتيجته لزوما منطقيا ، ولما كنا قد أشرنا فى موضع سابق الى أن صحة استدلال ما تتحدد بمعزل عن صدق أو كذب مقدماته ونتيجته ، فينبغى أن نقيم تمييزا بين صحة الاستدلال وصدق نتائجه ، انهما ليسا نفس الشيء : ليست كل الاستدلالات الصحيحة ينتج عنها نتائج صادقة

كان سوفوكليس فيلسوفا أو كان سقراط روائيا
لم يكن سوفوكليس فيلسوفا
∴ كان سقراط روائيا

وهناك استدلالات فاسدة مع وجود مقدمات صادقة ، الا أننا مع التسليم بقيمة صحة الاستدلال الاستنباطى ، نشير إلى أنه لو جاءت مقدمات الاستدلال (بصفة عامة) صادقة تماما فيجب أن تصدق النتيجة المترتبة على تلك المقدمات أيضا وهنا ينشأ الحديث عن نوع من الاستدلالات هو الاستنباط السليم Sound deduction الذى يستوفى شرطين (أ) انه استدلال صحيح Valid (ب) أنه ينشأ من مقدمات صادقة .[20] ولما كانت النتائج المنطقية لمقدمات صادقة يجب أن تكون صادقة ، فان الاستدلالات السليمة تؤدى إلى نتائج صادقة بالضرورة .

19- Copi I.M., Symbolic Logic. P. 3.

20- Blumberg, Op. cit., P. 13

ورغم هذه الاشارة الى الاستدلال السليم ، فينبغى التسليم أن المنطق وموضوعه الاستدلال الاستنباطى يحصر اهتمامه بمشكلات الصحة Validity أما مسألة الحصول على مقدمات صادقة فإنه يتركها لعلوم أخرى . وسوف ندرك قيمة هذا الاستدراك عندما نلاحظ أن المنطق الرمزى لايبحث فى العلاقات الواقعية بين الأشياء ، انما يبحث فى العلاقات المنطقية التى يمكن أن تقوم بين القضايا فليس ثمة محاولة من جانب المناطقة لتقديم اختبار مستقل يثبت صحة كل استدلال بناء على محتواه ، بل على العكس من ذلك يفهم المناطقة صحة الاستدلال على أنها صحة صورية كما يفهمون شروط الاستدلال الصحيح على أنها شروطا صورية Formal .[21]

ولكننا نكاد نكرر هنا ماقلناه فى مدخل هذا الفصل عن سمات المنطق بصفة عامة ، وأن ماقلناه عن المنطق الأرسطى والتقليدى نعيده عن المنطق الرمزى ، أليس ثمة فارق بين المنطقين ؟

المنطق الرمزى ثورة على المنطق الصورى التقليدى ، والثورة هنا لاتعنى الغاء الجديد للقديم أو هدما له ، وانما ثورة تهدف إلى التطوير وسد الثغرات التى ظهرت مع التقدم المذهل فى علوم عديدة لها صلة بالمنطق . ويمكن أن نحصر أهم الاختلافات بينهما فى هذه النقاط :

— يهدف المنطق الرمزى الى أن يكون أكثر صورية ، ومن هنا تحول عن اللغة الى الرموز ، تحول عن العلامات الصوتية الى الرموز العقلية ، واتخذ من الرياضيات — فى مرحلة من مراحل تطوره — نموذجا من حيث دقتها وصوريتها .

— لايدرس المنطق الرمزى شكلا واحد للاستنباط — الاستنباط القياسى كما كان عند أرسطو — وانما يدرس أنواعا عدة ، منها الاستنباط الرياضى ، الذى بحثه الرمزيون وحاول بعضهم أن يرد خطواته الى خطوات منطقية خالصة ، وحاول البعض الآخر اقامة المنطق على هيئة علم استنباطى بحيث

21- Klenk. V., Understanding Symbolic Logic, P. 9 & P. 12

لا تقبل قضية أو نتيجة الا اذا قام البرهان عليها استنادا الى المقدمات الأولى التى يسلم بها علم من العلوم كالجبر أو الهندسة .
ارتبط بالاستنباط القياسى عند أرسطو استخدام نوع واحد من القضايا هو القضية الحملية التى تتكون من حدّين (موضوع ومحمول) مرتبطين بعلاقة اللزوم التى قام عليها المنطق القديم والتقليدى بأسره . والقضية الحملية ليست الا نوعا واحدا من عدة أنواع يستخدمها المنطق الرمزى الذى كشف بالتالى عن مجموعة كبيرة من العلاقات ـــ تنشأ بين القضايا ـــ لها رموزها المحددة وحساباتها التحليلية الدقيقة .

وهكذا فان الحديث عن الاستنباط كموضوع للمنطق الرمزى يرتبط بالحديث عن صحة هذا الاستنباط وكيف يكون منتجا وسليما بالإضافة الى الاشارة الى القاعدة العريضة للمنطق الرمزى التى تميزه عن سابقيه : المنطق الأرسطى والمنطق التقليدى .

سادسا : خصائص المنطق الرمزى :

للمنطق الرمزى خاصتان أساسيتان : استخدام الرموز ، وأنه نسق استنباطى .

1 - استخدام الرموز :

يلجأ المناطقة لاستخدام الرموز فى التعبير عن مقدمات ونتائج مايقيمونه من استدلالات ، والرموز هنا نوع خاص يرقى على اللغة العادية ـــ رغم أنها نوع من الرموز ـــ ومايرتبط بها من أساليب بلاغية . ولكل علم رموزه الخاصة لاعداد تقاريره وصياغة نظرياته . ونستخدم الرموز فى المنطق على وتيرة الرياضيات ؛ فالرموز سهلة المراس وتحقق اقتصادا فى الزمان والمكان ، وتسمح لنا بالالمام ببنية القضية فى لمحة . كما ان استخدام الرموز يجعلنا نحيط ببراهين شديدة التركيب فيتسنى لنا الاحاطة بموضوعات المنطق فى يسر .[22]

22- Klenk, V., Op. cit., P. 13

وان كان « أرسطو » قد اقترح بعض الصيغ المختصرة ليتيسر له اقامة قياساته ، الا أن المنطق الرمزى عمل على اقتراح عديد من الأجهزة الرمزية لاضفاء مزيد من الصورية على بحوثه ، ولهذا فانه ان كان الفارق بين المنطقين مجرد فارق فى الدرجة وليس فارقا فى النوع ، الا أنه فارق عظيم وهائل .(23)

والرموز التى تستخدم فى المنطق نوعان أساسيان هما : المتغيرات Variables والثوابت Constants — المتغيرات حروف لاترمز فى ذاتها الى شىء محدد ، بل تستخدم فى الاشارة الى فئة ما أو مجموعة من الأشياء بحيث تعرف هذه الفئة بأنها « مدى » أو نطاق المتغير ، أما أعضاء الفئة ذاتها فيعبر عنها بأنهم قيم المتغير . (24)

ويرتبط فهم معنى المتغيرات فى المنطق بفهم معنى الصورة المنطقية للقضية ذلك أنه توجد صورة واحدة تجمع بعض القضايا ، بمعنى أن توجد مجموعة من القضايا تختلف فى معانيها الا أنها تتفق فى طريقة ترتيبها والعلاقة الكائنة بين حدودها ، بحيث تؤلف صنفا متميزا يأخذ صورة منطقية بعينها . ويكفى أن نضرب مثلا على ذلك بعلم العروض وهو علم خاص بتلك الأوزان التى تصاغ القصائد طبقا لها ، فنجد أن بحور الشعر محدودة العدد [الصورة] والقصائد لاحصر لها [مضمون القضايا] .

أما ان ضربنا أمثلة للصورة المنطقية فنجد منها :

القضايا الحملية مثل : « الطقس بديع » ، « القمر منير » صورتها « أ هو ب »

ونعبر عن القضايا الشرطية المتصلة مثل :

« اذا أمطرت السماء ابتلت الأرض » ، « اذا اقترب جسم من الأرض زادت سرعته نحوها». فى صورة منطقية : « اذا كانت أ هى ب ، كانت حـ هى د » .

ثم هناك صور لأقيسة وليست لقضايا منها على سبيل المثال الضرب الأول من الشكل الثانى من القياس الأرسطى Cesare

23- Copi, Symbolic Logic, P. 6

24- Runes, (Ed.,) Dictionary., item : " Variable ", P. 331, and Greenstien C. H., Dictionary of Logical Terms and Symbols, P. 176

لا   ا   هو ب
كل   حـ   هو ب
لا   حـ   هو ا

وهناك كذلك أقيسة شرطية متصلة [كالنوع الذى تنفى نتيجته المقدم] وصورته المنطقية التى تنطبق على آلاف الأقيسة رغم اختلاف مضمونها هى :

اذا كانت أ هى ب كانت حـ هى د
لكن حـ ليست د
∴ ا ليست ب

وان رمزنا لكل قضية بمتغير واحد كما يفعل حساب القضايا [وهو أحد نظريات المنطق الرمزى] ، كانت صورة القياس السابق هى :

ان كانت ق كانت ل
لكن ليس ل
∴ ليس ق

أما الثوابت وهى النوع الثانى من رموز المنطق ، فيقصد بها الاشارة الى ماهو واضح أو غير ملتبس [لا متغير] ، « بحيث يكون له معنى محدد ثابت دائما مهما تغيرت السياقات التى يرد فيها أو الصيغ التى يدخل فى تكوينها على طول النسق المنطقى الواحد » . [25] ، وتستخدم كلمة ثابت فى الرياضيات لتشير إلى عدد [ثابت أويلر] كما تستخدم فى العلوم الطبيعية لتشير إلى كمية فيزيائية [ثابت الجاذبية ، ثابت بلانك] ، أما فى المنطق فتستخدم الثوابت للتمييز بين المتغيرات الحرة والمقيدة من جهة ، كما تتعلق بكيفية ارتباط المتغيرات بالأسوار وعوامل الاجراء المجردة . وسوف نتناول هذه الأمور بالتفصيل فى حينها . ونكتفى الآن بالاشارة الى أن الثابت المنطقى قد يكون حرفا أو كلمة أو عدة كلمات تأخذ شكل الرمز وتربط بين قضيتين بسيطتين أو أكثر ، ومن الثوابت « واو » [العطف] ، « إما ... أو ... » ، « إذا ... اذن » بالاضافة إلى

25 — عزمى اسلام : الاستدلال الصورى ، جـ ١ ، ص 125

« لا » النفي . [26] سنلاحظ أن لكل نظرية منطقية جهازها الرمزي الخاص بها . ويمكن أن ينشأ نوع من التداخل بين رموز أكثر من نظرية لدى منطقي واحد وهذا أمر نعرض له في التمهيد لكل نظرية .

2 - المنطق نسق استنباطي :

النسق الاستنباطي من أهم سمات نظريات المنطق والرياضيات ، وكلما ابتكرت العلوم أنساقا خاصة بها دل ذلك على ماقطعته من تقدم نحو المنهج المثالي الموجود بهذين العلمين . وتتحدد معالم النسق الاستنباطي في صورته المثالية بأن نرد عباراته ومبرهناته إلى مجموعة من الحدود الأولية التي نسلم بها دون أن تتحول عملية الرد إلى إرتداد لانهائي . وينشأ النسق بنشأة ارتباط وثيق بين عناصره من حدود وقضايا واستدلالات ، ويصبح النسق إستنباطيا عندما يمكن اشتقاق الاستدلالات فيه من عدد من القضايا ، وأن نشتق هذه القضايا بالتالي من عدد من الحدود المعرّفة Defined Terms التي ترد بدورها الى الحدود الأولية Primitive أو اللا معرفه Undefined . [27] والنسق الاستنباطي ليس وليد عصرنا ، وانما يعود إلى « اقليدس » (300 ق . م) وكتابه « **العناصر** » [28] ، ويتألف هذا النسق كما يراه من 1 — **تعريفات** مثل تعريف النقطة ، الخط ، الزاوية ، المثلث ، المربع ... الخ ، 2 — **بديهيات** axioms وقد أسماها « اقليدس » أفكارا عامة Common notions وهي قضايا أو مبادىء واضحة بذاتها ولاتحتاج الى برهان ويؤدي انكارها الى وقوع في التناقض ومن هذه البديهيات « الكميات المساوية لكمية معينة كميات متساوية » ، « المتطابقان متساويان » ، « الكل أكبر من الجزء » ، « اذا أضيفت كميات متساوية الى

26 — محمد ثابت الفندي : **أصول المنطق الرياضي** ، ص 43
ومحمود زيدان : **المنطق الرمزي** ، ص 22

27 — تارسكي : **مقدمة للمنطق ولمنهج البحث في العلوم الاستدلالية** ، ص 150-151

28 — انظر : محمد ثابت الفندي : **فلسفة الرياضة** ، ص 46-47
محمود زيدان : **المنطق الرمزي** ، ص 22-23
تارسكي : نفس مرجع ص 153

كميات متساوية كانت النواتج متساوية » . 3 ــ **مصادرات** Postulates ، والمصادرة قضية ليست بديهية بذاتها ــ فهي أقل وضوحا ــ وان كنا لانبرهن عيها ، ونسلم بها ونقبلها ، لأنه يمكن أن نستخلص منها نتائج لايرفضها العقل »[29] . ومن مصادرات اقليدس : « يمكن رسم خط مستقيم بين أي نقطتين » ، « يمكن مد خط مستقيم ليكون خطا مستقيما الى مالانهاية » « كل الزاويا القائمة متساوية » ، « اذا قطع مستقيم مستقيمين آخرين بحيث كان مجموع الزاويتين الداخليتين الموجودتين من جهة واحدة أقل من قائمتين فان المستقيمين المذكورين أو امتدادهما يتلاقيان » .

يمكن قمة نظريات الهندسة الاقليدية من تلك التعريفات والبديهيات والمصادرات ، وقد ظل النسق الاقليدى مثلا أعلى على الدقة العلمية لما يزيد عن ألفين ومائتي عام ، ولم يطرأ تطوير أساسى على هذا الميدان الا فى القرن العشرين ، حيث تم وضع أسس أكثر جدة وصورية وأكثر ملاءمة لما طرأ من تطور معاصر على مباحث الحساب والهندسة . والمنطق نسق استنباطى بهذا المعنى ؛ معنى الانتقال المحكم واللازم من مقدمات الى مبرهنات Theorems . ولنا عود بتفصيل لخاصية النسق الاستنباطى فى نظريات المنطق الرمزى فى الفصول القادمة الا أننا نكرر الآن العناصر اللازمة لبناء النسق الاستنباطى :

- أفكار أولية لا معرفة يبدأ بها المنطقى نسقه دون تعريف لأن محاولة تعريفها تجعل أفكارا أخرى أكثر بساطة وأولية منها ، ويمكن لمنطقى آخر أن يبدأ بلا معرفات أخرى غيرها بناء على فكرة تعدد الصواب كما تثبتها الهندسات اللا اقليدية ، ومعيار تفضيل فكرة أولية على أخرى هو البساطة التى تعنى السبق المنطقى .
- التعريفات ، Definitions وتشمل الحدود المعرفة بالحدود الأولية ، كما تشمل مجموعة الدالات التحليلية .
- البديهيات والمصادرات .

29 ــ المعجم الفلسفى ، مادة « مصادرة » ، ص 183

ـ القضايا المشتقة أو المبرهنات .
ـ مجموعة القواعد الخاصة بالاشتقاق والاستنباط .

ومن الملاحظ أن « أرسطو » رغم أنه وضع لاقليدس أسس الهندسة كنسق استنباطى الا أنه لم يستطع أن يجعل من منطقه نسقا استنباطيا ، ومن ثم فالمنطق الصورى عند أرسطو ليس صوريا الى درجة كاملة لأن النسق الاستنباطى هو معيار الصورية الكاملة فى أى علم ، وعلى أى حال فنحن لم نتوقع أن يولد المنطق الصورى مكتملا والا كان التسليم بذلك ضرب من الخيال أو اتهام لقدراتنا واعتراف من جانبنا بالعجز عن الاسهام فى تطوير المنطق .

سابعا : مباحث المنطق الرمزى :

طموحات المنطق الصورى فى شكله الجديد طموحات واسعة ، تناسب الدور الكبير الذى يقوم به كأساس لعلوم معاصرة كثيرة ، فقد عجز المنطق التقليدى عن مواجهة كثير من النقائص والعيوب ، وعن حل مشكلات واكبت الأخذ بالنظام المدرسى الأرسطى ، بالاضافة إلى مانشأ فى النسق الرياضى نفسه من تناقضات ذات أصول منطقية . وكان لابد من منطق حديث ودور جديد يتسم بثراء فى المضمون ودقة صورية ، يستقيم له نسق أكثر قوة وشمولاً من النسق التقليدى المحدود . لقد ظهرت الحاجة ماسة إلى دراسة نقدية تعيد النظر فى أسس الرياضيات ، فقد تقدمت الرياضيات ذاتها تقدما كبيرا فى القرون الأخيرة بالقياس الى البحث فى أسس الرياضيات الذى تخلف كثيرا . مما دفع بعض العلماء للقيام بمحاولات لتعريف الأفكار والتصورات والمفاهيم الأساسية ، مثل تعريف فكرة العدد وبحث أصولها المنطقية ، الا أن هذه المحاولات ماكانت لتتم الا بابتكار نسق منطقى أكثر دقة وشمولا يعمل المناطقة فى اطاره ويستندون اليه كمعيار للتفكير المنطقى السليم وللحكم على مدى سلامة أى نسق رياضى ، ومن هؤلاء نذكر محاولات بيانو وفريجه ورسل وهيلبرت. (30) كما أن قطاعا عريضا من الفلاسفة المعاصرين رأو فى المنطق

30 ـ راجع على سبيل المثال : محمد محمد قاسم : جوتلوب فريجه ، نظرية الأعداد بين الابستمولوجيا والأنطولوجيا ، الفصل الثالث : تقويم الرياضيات .

الجديد وأدواته المنهجية (التحليل المنطقى) سبيلا يسيرا لحل كثير من مشكلات الفلسفة التقليدية ، وقد أوضح لنا مثل هذا التحليل « أن كثيرا من التصورات الفلسفية لاتستوفى أكثر درجات الدقة ، فبعضها يجب تفسيره بطريقة مختلفة ، وبعضها يجب استبعاده على أنه شيء خال من المعنى » . [31]

والقاء نظرة عامة على المنطق فى صورته الجديدة تجعلنا نلاحظ سمات مميزة : أحكاما أكثر شمولا ودقة مما حققه المنطق التقليدى . عرض لصور مختلفة من الحساب التحليلى المنطقى ، اهتمام بدراسة معانى مفردات اللغة وبالأحرى دراسة معانى الرموز وتحليلها تحليلا منطقيا مما يعرف بالسيمية المنطقية Logical Semantics . بالاضافة الى دراسة البناء المنطقى للغة Logical Syntax ويشكل المبحثان معا موضوع مابعد المنطق الذى يعنى بدراسة وصف مقدمات وخصائص التحليل المنطقى .

أما أهم مباحث هذا المنطق فهى [32] : (أ) الحساب التحليلى المنطقى Logical Calculus لنظريات المنطق الرئيسية : (نظرية حساب القضايا ، نظرية دالات القضايا ، نظرية الفئات ، نظرية العلاقات) . (ب) حساب العمليات المنطقية Operatinal Calculus ويعنى بالتوصل إلى نتيجة بعد تطبيق قواعد معينة سلفا لما نقوم به من اجراءات ، ومن هذه العمليات : الوصل ، الفصل ، النفى .. (جـ) اللوجستيقا وتعنى بصفة أساسية بالتعبير الرمزى عن الأسس الأولية للفكر الانسانى (د) مجموعة البحوث التى حاولت رد الرياضيات الى المنطق وتشكل جانبا هاما من التراث المعاصر للمنطق عند « ليبنتز » و « جورج بول » و « فريجه » و « رسل » . (هـ) مباحث مابعد المنطق السابق الاشارة اليها . (و) منطق التحليل

31- Carnap, R.; The Old and the New Logic in : Logical Positinism) by Ayer. P. 137.
انظر : الترجمة العربية لهذا المقال بكتاب عزمى اسلام : دراسات فى المنطق من ص 74-96

32 ــ تارسكى ، مقدمة للمنطق ، ص 12، 13، 14 من مقدمة المترجم ــ
See also. : V. Klenk, Understanding Symbolic Logic PP. 14-15

Combinatory Logic أو منطق التوفيق (السياق) ويهتم بعمليات وضع الدالات ومايرتبط بذلك من وضع قيم لتلك الدالات ، وعلاقة المتغير بالدالة .

(ز) منطق التركيب Constructive Logic وينطلق هذا المنطق من فكرة أساسية هى عدم صلاحية مبادىء الأعداد المتناهية للتطبيق على الأعداد اللامتناهية ، كما يعنى هذا المنطق بتمحيص نتائج المنطق الحديث والرياضيات ، كما يهتم باقامة أنساق منطقية رمزية على شاكلة مايحدث فى الرياضيات .

ولايمكن لأى عمل مهما كان موسوعيا أن يشمل هذه المباحث بين جناحين أو دفتين فكل مبحث يعبر فى نهاية الأمر عن جهود وتفانى جيش جرار من العلماء والمناطقة .

وسوف يدور البحث الذى نقوم به حول فكرة أساسية « محاولة عرض الحساب التحليلى لنظريات المنطق الرمزى » ، مع التطرق لبعض العمليات المنطقية ، والاستشهاد بين حين وآخر بصور بعض الأنساق المنطقية الرمزية لبيان امكانات نظرية من هذه النظريات . ونحن بذلك نمس ثلاثة مباحث من المباحث المنطقية السبعة التى أشرنا لها وهى المبحث الأول والثانى والسابع ، ونستند فى ذلك إلى أعمال منطقية رائدة أهمها كتاب البرنكيبا لرسل وهوايتهد وقد اصطنعنا أسلوبا رمزيا يقترب من أسلوبهما وان لم يكن مطابقا له بغية مزيد من البيان والايضاح ، بالاضافة إلى أعمال رائد فذ هو « جوتلوب فريجه » ومن المعاصرين عولنا على أعمال « كواين » و « ريشنباخ » و « بوبر » و « كوبى » . وتتلمذنا على أعمال عربية رائدة فى هذا المجال للأساتذة : عبد الحميد صبرة ، عبد الرحمن بدوى ، محمد ثابت الفندى ، محمود زيدان ، عزمى اسلام ، عادل فاخورى . وان حاولنا قدر الامكان أن يتفرد بحثنا بمذاق خاص يرتبط بعرض مفصل للحساب التحليلى لنظريات المنطق بعد أن عمل السابقون على تأصيل هذه النظريات وبيان ظروف نشأتها وتطورها .

نظريات المنطق الرمزى :

نظريات المنطق الرمزى أربعة هى حسب الترتيب التاريخى لظهورها : نظرية حساب الفئات ، نظرية حساب العلاقات . نظرية حساب القضايا ، نظرية حساب دالات القضايا . ورغم السبق التاريخى لنظرية حساب الفئات فحساب العلاقات .. الا أن معظم الكتب المنطقية معاصرة تواضعت على البدء بنظرية حساب القضايا لسبقها بقية النظريات سبقا منطقيا يتعلق بأهداف الفهم والتحليل . وسوف نتابع هذا الاتجاه فى بحثنا هذا وحجتنا هى أن موضوع نظرية حساب القضايا وضع قواعد الاستنباط وهو لازم للنظريات الثلاثة الأخرى ، صحيح أن لكل من هذه النظريات نسقها الاستنباطى — ومصطلحها الرمزى المستقلين ، إلا أنها تستند إلى جانب كبير من النسق الاستنباطى لنظرية حساب القضايا وقوانينه كمقدمات . [33]

33 ــ محمود زيدان : المنطق الرمزى ، ص 203-219

الفصل الثانى
نظرية حساب القضايا
« أفكار أساسية »

الفصل الثانى

نظرية حساب القضايا

The Calculus of Propositions

أفكار أساسية

مقدمـــة :

تعد نظرية حساب القضايا أولى نظريات المنطق الرمزى من الناحية المنطقية وليست أولاها من حيث السبق الزمنى[1] . والقضية هى الوحدة الأساسية لبناء هذه النظرية ، إلا أن القضية المقصودة هنا هى القضية المركبة التى تتألف من قضيتين بسيطتين إرتبطتا معاً برباط منطقى . ومن ثم فلا نهتم هنا بالبناء الداخلى للقضية [موضوع ــ محمول] وإنما ننظر إلى القضية كوحدة لا تتجزأ من حيث علاقتها ببقية قضايا الاستدلال أو النسق موضع دراستنا .

وقد أشرنا فى الفصل الأول إلى أن منطق الاستنباط يدور حول سبل الاستنتاج السليم أو الصحيح ، وعلمنا أن صورة الاستدلال هى ما يحدد صحته . وتعنى نظرية حساب القضايا ــ بهذا الصدد ــ ببيان صورة الاستدلال السليم وفهمها ، كما تعنى بصياغة بناء الاستدلالات صياغة رمزية حتى يتسنى لنا الحكم بمدى صحتها .

وسوف نتناول نظرية حساب القضايا فى أكثر من فصل وذلك لأنها تعد أساساً لبقية النظريات ، يتعلق هذا الفصل بتناول أنواع القضايا والحديث عن

(1) « جوتلوب فريجه » [١٨٤٨ ــ ١٩٢٥] مؤسس نظرية حساب القضايا ، كما أسهم فى بناء بقية نظريات المنطق ، وضع فريجه نسقاً استنباطياً لهذه النظرية وحدد بعض قواعد الاستدلال فى هذا النسق . وقد تحمل « رسل وهوايتهد » عبء صقل وتبسيط أراء فريجه ــ لما تتسم به من صعوبة رغم دقتها ــ ونقلها فى صورة أكثر يسراً لجمهور الباحثين .

العمليات التى نجريها على القضايا ، ودالات الصدق ، وقوائم الصدق ، ومحاولة تعريف الدالات بعضها ببعض ، وتحديد مجال الثوابت واستخدام الأقواس .

أولاً : أنواع القضايا :

يستخدم المنطق الرمزى قضايا متنوعة ، تشير إلى سعة مباحثه فى مقابل المنطق الأرسطى والتقليدى ، ونشير هنا إلى خمسة أنواع[2] .

1 ــ القضية الذرية : Atomic Proposition

أكثر أنواع القضايا بساطة مثل قولنا « هذا أحمر » و« أكبر من ب » . تحوى القضية الأولى صفة ، وتحوى القضية الثانية علاقة . يبدأ منها « رسل » بناء نسق منطقه ، وينظر إليها على أنها معطى datum لأن ما يتعلق بها من مسائل يرتبط بالجانب الفلسفى من المنطق أكثر من ارتباطه حالياً بالجانب الرياضى[3] . ويرى « رسل » أن القضية الشخصية « سقراط فيلسوف » هى القضية الحملية بالمعنى الدقيق ، أما القضية العامة ــ والتى كانت فى نظر التقليديين نموذجاً للقضية الحملية ــ فإنها ليست حملية وإنما تنطوى على علاقة معينة بين محمولين .

2 ــ القضية المركبة : Molecular P.

ان كانت القضية البسيطة قضية ذرية ، فان ما يتركب من ذرات هو الجزىء molecule . ومن ثم فالقضية الجزيئية أو المركبة هى قضية مؤلفة من قضيتين بسيطتين مرتبطتين بأحد الثوابت المنطقية . ولا نستطيع أن نحكم بصدق أو بكذب قضية مركبة إلا إذا عرفنا صدق أو كذب أحد عنصريها[4] . ويسهل عرض دور الثوابت المنطقية ، ودالات الصدق المختلفة من خلال القضية المركبة .

(2) محمود زيدان : المنطق الرمزى ، ص 178 : ص 194 .

(3) Whitehead & Russell, Principia Mathematica. P. XV.

(4) Ibid., P. XVI

3 ــ القضية العامة : General P.

ليست القضية العامة قضية حملية ، إنما هى قضية شرطية متصلة ، فالقضية العامة « كل انسان فان » يمكن تحليلها إلى قضيتين بسيطتين : « إذا كان هـ انساناً ، فإن هـ بالضرورة فان » هما فى حقيقة الأمر مقدم وتال لقضية شرطية متصلة ، وهذا النوع من القضايا لا يُقرر وجوداً واقعياً لأفراد موضوعها ، لأنها لا تقرر شيئاً[5] . وقد ترتب على ذلك أن أدرك المناطقه المعاصرون كذب بعض قوانين المنطق التقليدى ، منها على سبيل المثال قوانين التقابل بين القضايا . مما سنعرض له فى حينه .

4 ــ القضية العامة عمومية تامة :

القضايا من هذا النوع حقائق منطقية ورياضية وهى بمثابة قواعد عامة للاسترشاد بها فى عملية الاستدلال ، ومنها[6] :

ــ إذا كان (ق) يستلزم (ل) ، (ل) يستلزم (م) ، فإن (ق) يستلزم (م) .

ــ إذا كان كل أفراد (ل) أفرادا فى (م) ، وكل أفراد (م) أفراد فى (ق) ، فإن كل أفراد (ل) أفراد فى (ق) .

ــ إذا كان كل أفراد (ل) أفرادا فى (ق) ، (س) أحد أفراد (ل) ، فإن (س) فرد فى (ق) .

وهناك العديد من القضايا العامة التى تقوم بدور البديهيات والمصادرات ونستخدمها كمقدمات للنسق الاستنباطى .

5 ــ القضية الوجودية : Existential P.

هى قضية يسبقها سور يشير إلى تحقق الوجود الواقعى لأحد أفراد موضوعها على الأقل ، ويأتى فى مقابل سور القضية العامة . ويتحقق صدق

(5) محمود زيدان : المنطق الرمزى ، ص 189 : 192

(6) Copi, I., Introduction to Logic, P. 312.

القضية الوجودية بوجود أحد أفرادها بينما يتحقق صدق القضية الكلية بالتحقق من صدق كل الحالات التى تنطوى تحته دون استثناء واحد[7] . وسوف نعرض للقضايا الوجودية السالبة والموجبة عند تناول نظرية دالات القضايا .

ثانياً : المصطلح الرمزى (المتغيرات والثوابت) :

نرمز إلى القضية ــ فى حساب القضايا ــ بحديها الموضوع والمحمول بمتغير واحد هو أحد الحروف : p ، q ، r ، s ، وتصبح المتغيرات فى العربية : ق ، ل ، م ، ن . إلا أن حساب القضايا لا يتناول القضية الواحدة ، وإنما يستند إلى القضية المركبة من قضيتين بسيطتين إرتبطتا برباط واحد . والرباط هنا هو الثابت المنطقى أو الاجراء الذى يتم على عنصرى القضية معاً وفقاً لمعنى ودلالة الثابت الذى يجمع هذين العنصرين .

وقد نعبر عن الاجراء Operator بحرف مثل « و » أو عبارة مثل « من المحتمل أن .... » ، ويمكن بالتالى أن ينشأ ما لا حصر له من الاجراءات المختلفة منها ما يرتبط بمتغير واحد ، ومنها ما يرتبط بمتغيرين أو ثلاثة . إلا أن المنطق الرمزى يستخدم فى حالتنا خمسة أنواع من الاجراءات ترتبط بخمسة ثوابت أساسية ، بصرف النظر عن اجراءات أخرى تستخدمها فروع المنطق الأخرى مثل منطق الجهات Modal Logic الذى يعنى بتصورات مثل الاحتمال والضرورة ، والمنطق المعرفى epistemic Logic ويعنى بالمعرفة والاعتقاد والتفكير[8] .

أما الثوابت التى تستخدمها نظرية حساب القضايا فهى : أداة النفى [لا ، ليس] ، واو العطف أو أداة الوصل [و] ، أداة الفصل [إما ... أو ...] ، أداة الشرط أو اللزوم القائم بين المقدم والتالى [إذا .... إذن ....] ، ثم أداة التكافؤ بين قضيتين [..... يكافىء .....] . وقد وضع المناطقة رموزاً لكل أداة أو لكل ثابت ، ورغم أن دلالتها واحدة وقواعد العمل بها متطابقة إلا أن

(7) Copi, I., Symbolic Logic, P. 65.

(8) Klenk, V., Understanding Symbolic Logic. PP. 23 - 24.

لكل ثابت أكثر من شكل ويمكن أن نضرب مثلاً على تعدد أشكالها بالجدول التالي[9] ، الذى يشير إلى كل علاقة منطقية وشكل الثابت المستخدم :

	الموسوعة الفلسفية	« رسل »	« هيلبرت »	المنطق البولندى
Negation السلب	—— p —— ق	~ p ~ ق	p ق	N p ساق
Conjunction الوصل	P & Q ق & ل	P . Q ق . ل	P & Q ق & ل	k p q طا ق ل
Disjunction الفصل	P V Q ق V ل	P V Q ق V ل	P V Q ق V ل	A p q قا ق ل
Conditional اللزوم	P → Q ق ← ل	P ⊃ Q ق ⊂ ل	P — Q ق ← ل	C p q ما ق ل
Bio Conditional التكافؤ	P ↔ Q ق ↔ ل	P ≡ Q ق ≡ ل	p ~ Q ق ~ ل	E p q تكا ق ل

ونحن نميل إلى الأخذ بالرموز التى قال بها « رسل » لأنها أوسع إنتشاراً وأكثر تعبيراً عن طبيعة ومعنى الثابت المنطقى ، وسوف نشرح معنى كل رمز لثابت عند الحديث عن دالات الصدق . أما ما نأخذ به من رموز لثوابت نظرية حساب القضايا فهى[10] :

(9) Blumberg, "Modern Logic", ed-in Ency of Philosophy, Vol. 5, P. 16.
and see also :
Kneale, W & M., Development of Logic, P. 521.

(10) Op. Cit., P. 25.

رمز السلب (~ ــــ) ويُشير إلى (ليس ــــ)
رمز الوصل (ــــ . ــــ) ويُشير إلى (ــــ و ــــ)
رمز الفصل (ــــ V ــــ) ويُشير إلى (ــــ أو ــــ)
رمز اللزوم (ــــ ⊂ ــــ) ويُشير إلى (إذا كان ــــ فإن ــــ)
رمز التكافؤ (ــــ ≡ ــــ) ويُشير إلى (ــــ إذا كان وفقط إذا كان ــــ)

ونتيجة لاستخدام الثوابت الخمسة فاننا نحصل على خمسة أنواع من القضايا هى :

- قضايا الوصل وصورتها (ق . ل) يربط بين عنصريها واو العطف ويسمى عنصراها الرئيسيان « المتصلان » Conjuncts .
- قضايا الفصل وصورتها (ق V ل) ، ويربط بين عنصريها رمز « أو » ويسمى عنصراها الرئيسيان « المنفصلان » disjuncts .
- قضايا اللزوم وصورتها (ق ⊂ ل) ، ويربط بين عنصريها « إذا كان ... فإن ...) وما يسبق علامة اللزوم يسمى المقدم وما يلحق بها يسمى التالى .

ولدينا بالاضافة إلى هذه الأنواع قضايا النفى وصورتها (~ ق) وقضايا التكافؤ أو اللزوم المزدوج ، وصورتها الرمزية (ق ≡ ل) وليس ثمة أسماء لعناصر قضايا النفى والتكافؤ .

ثالثاً : دالة الصدق Truth Function

كلمة دالة مأخوذة عن الرياضيات ، ومستفادة من علم الجبر على وجه الخصوص ، ونطلق تعبير « دالة قضية » على أى قضية جاءت متغيراتها وثوابتها فى صور رمزية ، لا تعنى شيئاً بذاتها وإنما تكتسب معنى ان عوضنا عن المتغيرات بقيم معينة . ويعود الفضل إلى « فريجه » فى تطبيق فكرة الدالة على المنطق لأول مرة[11] . يمكن النظر إلى دالة القضية إذن على أنها قالب أو صورة

(11) انظر : محمد قاسم : « جوتلوب فريجه » . ص 79 .
محمود زيدان : المنطق الرمزى . ص 143 .

تخطيطية لا تكتسب معنى إلا إذا حددنا لها مضموناً أو محتوى[12] . فقولنا (ق ، ل) عبارة عن دالة لا تعني شيئاً إلا إذا عوضنا ق ، ل أو على الأقل لا نحكم على أحد عنصريها إلا بمعرفة قيمة صدق العنصر الآخر ولا يتم ذلك إلا في ضوء قواعد معينة .

دالة الصدق إذن هي الصورة الرمزية لاحدى القضايا المركبة ، أما قيمة الصدق Truth Value لقضية فيعني الحكم عليها بالصدق أو بالكذب ، بحيث يكون الحكم بقيمة صدق قضية صادقة (بعنصريها) صادقاً ، بينما قيمة صدق قضية كاذبة يكون كاذباً[13] ، وذلك بناء على عنصر ثالث يضاف إلى قيم صدق عنصريها (المتغيرات) ونعني به الثابت المنطقي[14] .

نخلص مما سبق إلى تعدد دوال الصدق بتعدد الثوابت ، فإن كانت لدينا قضية مركبة احتوت ثابت الوصل اختلفت قيمة صدقها عن قضية مركبة احتوت ثابت الفصل حتى لو تطابقت متغيرات القضيتين . فما يحدد هوية دالة صدق هو استخدام ثابت معين وان كان ثابت السلب [~][15] .

ويرتبط الحديث عن دالة الصدق بالحديث عن قائمة الصدق Truth Table وهي قائمة ترتب بطريقة محددة تهدف إلى تحديد قيم صدق الحالات الممكنة لقضية مركبة ، استناداً إلى قيم الصدق المحتملة للقضايا المؤلفة لهذه القضية[16] . ويأتي استخدام قوائم الصدق تطبيقاً لمجموعة القواعد التي تحدد قيمة صدق كل دالة ، كما يتم في ضوء معرفة وتحديد الثابت الرئيسي Major Operator في الدوال المطولة . ويتم نظم قائمة الصدق على هيئة جدول به بيانات أفقية [دالة الصدق المطلوب البرهنة على صدقها أو كذبها] وبه بيانات رأسية [حالات

(12) Reichenbach, H., Elements of S. Logic. P. 82.

(13) Principia. P. 7.

(14) Copi, Symbolic Logic, P. 9.

(15) Strawson. Introduction to Logical Theory, P. 64.

(16) استخدم « فتجنشتين » قوائم أو جداول الصدق في كتابه مقالة فلسفية منطقية 1922 ، كما استخدمها « بوست » في الجريدة الأمريكية للرياضيات 1921 . وان كانت صياغة حساب القضايا في نطاق الصدق والكذب قد تم في وقت مبكر لدى هوايتهد ورسل في كتابهما Principia .

الصدق والكذب المحتملة لكل متغير في الدالة] على أن نراعى في وضع الأخيرة الوفاء بكل الاحتمالات بحيث أنه كلما زاد عدد متغيرات الدالة وضعنا احتمالات للمتغير الأول تبلغ ضعف احتمالات المتغير الذى يليه من حيث الصدق أو الكذب بالتناوب على أن تتساوى حالات الصدق والكذب من حيث العدد تحت كل متغير في الدالة مهما بلغ عدد هذه المتغيرات . نرمز في قوائم الصدق لحالات الصدق والكذب بالحرفين ص ، ك على التوالى ، وهما المقابلان للحرفين T ، F اللذين يعبران عن True و False[17] .

دوال الصدق هى : دالة التناقض ، دالة الوصل ، دالة الفصل ، دالة اللزوم ، دالة التكافؤ .

1 ـــ دالة التناقض : Contradictory Function

نستخدم خطاً يأخذ شكل حدّية (~) للاشارة إلى النفى Negation ، ويرتبط ثابت النفى بمتغير قضوى واحد ، حيث أن دالة التناقض تحوى قضية واحدة فقط ، وقد يأتى ثابت النفى خارج دالة بأكملها تتألف من أكثر من قضية فينصب النفى في هذه الحالة على الثابت الرئيسى داخل الدالة فيعكس قيمة صدقه .

وتحوى دالة التناقض احتمالين لقيمة صدقها : أن تكون صادقة أو كاذبة ، وذلك في ضوء قاعدة تقول بصدق دالة القضية ان كانت القضية التى اشتقت منها كاذبة ، وبكذبها ان اشتقت من دالة صادقة . « دالة التناقض للمتغير (ق) ـــ الذى يعبر عن قضية ـــ هى قضية تناقضه تقرر أن (ق) كاذبة ، ونرمز لها بـ (~ ق) »[18] .

(17) Kneale, Op. Cit., P. 531. .

(18) Principia, P. 6.

ويمكن أن نعبر عن حالات صدق وكذب الدالة بقائمة صدق .

ق	~ ق
ص ك	ك ص

ولنضرب مثالاً على دالة التناقض :

إذا كانت القضية « كل مؤمن مصلّ » قضية صادقة .

فإن القضية « لا مؤمن مصل » قضية كاذبة .

بمعنى أن السلب يعكس قيمة صدق الصيغة التى نقرأها ، فإن أدخلنا سلباً آخر عليه double negations نقض كل منهما الآخر وعدنا إلى قيمة الصدق الأصلية[19] . بمعنى أن تتساوى (ق) مع (~ ~ ق) .

فإن سلمنا بصدق القضية « يعشق الأحرار الديمقراطية » ودالتها [ق] فإن هذا يعنى كذب نقيضها « لا يعشق الأحرار الديمقراطية » ، ودالتها [~ ق] فإذا عدنا وأدخلنا السلب على القضية الثانية [~ ~ ق] حصلنا على القضية الأولى .

2 ـــ دالة الوصل : Conjunctive Function

تربط دالة الوصل بين عنصرى قضية مركبة بواو العطف ، وصورة الدالة [ق . ل] . وتعنى هذه الصيغة أن قولنا [ق و ل] يعنى تقرير صدقهما معاً ، ومن ثم صدق ما يربط بينهما من وصل ، أى صدق الدالة التى تجمعهما . ومحاولة وضع دالة الوصل فى قائمة صدق ينشأ عنه أربعة احتمالات

(19) Klenk, V . Symbolic Logic, P. 37.

لقيم صدق كل متغير قضوى ومن ثم أربعة احتمالات لقيمة صدق ثابت الوصل الذى يجمعهما[20] .

— حين تكون القضيتان [ق ، ل] صادقتين معاً .
— حين تكون القضية [ق] صادقة ، والقضية [ل] كاذبة .
— حين تكون القضية [ق] كاذبة ، والقضية [ل] صادقة .
— حين تكون القضيتان [ق ، ل] كاذبتين معاً .

ق	ل	ق . ل
ص	ص	ص
ص	ك	ك
ك	ص	ك
ك	ك	ك

وتقول القاعدة التى تحكم دالة الوصل :

تصدق الدالة إذا صدقت كلا القضيتين اللتين تؤلفانها
وتكذب إذا كانت احدى القضيتين على الأقل كاذبة .

فإن طبقنا هذه القاعدة على الحالات الأربعة السابقة ، فإن الدالة تصدق فى حالة واحدة فقط ، حالة صدق (ق) وصدق (ل) ، وتكذب الدالة فى بقية الحالات .

(20) See :
Copi, Symbolic Logic, PP. 9 - 10.
Strawson, Op. Cit., P. 67.
Klenk, Op. Cit., P. 34.

وتسمى دالة الوصل أيضاً بدالة الضرب المنطقى Logical Product والمقصود بالضرب هنا علاقة الوصل بين عنصرى الدالة قلاً أم كثرا ، فقد ينشأ الوصل كما أشرنا بين عنصرين [ق . ل] أو بين عناصر عدة مثل الدالة { [(ق V ل) ⊂ م] . (ب V هـ) } التى تصدق فى حالة صدق كل من [(ق V ل) ⊂ م] وصدق (ب V هـ) المعطوفتين أو التى بينهما ضرب منطقى . ويتضح مغزى الضرب المنطقى ان أعدنا صياغة قائمة الصدق السابقة بحيث يحل (1) محل (ص) والصفر (0) محل (ك) ، « حيث لا يكون للضرب نتيجة عددية إلا عندما يجرى بين عددين ليس من بينهما الصفر »[21] .

ق	ل	ق × ل
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

3 ــ دالة الفصل : Disjunctive Function

ينتج عن القضيتين المرتبطتين برباط الفصل (أو) دالة الفصل (ق V ل) . لهذه الدالة معنيان : الفصل الشامل inclusive ، والفصل المانع exclusive . نطلق على الأول رباط الفصل disjunction ونرمز له بثابت منطقى على هيئة إسفين [V] « Wedge » ويمكن أن نمثل له بقولنا « تستبعد أقساط التأمين فى حالات المرض أو البطالة » ونفهم من هذه القضية ثلاثة مواقف يصدق فيها القول باستبعاد الأقساط هى : المرض ، البطالة ، لاثنين معاً . ونطلق على النوع الثانى رباط البدائل alternation ويرمز له بثابت منطقى آخر

(21) محمد ثابت الفندى : أصول المنطق الرياضى ، ص 196 .
وانظر « بيسون » و« أوكونر » : مقدمة فى المنطق الرمزى ، ص 53 .

على هذا الشكل [Λ] ، وينشأ عن موقف نختار فيه أحد بديلين وليس الاثنين معاً : « اما أن ترتحل بالطائرة أو بالسفينة » فى رحلة محددة ، أو تختار أن « تشرب مشروباً بارداً أو ساخناً » عند مضيف لك وليس المشروبين معاً . وتصدق الدالة هنا إذا كانت احدى القضيتين البديلتين صادقة ، وتكون كاذبة فى حالة صدق القضيتين معاً أو كذبهما معاً .

ينشأ نوعان من الفصل إذن : الأول فصل ضعيف ، والثانى فصل قوى . قاعدة النوع الأول تقول « تصدق دالة الفصل إذا صدقت احدى القضيتين أو كلاهما ، وتكذب فى حالة واحدة إذا كذبت القضيتان معاً »[22] . ويعود إلى « جيفونز » فضل وضع هذه القاعدة وأخذها عنه كل المعاصرون[23] .

ق	ل	ق V ل
ص	ص	ص
ص	ك	ص
ك	ص	ص
ك	ك	ك

أما قاعدة النوع الثانى فتقول « بصدق دالة الفصل فى حالة صدق أحد عنصريها فقط وتكذب فيما عدا ذلك » وتمثل على ذلك بقائمة صدق :

ق	ل	ق Λ ل
ص	ص	ك
ص	ك	ص
ك	ص	ص
ك	ك	ك

(22) Reichenbach, Elements of Symbolic Logic, P. 32.

(23) محمود زيدان : المنطق الرمزى ، ص 186 ، ص 187 .

ونخلص من هذا التمييز بين نوعى الفصل إلى أن الفصل الضعيف يفيد معنى الانفصال مع امكان الاتصال [ق أو ل أو هما معاً] ، بينما يفيد الفصل القوى معنى الانفصال مع استحالة الاتصال [ق فقط أو ل فقط دون التسليم بهما معاً أو رفضهما معاً] . وتميل معظم كتب المنطق إلى التعويل على الفصل الضعيف[24] .

وتسمى دالة الفصل أيضاً دالة الجمع المنطقى Logical Sum ومن المسلم به اختلاف الجمع فى المنطق عنه فى الحساب والجبر ، ذلك أنه مهما كررنا جمع قيمة الصدق فى دالة منطقية إلى ذاتها فالنتيجة هى هى دون اضافة ، فلننقل قائمة صدق الفصل الشامل بلغة الجمع المنطقى لنتحقق من ذلك :

ق	ل	ق + ل
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

ومن الملاحظ أن استخدام الضرب المنطقى فى التعبير عن دالة الوصل يشير إلى ضرورة أن يكون للمتغيرين [قيمة صدق غير الكذب] قيمة عددية غير الصفر حتى نحصل على نتيجة . بينما استخدمنا الجمع للتعبير عن دالة الفصل لأن وجود أى أرقام سوف ينتج عن جمعها أرقام حتى لو كانت مضافة إلى الصفر ، مما يشير إلى سعة احتمالات الصدق فى دالة الفصل عن دالة الوصل .

(24) Klenk, V., Symbolic Logic., PP. 35 - 36.

4 ــ دالة اللزوم Implicative Function

تعبر دالة اللزوم أو الاستلزام عن قضية شرطية متصلة أداتها « إذا ... إذن ... » ونعبر عنها بثابت اللزوم [⊃] الذى يأخذ شكل حدوة الفرس horseshoe . وصورتها الرمزية [p ⊃ q] ونقلها إلى العربية هكذا [ق ⊂ ل] بحيث يصبح وجه الرمز للقضية التى تستلزم قضية أخرى .

وتستند هذه الدالة إلى قاعدة أساسية : « من المستحيل أن يصدق المقدم ويكذب التالى » ومعنى ذلك أن تصدق الدالة فى ثلاث حالات[25] :

ــ صدق المقدم والتالى معاً .
ــ كذب المقدم وصدق التالى .
ــ كذب المقدم والتالى معاً .

وتكذب دالة اللزوم فى حالة واحدة هى : صدق المقدم وكذب التالى ، ذلك أن من يسلم بصدق قضية اللزوم (الشرطية المتصلة) ويسلم بصدق المقدم فيها . عليه أن يقبل صدق التالى . وكذلك فإن من يسلم بصدق قضية اللزوم ويسلم بكذب التالى فيها فعليه أن يرفض صدق مقدمها . وان استعنا بالدالات السابقة [السلب والفصل] فى بيان طبيعة دالة الاستلزام [ق ⊂ ل] ، وجدنا أنه ان كانت [ق] صادقة فإن [~ ق] كاذبة طبقاً لقاعدة التناقض ، وان سلمنا بصدق الدالة [ق ⊂ ل] فلا يمكن أن نسلم بصدق الدالة [~ ق ⊂ ل] لأن إحداهما فقط هى الصادقة ، ونجرى تعديلاً على الدالة الأخيرة بأن يحل ثابت الفصل [اما أو] محل ثابت اللزوم [إذا ... إذن ...] لتصبح الدالة الجديدة [~ ق V ل] هى الشارحة للدالة [ق ⊂ ل][26] .

(25) تارسكى : مقدمة للمنطق . ص 59 .
Strawson, P., **Introduction to Logical Theory**, PP. 35-6 & P. 82.

(26) See : **Principia**, P. 7.

ولنضع دالة اللزوم فى قائمة صدق :

ق	ل	ق ⊃ ل
ص	ص	ص
ص	ك	ك
ك	ص	ص
ك	ك	ص

وبالنظر فى قائمة الصدق نجد أن القضية الشرطية تقرر أن « مقدمها » يستلزم « تاليها » . انها لا تقرر صدق المقدم بالضرورة ، بل أن ما تؤكده أنه فى حالة صدق المقدم فإن التالى يصدق أيضاً . وإلا تكذب الدالة[27] . واحتمالات تناول القضية الشرطية احتمالات مختلفة أوقعت العلماء والمناطقة فى حيرة ، ودون خوض الآن فى تفصيل هذه الاحتمالات ، لأن التفصيل قد ينال من صدق قاعدة اللزوم التى أشرنا إليها ، نكتفى من بين هذه الاحتمالات بمعنى واحد هو اللزوم المادى Material Implication ، والذى يتطابق مع هذه القاعدة ، إنها القاعدة التى تقول بانكار كل دالة لزوم يصدق المقدم فيها ويكذب تاليها وهو ما نعبر عنه بالدالة ~ (ق . ~ ل)[28] .

5 ــ دالة التكافؤ : Equivalence Function

كانت الدالات الأربعة السابقة هى دالات أساسية فى نظر معظم المناطقة ، وبخاصة « رسل » و« هوايتهد » ، أما دالة التكافؤ فهى مشتقة ومستنبطة من الدالات السابقة . صحيح أن « فريجه » عرف المساواة أو الهوية ورأى أن القضيتين اللتين بينهما مساواة متكافئتان فى المعنى ويمكن استبدال احداهما بالأخرى ، الا أن أصحاب البرنكيبيا هم الذين طوروا هذه النقطة[29] .

(27) Copi, Introduction to Logic, PP. 278 - 281 and, Principia, P. 94.

(28) Ibid., P. 280.

(29) محمود زيدان : المنطق الرمزى ، ص 188 ، ص 189 .

وتنشأ دالة التكافؤ بين قضيتين متكافئتين من الناحية المادية ، ويحدد تكافؤهما بهذا المعنى كونهما لهما نفس قيمة الصدق . ونعبر عن التكافؤ بوضع الرمز (≡) بين القضيتين ، مثل قولنا : (ق ≡ ل) وتقرأ (ق تكافيء ل) والصيغة من هذا النوع تسمى شرطية مزدوجة « bioconditional » لأنها تجمع فى الحقيقة بين قضيتين شرطيتين . تتكافأ هاتان القضيتان منطقياً عندما تكون الشرطية المزدوجة التى توضح تكافؤهما المادى على هيئة تحصيل الحاصل Toutology ويوضح ذلك مبدأ النفى المزدوج[30] :

ق ≡ ~ ~ ق

. كما يوضحه أحد تعريفات دالة التكافؤ :

(ق ≡ ل) = (ق ⊃ ل) . (ل ⊃ ق)

ذلك أن قولنا بأن (ق) تكافيء (ل) يعنى أن (ق) تستلزم (ل) ، وأن (ل) تستلزم (ق)[31] .

والقاعدة التى تعمل بها دالة التكافؤ تستند إلى أن اثبات التكافؤ بين قضيتين يعنى استبعاد امكان صدق احداهما مع كذب الأخرى . ومن ثم فإن قضية التكافؤ تكون صادقة إذا كان شطراها الأيمن والأيسر صادقين معاً أو كاذبين معاً ، وتكذب فيما عدا ذلك ، أى تكذب فى الحالات التى تختلف فيها قيم الصدق .

ويمكن أن نضرب عدة أمثلة نفهم منها طبيعة التكافؤ بين قضيتين ، حيث نستبدل فى قضية شرطية المقدم بالتالى ، فنحصل على قضية جديدة تسمى بالقضية العكسية بالنسبة للقضية الأصلية[32] ، فان قلنا :

(30) Copi, Symbolic Logic, P. 29.

(31) Principia, P. 7.

(32) Klenk, V., Op. Cit., P. 36.

ـ « إذا انتخب (س) رئيساً ، فإن (ص) ينتخب نائباً للرئيس » . تصبح بعد أن نعكسها :

ـ « إذا انتخب (ص) نائباً للرئيس ، فإن (س) ينتخب رئيساً » .

وكذلك قولنا :

ـ « إذا كانت للشمس قوة جاذبية . فإن الأرض تدور حولها » . يكافىء القول :

ـ « إذا كانت الأرض تدور حول الشمس ، فإن للشمس قوة جاذبية » .

ومن ثم تصدق القضية المركبة التى تحوى ثابت التكافؤ . إذا صدق عنصراها معاً أو إذا كذبا معاً . وتكذب إذا صدق أحد العناصر وكذب الآخر فى نفس الوقت .

ونعبر عن المعانى السابقة لدالة التكافؤ والقاعدة التى تحكمها من خلال قائمة صدق :

ق	ل	ق ≡ ل
ص	ص	ص
ص	ك	ك
ك	ص	ك
ك	ك	ص

كانت تلك هى دوال الصدق الأساسية التى سوف نستخدمها فى الحساب التحليلى للقضايا ، كما أننا سوف نستخدم نفس قواعد العمل باجراءات قوائم الصدق (الثوابت) فى عرضنا لنظريات المنطق الرمزى . شريطة أن نربط ربطاً وثيقاً بين الدوال وقوائم الصدق التى تفسرها وكل إجراء Operator نقوم به للحكم على حالات صدق وكذب كل دالة . وقد تنشأ اجراءات أخرى فى

أنساق منطقية مختلفة ، إلا أن أهم ما يميز عمل المنطقى هو أن يستخدم فى النسق المنطقى الواحد — مهما بلغ امتداده — اجراءات محددة بمعان وأحكام ثابتة لا تتغير ، والا افتقد نسقه المنطقى أهم خصائصه : البساطة والاتساق .

وفى نهاية هذا العرض نجمع قوائم الصدق السابقة فى شكل واحد :

ق	ل	ق . ل	ق ∨ ل	ق ⊃ ل	ق ≡ ل
ص	ص	ص	ص	ص	ص
ص	ك	ك	ص	ك	ك
ك	ص	ك	ص	ص	ك
ك	ك	ك	ك	ص	ص

رابعاً : العلاقات المنطقية بين دوال الصدق :

لكل دالة صدق قاعدة تحكم العمل بها وهذا يعنى استقلال كل دالة من حيث المعنى ، إلا أن لكل دالة علاقة منطقية ببقية الدوال تتضح من خلال النسق المنطقى الواحد ، وهذا يعنى إتساق الدوال من حيث المبنى .

يعبر المنطق الرمزى عن هذا الاتساق بمحاولة تعريف دالة منطقية بدالة منطقية أخرى ، ويعنى التعريف هنا بيان أن رمزاً جديداً أو مجموعة من الرموز يشير إلى نفس مقصد مجموعة من الرموز التى نعرفها بالفعل »[33] . ولما كان الصدق فى المنطق له دلالة واحدة ويخلو من أى نسبة احتمال فانه يمكن رد بعض الدوال المنطقية إلى البعض الآخر مع ادخال تعديلات اللازمة والمستنبطة من مدلول كل ثابت منطقى . ويستخدم كتاب **Principia** علامة المساواة « = » تعبيراً عن التعريف ، بحيث تربط هذه العلامة بين المعرَّف definiendum والمعرِّف definiens مع وضع الحرف « D_f » ، « تع » بعد التعريف[34] .

(33) **Principia, P. 11.**

(34) Ibid.

وينبغى أن نلتزم بمجموعة من الشروط عند وضع التعريفات يجملها « لوكاشيفتش » فى أربعة هى[35] :

ـــ ينبغى أن يكون كل من المعرِّف والمعرَّف عبارة قضائية .
ـــ ينبغى أن يحتوى المعرِّف على حدود أولية فقط ، أو على حدود سبق تعريفها بواسطة حدود أولية .
ـــ ينبغى أن يحتوى المعرِّف على الحد الجديد الذى يأتى به التعريف .
ـــ كل حد مطلق موجود فى المعرِّف ينبغى أن يوجد فى المعرَّف وبالعكس .

وتسوق معظم كتب المنطق موضوع التعريفات كمدخل للحديث عن النسق الاستنباطى لاحدى نظريات المنطق الرمزى ، وسوف نفعل نفس الشيء ، إلا أننا نبادر هنا بالحديث عن التعريفات بالمعنى الذى يكشف العلاقات الضرورية ضرورة منطقية بين دوال الصدق .

ا ـــ **تعريف الوصل :**

1 ـــ يمكن تعريف الوصل القائم بين قضيتين بثابتين أكثر بساطة هما السلب والفصل ، وذلك بأن نصوغ دالة تساوى الدالة المعرَّفة فى قيم صدقها ، وذلك بسلب الفصل القائم بين سلب قضيتين ؛ بحيث نقول أن :

(ق . ل) = [~ (~ ق V ~ ل) تع

ونجتهد من جانبنا لتقديم تفسير لهذا التعريف : قضية الفصل التى نستخدمها كتعريف قضية شرطية منفصلة دالتها « إما ... أو ... » ، ولما كان الفصل غير الوصل من حيث الشكل والقاعدة التى تحكمهما ، كان علينا ادخال بعض التعديلات كادخال السلب على القضيتين المنفصلتين ق ، ل ، لتصبحا (إما ليس ق أو ليس ل) ، (~ ق V ~ ل) ، بحيث ينشأ الفصل هنا كثابت أساس بين سلبين ، ولما كان سلب السلب اثبات ، وكنا لا نستطيع أن نسلب (~ ق) وحدها أو (~ ل) وحدها ، انصب السلب الخارجى على الفصل

(35) لوكاشيفتش : **نظرية القياس الأرسطية** ، ص 231 .

(V) الذى يجمع من خلال قيم صدقه بين سلبى القضيتين المؤلفتين للشرطية المنفصلة . فكانت قيم صدق التعريف مطابقة تماماً للدالة المعرَّفة . وبيان ذلك قائمة الصدق :

ق	.	ل	~	~ ق	V	~ ل
	ص		ص	ك	ك	ك
	ك		ك	ك	ص	ص
	ك		ك	ص	ص	ك
	ك		ك	ص	ص	ص
	√		√			

2 ــ كما يمكن تعريف الوصل باستخدام السلب وثابت اللزوم وهو أكثر تركيباً من الفصل . وذلك بسلب اللزوم الناشىء بين المقدم وسلب التالى فى قضية شرطية متصلة :

(ق . ل) = ~ (ق ⊃ ~ لـ) تع

ويمكن إدراك مغزى هذا التعريف ن علمنا أنه سبق أن أشرنا فى الحديث عن دالة اللزوم إلى أن الدالة (~ ق V لـ) دالة شارحة للدالة (ق ⊃ ل) ، فإن قارنا بين التعريف الذى نسوقه هنا [~ (ق ⊃ ~ ل)] والتعريف السابق [~ (~ ق V ~ ل)] ، أدركت مدى التضابق بين التعريفين . ونبرهن على صدق التعريف باستخدام قائمة صدق :

ق . ل	~	(ق ⊃ ~ ل)
ص	ص	ك
ك	ك	ص
ك	ك	ص
ك	ك	ص
√	√	

وقد قلنا بصدد التعريف بتطابق قيم الصدق فى كافة الحالات المحتمل قيامها بين الدالتين (المعَرَّفة والمعرِّفة) ، ومعنى ذلك أننا لو وضعنا ثابت التكافؤ ≡ محل علامة التساوى الحسابية وأقمنا علاقة التكافؤ بين الثابتين الرئيسيين فى الدالتين لحصلنا على قيم صدق كلها صادقة مما يشير إلى صحة التعريف ورقيه إلى كونه دالة تحليلية :

ق . ل	≡	~	(ق ⊃ ~ ل)
ص	ص	ص	
ك	ص	ك	
ك	ص	ك	
ك	ص	ك	

ب ـــ تعريف اللزوم :

ا ـــ بالسلب والفصل ، من أشهر التعريفات المنطقية وقد سبق أن أشرنا إليه فى موضعين سابقين ، ويعتمد هذا التعريف على أن القول بأن القضية (ق) تستلزم القضية (ل) يساوى ويكافىء القول بالفصل بين (ق) فى حالة كذبها و(ل) فى حالة صدقها . ونعبر عن ذلك بالصورة :

(ق ⊃ ل) = (~ ق v ل) تع .[36]

ويمكن أن يصير هذا التعريف دالة تكافؤ عندما نضع ثابت التكافؤ بين المعرَّف والمعرِّف :

(ق ⊃ ل) ≡ (~ ق v ل)

ويمكن أن نثبت أن الدالة الأخيرة تحليلية ومن ثم صحة التعريف بقائمة صدق :

ق ⊃ ل	≡	~ ق	v	ل
ص	ص	ك	ص	ص
ك	ك	ك	ك	ك
ص	ص	ص	ص	ص
ص	ص	ص	ص	ك
√			√	

2 ـــ تعريف اللزوم بالوصل والسلب . قلنا بصدد الحديث عن دالة اللزوم أنه ان كان المقدم (ق) صادقاً فلا بد أن يصدق التالى ، ومعنى ذلك أنه لا يمكن أن يصدق (ق) و يكذب (ل) فى آن واحد مما نعبر عنه بالصيغة ~ (ق . ~ ل) .

ومن ثم يصبح تعريف اللزوم بالسلب والوصل :

(ق ⊃ ل) = ~ (ق . ~ ل) تع .

3 ـــ تعريف ثالث للزوم ، وينشأ عن تصور التكافؤ الذى ينشأ بين الدالة وذاتها بعد أن نعكس مواضع المتغيرات ونجرى التعديل المناسب فالدالة

(36) Principia, P. 12.

(ق ⊂ ل) لا تكافىء الدالة (ل ⊂ ق) بمجرد تبديل مواضع المتغيرات ، وانما تكافىء الدالة (~ ل ⊂ ~ ق) . بمعنى أن قولنا (ق) تستلزم (ل) يعادل القول بأن (لا ل) يستلزم (لا ق) .

(ق ⊂ ل) = (~ ل ⊂ ~ ق) تع

ويمكن أن نستدل من هذا التعريف على احدى صور مبدأ النقل Principle of transposition ، كما يرد فى البرنكيبيا[37] :

(ق ⊂ ل) ≡ (~ ل ⊂ ~ ق)

ونبرهن على صدق الدالة الأخيرة بقائمة صدق أيضاً هى :

ق ⊂ ل	≡	~ ل	⊂	~ ق
ص	ص	ك	ص	ك
ك	ص	ص	ك	ك
ص	ص	ك	ص	ص
ص	ص	ص	ص	ص
√			√	

حـ ــ تعريف الفصل :

رغم أن الفصل أو الانفصال فكرة أولية تستخدم بالاضافة لفكرة السلب فى تعريف بقية الدوال ، إلا أنه يمكننا استخدام بعض الأفكار التى قامت عليها التعريفات السابقة فى تعريف دالة الفصل وبيان ذلك فى التعريفين التاليين :

1 ــ تعريف الفصل بسلب الوصل بين نفى المقدم ونفى التالى :

(ق v ل) = ~ (~ ق . ~ ل) تع .

(37) Principia. P. 14.

ونجتهد ثانية من جانبنا فى بيان صحة هذا التعريف قبل محاولة اثباته بقائمة صدق . فبالنظر فى التعريفات السابقة عرفنا أن :

(ق ⊃ ل) ≡ ~ ق V ل

ونضيف (ق V ل) ≡ ~ ق ⊃ ل تع .

كما علمنا أن (ق ⊃ ل) ≡ ~(ق . ~ ل)

وببحث العلاقة بين التعريفين الأول والثالث فى ضوء التعريف الثانى ينتج أن :

(ق V ل) ≡ ~(~ ق . ~ ل) تع

ونلاحظ أن المعرَّف هنا قريب جداً من الشق الثانى فى التعريف الثالث ~(ق . ~ ل) ، وأضفنا من جانبنا ثابت السلب (~) خارج الأقواس بتعادل الصيغة مع ثابت الفصل . أما قائمة الصدق التى تثبت صحة الدالة كلها فهى :

ق V ل	≡	~	(~ ق	.	~ ل)
ص	ص	ص	ك	ك	ك
ص	ص	ص	ك	ك	ص
ص	ص	ص	ص	ك	ك
ك	ص	ك	ص	ص	ص
√		√			

2 ــ تعريف الفصل بلزوم قائم بين سلب المقدم والتالى ونعبر عنه رمزياً بالصيغة :

(ق v ل) ≡ ~ ق ⊃ ل   تع .

ومن الملاحظ أن هذا التعريف جاء مقابلاً لتعريف اللزوم بسلب وفصل

(ق ⊃ ل) ≡ ~ ق v ل

ونبرهن على صحة التعريف بقائمة صدق :

ق v ل	≡	~ ق	⊃	ل
ص	ص	ك	ص	ص
ص	ص	ك	ص	ك
ص	ص	ص	ص	ص
ك	ص	ص	ك	ك
√			√	

د ــ تعريف التكافؤ :

التكافؤ دالة مشتقة من الدالات السابقة ، ومن ثم فهى تعنى تساوياً مادياً ومنطقياً بين دالتين ، ونتيجة لذلك فإن محاولة تعريف التكافؤ تؤدى بنا إلى دوال أكثر تركيباً من التعريفات السابقة ، ومن تعريفات التكافؤ :

1 ــ تعريف بتغيير مواضع المقدم والتالى فى القضية الشرطية المتصلة ، كقولنا[38] :

(ق ≡ ل) ≡ (ق ⊃ ل) . (ل ⊃ ق)   تع .

(38) Copi, Symbolic Logic, P. 40.

ونبرهن على صدق هذا التعريف باستخراج قيم صدق الوصل القائم بين القضيتين الشرطيتين :

ق ≡ ل	≡	(ق ⊃ ل)	.	(ل ⊃ ق)
ص	ص	ص	ص	ص
ك	ص	ك	ك	ص
ك	ص	ص	ك	ك
ص	ص	ص	ص	ص
√			√	

2 ـــ تعريف التكافؤ بالفصل بين قضيتى وصل مركبتين ، عناصر الأولى موجبة وعناصر الثانية منفية ، مما نعبر عنه بالصيغة :

(ق ≡ ل) = [(ق . ل) V (~ ق . ~ ل)] تع .

والبرهنة بقائمة صدق على صحة هذا التعريف تؤكد تطابق قيم الصدق بين التكافؤ فى الدالة المعرَّفة [ص ، ك ، ك ، ص] وفى الوصل القائم فى الدالة المعرَّفة مما يشير إلى أن التعريف يصلح دالة تحليلية بمجرد وضع ثابت التكافؤ بين شقى الدالة .

3 ـــ تعريف التكافؤ بوصل قائم بين تعريفين لدالة اللزوم ، فقد سبق أن عرفنا التكافؤ أولاً بالربط بين قضيتى لزوم (ق ⊃ ل) . (ل ⊃ ق) ، ولما كان ق ⊃ ل = ~ (ق . ~ ل) تع ، فإن :

(ق ≡ ل) = ~ (ق . ~ ل) . ~ (ل . ~ ق) تع

ويمكن أن ينشأ التكافؤ بين المعرَّف والمعرِّف لتصبح دالة تحليلية كما يلى :

ق ≡ ل	≡	~ (ق . ~ ل)	.	~ (ل . ~ ق)
ص	ص	ص	ص	ص
ك	ص	ك	ك	ص
ك	ص	ص	ك	ك
ص	ص	ص	ص	ص
√			√	

كانت تلك أهم التعريفات التى يمكن أن تنشأ بين الدالات الأساسية لنظرية حساب القضايا ، والتى سوف تفيد منها النظرية فى مرحلة لاحقة فى بناء نسقها المنطقى ، بل تمتد وجوه الاستفادة منها إلى نظريات المنطق الأخرى حيث تعد هذه التعريفات ـــ بعد التسليم بصحة الاجراءات التى قامت بناء عليها ـــ حقائق منطقية .

وقد أدركنا من خلال اجراءات التعريف أنه يمكن تعريف بعض الثوابت المنطقية عن طريق بعضها البعض ، فيما عدا ثابت السلب ، فهو فكرة أولية فى نظرية حساب القضايا نعرف بها أفكاراً أخرى بينما لا تقبل التعريف . كما أدركنا أنه يمكن اعتبار قائمة صدق كل ثابت منطقى بمثابة تعريف للثابت نفسه ، ومن ثم فكل تعريف (معرِّف) سبقت الاشارة إليه مكافىء للدالة المعرَّفة (المعرَّف) .

خامساً : تعدد المتغيرات فى الدالة :

لاحظنا أن هناك دالة ذات متغير قضوى واحد مثل دالة التناقض (~ ق) ، كما أن هناك دالة ذات متغيرين مثل دوال الوصل والفصل واللزوم والتكافؤ . لكن تنشأ الحاجة لمزيد من المتغيرات إذا امتد تناول نظرية حساب

القضايا للتعبير عن استدلالات غير مباشرة بلغة رمزية . ذلك أن مثل هذه الاستدلالات يحتوى على ثلاث قضايا أو أكثر ، يلزم للتعبير عنها رمزياً عدد من المتغيرات مساوياً لعدد القضايا ، مع وضع احتمالات اضافية بقيم الصدق الصادقة والكاذبة . ومن المعروف أنه كلما إزداد عدد المتغيرات فى الدالة أفقياً ازداد تبعاً لذلك الامتداد الرأسى لقيم صدق هذه الدالة . ففى حالة الدالة ذات المتغير الواحد (ق) نستخدم قيمتين للصدق (ص ، ك) ، فان أصبحت الدالة (~ ق) نستخدم قيمتين أيضاً هما (ك ، ص) . وفى حالة الدالة ذات المتغيرين مثل (ق ⊃ ل) نستخدم أربع قيم صدق تغطى إحتمالات الصدق والكذب وتطبق قاعدة الدالة فى كافة الحالات . وفى حالة القضية ذات المتغيرات الثلاثة نستخدم قائمة صدق تحتوى على ثمانية قيم للصدق تحت كل متغير ، فنحن أمام ثلاثة متغيرات لكل منها احتمال صدق وآخر كذب ولكل متغير علاقتين ببقية المتغيرات فينتج عن ذلك أن تشتمل قائمة الصدق على ثمانية صفوف :

$$8 = 2 \times 2 \times 2$$

ونعبر عن ذلك بالشكل التالى[39] :

ق	ل	م
ص	ص	ص
ص	ص	ك
ص	ك	ص
ص	ك	ك
ك	ص	ص
ك	ص	ك
ك	ك	ص
ك	ك	ك

(39) Kneale, Development of Logic, P 532.

أما لو كنا بصدد دالة ذات أربعة متغيرات ، فاننا نصمم قائمة صدق تحتوى على ستة عشر قيمة صدق تحت كل متغير ، وتتوزع قيم الصدق بحيث نضع تحت المتغير الأول (ق) ثمانية احتمالات متوالية للصدق ومثلها للكذب ، ونضع تحت المتغير الثانى (ل) أربع قيم صادقة فأربع كاذبة لمرتين متواليتين ، ونضع تحت المتغير الثالث (م) قيمتى صدق صادقة ومثلها كاذبة حتى تبلغ ستة عشر قيمة أما المتغير الرابع (ن) فتوضع قيمة صدق صادقة وأخرى كاذبة حتى الصف السادس عشر .

ق	ل	م	ن
ص	ص	ص	ص
ص	ص	ص	ك
ص	ص	ك	ص
ص	ص	ك	ك
ص	ك	ص	ص
ص	ك	ص	ك
ص	ك	ك	ص
ص	ك	ك	ك
ك	ص	ص	ص
ك	ص	ص	ك
ك	ص	ك	ص
ك	ص	ك	ك
ك	ك	ص	ص
ك	ك	ص	ك
ك	ك	ك	ص
ك	ك	ك	ك

ونستطيع أن نكتشف طبيعة العمل فى قوائم الصدق بالنظر إلى الأشكال الداخلية فالشكل الأول يضم احتمالين (ص ، ك) ، ويضم الشكل الثانى أربعة احتمالات ، ويضم الشكل الثالث ثمانية احتمالات وهكذا حتى نصل إلى الاحتمالات الستة عشر .

احتمالان (ص ، ك)^4 = 2 × 2 × 2 × 2 = 16

وبالنظر فى قائمة الصدق جميعها نستنتج أن احتمالاً واحداً لا يتكرر فى الصفوف الأفقية التى تشير إلى علاقة المتغيرات بعضها ببعض ، ففى الصف الأفقى الأول أربع قيم صادقة ، وفى الصف الأخير أربع قيم كاذبة وبين هذا وذلك يتضاءل عدد قيم بعينها ليحل محله عدد قيم مقابلة لها بحيث لا نجد صفاً يماثل صفاً آخر فى نوع القيم أو مواضعها .

سادساً : مجال عمل الثوابت :

يتعلق تحديد مجال الثوابت ببيان فاعلية كل ثابت وتأثير قاعدته على مجموعة من المتغيرات والثوابت التى تندرج تحته ، وكذلك علاقته بالثابت الرئيسى الذى ينطوى تحته . وتنشأ أهمية هذا الموضوع مع تعدد الثوابت فى الدالة الواحدة بالقدر الذى يمكن أن ينشأ معه خلط من جانبنا تجاه دور كل ثابت[40] .

وقد اهتم المناطقة بتحديد مجال عمل كل ثابت فاستعانوا بالنقاط ـــ كما فعل « رسل » و« هوايتهد » فى البرنكيبيا ـــ بالاضافة لبعض الحواصر البسيطة ، إلى أن توصلوا إلى صيغة تكاد تكون موضع اتفاق بصدد نوع الأقواس المستخدمة وطريقة استخدامها .

اننا لا نجد صعوبة فى تحديد مجال ثابت كالسلب فى الصيغة (~ ق) ، فهى دالة تعنى أن « ق » كاذبة ، لكن يختلف الأمر عندما نواجه قضية مركبة من قضيتين مثل : « من الكذب أن تكون الخطة طموحة والموارد قليلة » .

(40) Strawson, Op. Cit., PP. 64-65.

فإن عبرنا عنها بطريقة رمزية بقولنا :

~ ق . ل

كان تعبيراً رمزياً غير دقيق ، لأنه لا يحدد ما إذا كان المقصود أن طموح الخطة هو أمر كاذب بينما نرى أن الموارد قليلة أم أن المقصود أن نحكم بالكذب على طموح الخطة وقلة الموارد معاً . لكى نكتب الدالة المطلوبة فى صورة دقيقة علينا أن نستخدم الأقواس بطريقة تحدد مجال عمل الثوابت فنقول :

~ (ق . ل)

حيث ينصب السلب على القضية المركبة وليس على أحد عناصرها . وان أردنا سلب القضية الأولى وتقرير الثانية نكتب الدالة هكذا :

(~ ق) . ل

ولننظر فى الصيغة : [ق ⊃ (ل V م)] ، لنجد أنها تحديد معين لمجال ثابتى اللزوم والفصل بدلاً من كتابتها هكذا : ق ⊃ ل V م . وان أعدنا ترتيب الثوابت فالاختلاف لا يتوقف عند اعادة الترتيب بل يمتد إلى موضع الأقواس ، لنقارن الدالتين :

[ق V (ل ⊃ م)]

[(ق V ل) ⊃ م]

فنجد أن تغير مجال الثوابت يترتب عليه اختلاف المعنى الوارد فى الدالة كلها[41] .

وبيان ذلك أننا نفصل فى الدالة الأولى بين (ق) ودالة اللزوم بعنصريها (ل ، م) ، بينما نذهب فى الدالة الثانية إلى أن الفصل بين (ق ، ل) يستلزم (م) .

(41) Ibid., P. 65.

للأقواس دور هام فى صياغة دوال وتعريفات واستدلالات المنطق الرمزى ، والأقواس أنواع عديدة أبسطها هو (......) ، ويحتويه قوس أكبر [......] ونربط بينهما هكذا : [(   ) (   )] ، ثم هناك نوع ثالث يتضمن النوعين السابقين هو { .... } ، ويحتوى ما سبقه من أقواس هكذا :

$$\{ [(\quad) (\quad)] [(\quad) (\quad)] \}$$

وان تكرر استخدام مزيد من الثوابت لجأنا إلى استخدام مزيد من الأقواس لكى تحدد المعنى وتساعد على كشف طبيعة العلاقة بين عناصر الدالة المطولة ، وقد اتفق المناطقة على نظام للأقواس يأتى على هذا الترتيب[42] :

$$\langle \{ | < \{ [(\qquad)] \} > | \} \rangle$$

وإذا كنا نتحكم فى دور الثوابت داخل بناء الدالة بالأقواس ، فإن ثابت السلب فى أحد استخداماته ينأى على ذلك ، وذلك عندما يوضع خارج أقواس الدالة فينصب النفى فى هذه الحالة على الثابت الرئيسى أى على الدالة كلها وهنا يلعب الثابت دوراً لا يقل خطورة عن الأقواس وان كانت خطورته قد اكتسبها من استخدام الأقواس ذاتها .

(42) Terrell, D. & Baker, R. Exercises In Logic, P. 90.

الفصل الثالث
حساب القضايا والقياس الشرطى

الفصل الثالث

حساب القضايا والقياس الشرطى

مقدمـــة :

تهدف نظرية حساب القضايا إلى اقامة علاقات منطقية بين مختلف الدالات ، كما تهدف إلى تناول الاستدلالات بكافة أشكالها فى صورة رمزية للكشف عن مدى إتساقها ومن ثم صوريتها وصحتها ، وتهدف أخيراً إلى تحديد الدالات التى يمكن اعتبارها قضايا تحليلية فى نسق حساب القضايا وينطوى الهدف الأخير على أمرين : ما القضايا التحليلية ، وما عناصر النسق الاستنباطى .

تناولنا الهدف الأول للنظرية فى الفصل الثانى ، ونتناول فى الفصل الحالى محاولات التعبير عن الاستدلال — وبخاصة القياس الشرطى بكافة أنواعه — بصورة رمزية تثبت صدقها واتساقها استناداً إلى قوائم الصدق . أما الهدف الثالث فيستغرق فصلين قادمين .

نناقش هنا تناول « حساب القضايا » للاستدلال فى صورة رمزية ، وتطبيقه على القياس الشرطى ، أما القياس الحملى الاقترانى فنرجىء تناوله حتى نعرض لنظرية « دالات القضايا » .

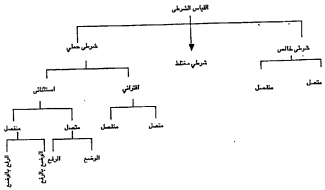
تنقسم الأقيسة الشرطية إلى عدة أنواع ، تتحدد طبيعة كل نوع بناء على تركيب مقدماته والعلاقة بينها[1] . فهناك القياس الشرطى المتصل الخالص تكون مقدمتاه ونتيجته قضايا شرطية متصلة ، وهناك القياس الشرطى المنفصل الخالص وتأتى مقدمتاه ونتيجته قضايا شرطية منفصلة . ثم هناك القياس

(1) انظر : على سامى النشار : المنطق الصورى ، ص 457 .
عزمى اسلام : الاستدلال الصورى ، جـ 1 ، ص 182 .

الشرطى المختلط ويتكون من مقدمتين شرطيتين احداهما منفصلة والأخرى متصلة ، وتكون النتيجة بالتالى إما شرطية متصلة أو شرطية منفصلة .

وهناك من ناحية ثانية قياس شرطى حملى ، وسمى حملياً لأنه يتكون فى العادة من مقدمتين احداهما — الكبرى فى غالب الأمر — شرطية متصلة أو منفصلة ، والأخرى حملية ، أما النتيجة فتأتى شرطية متصلة أو منفصلة . لكن نلاحظ أنه إذا جاءت القضية الحملية حملية عادية كان القياس اقترانياً ، وإذا جاءت حملية استثنائية كان القياس استثنائياً .

سنعرض للأنواع السابقة بمثال على كل نوع ، ثم نصوغه صياغة رمزية ونحاول التأكد من صحته باستخدام قوائم الصدق .



أولاً : القياس الشرطى الخالص : Pure Hypothetical Syllogism

وينقسم إلى نوعين كما أشرنا : شرطى متصل خالص ، وشرطى منفصل خالص .

1 ـــ الشرطى المتصل الخالص :

ويتكون من مقدمتين شرطيتين متصلتين ونتيجة شرطية متصلة ، ويأتى على أربع صور ، نكتفى بعرض صورة واحدة والبرهنة عليها بقائمة صدق .

كلما كان الايمان موجوداً عاش الناس فى رضا
وكلما كانت الفطرة سليمة كان الإيمان موجوداً

∴ كلما كانت الفطرة سليمة عاش الناس فى رضا

نعبر عن هذا المثال بالمتغيرات التقليدية التى نرمز فيها للقضية الواحدة بمتغيرين ، فيصبح كالتالى :

كلما كان ا هو ب كان حـ هو ء
وكلما كان س هو ص كان ا هو ب

∴ كلما كان س هو ص كان حـ هو ء

بالنظر إلى هذا القياس يتضح أننا حيال قياس من الشكل الأول (الضرب الأول) يتخذ صورة شرطية ، يحتوى المقدم فيها على عنصرين (موضوع ومحمول) وكذلك التالى ، ونشير فيها إلى كل حد بمتغير خاص به ، إلا أن المنطق الرمزى تخطى هذه الصياغة ووضعها لنا فى صورة أكثر بساطة يشير المتغير الواحد فيها إلى قضية بعنصريها (الموضوع والمحمول معاً) ، وهنا نعبر عن القياس السابق هكذا :

ق ⊂ ل

م ⊂ ق

―――――

∴ م ⊂ ل

ونصوغ هذا القياس فى صورة منطقية حديثة باستخدام الأقواس كما يلى :

[(ق ⊂ ل) . (م ⊂ ق)] ⊂ (م ⊂ ل)

ونلاحظ على الدالة الأخيرة أننا أضفنا ثابت الوصل بين المقدمتين لأننا نعطف المقدمة الثانية على الأولى بواو العطف . كما وضعنا المقدمتين داخل قوس كبير بحيث يربط ثابت الوصل بين نتيجة اللزومين الأول والثانى . كما يلاحظ أننا أضفنا ثابت لزوم [⊂] بين المقدمتين والنتيجة ليعبر عن طبيعة الانتقال من المقدمات إلى النتائج فى مثل هذا النوع من الاستدلالات . ونتأكد من صدق الدالة السابقة بوضعها فى قائمة صدق.لنلاحظ قيم الصدق الواردة تحت الثابت الرئيسى وهو ثابت اللزوم الثالث .

ق	⊂	ل	.	م	⊂	ق	⊂	م	⊂	ل
ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص
ص	ص	ص	ص	ك	ص	ص	ص	ك	ص	ص
ص	ك	ك	ك	ص	ص	ص	ص	ص	ك	ك
ص	ك	ك	ك	ك	ص	ص	ص	ك	ص	ك
ك	ص	ص	ك	ص	ك	ك	ص	ص	ص	ص
ك	ص	ص	ص	ك	ص	ك	ص	ك	ص	ص
ك	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ص	ك	ك
ك	ص	ك	ص	ك	ص	ك	ص	ك	ص	ك

ولكى نستخرج قيم صدق الثابت الرئيسى قمنا باجراء ما يلى :

ــ وضع الاحتمالات المختلفة (صدق ، كذب) للمتغيرات الثلاثة بواقع ثمانية إحتمالات لكل متغير حسب الترتيب التالى ، أربعة احتمالات صدق وأربعة احتمالات كذب للمتغير (ى) . احتمالان للصدق ومثلهما للكذب للمتغير (ل) ، ثم احتمال صدق واحتمال كذب على التوالى للمتغير (م) .

ــ استنتاج قيم صدق دالات اللزوم : الأولى بين (ى ، ل) ، والثانية بين (م ، ى) ، والثالثة بين (م ، ل) ، طبقاً لقاعدة اللزوم « تصدق الدالة فى كل الحالات ماعدا حالة صدق المقدم وكذب التالى » .

ــ استنتاج قيم صدق دالة الوصل التى تربط بين المقدمتين (بين نتيجة اللزوم الأول ونتيجة اللزوم الثانى) طبقاً لقاعدة دالة الوصل التى تصدق فى حالة صدق عنصريها معاً وتكذب فيما عدا ذلك .

ــ استنتاج قيمة صدق دالة اللزوم الثالث ــ وهو الثابت الرئيسى فى القياس ــ بين الوصل واللزوم الرابع ، لتظهر كل قيم الصدق تحته صادقة مما يؤكد صدق الدالة وصدق القياس بمعنى أدق واتساق مقدماته مع نتيجته .

2 ــ **الشرطى المنفصل الخالص :**

وهو قياس يتكون من قضيتين شرطيتين منفصلتين ، ونتيجته شرطية منفصلة أيضاً ، وله عدة صور منها هذه الصورة[2] :

ا إما ب أو حـ
ا إما ب أو ى

ا إما حـ أو ى

(2) عن سامى النشار : المنطق الصورى ، ص 458 .
وقارن عزمى اسلام : الاستدلال الصورى ، حـ 1 ، ص 183 .

وما أن نصوغ هذا النوع من الأقيسة ونحاول أن نتأكد من سلامته واتساقه إلا وتواجهنا صعوبة إثبات ذلك ؛ ذلك أن صورته الرمزية ان اعتمدنا على الفصل الضعيف وهى :

(م V ل) ⊂[(م V ق) . (ل V ق)]

يصدق الثابت الرئيسى فى جميع حالاته إلا حالة واحدة يكذب فيها وهنا تصبح الدالة حادثة .

وإن اعتمدنا فى صياغته على الفصل القوى وكانت دالته :

(م Λ ل) ⊂[(م Λ ق) . (ل Λ ق)]

فإن هذه الدالة تكذب لمرة واحدة تحت الثابت الرئيسى ، ونفس الأمر يحدث ان طبقنا دالة الشطب أو التنافر[3] ، التى تقول بأنه من الكذب أن نقول بصدق قضيتين (ق ، ل) معاً ونعبر عنها رمزياً ~ (ق . ل) وحينئذ تصبح الدالة :

(م . ل) ~ ⊂[(م . ق) ~ . (ل . ق) ~]

(3) اقترح « شفر » Sheffer على « رسل » رد فكرتى السلب والفصل الأوليتين إلى فكرة واحدة هى فكرة التنافر Incompatibility وصورة دالتها (ق / ل) وتقرأ من الكذب أن نقول بصدق القضيتين ق ، ل معاً ، ولكى تصدق دالة التنافر لابد أن تكذب القضيتان معاً أو احداهما على الأقل ، وتكذب الدالة إذا صدقت القضيتان . ومن ثم تصبح قائمة صدقها :

ق	ل	ق / ل
ص	ص	ك
ص	ك	ص
ك	ص	ص
ك	ك	ص

وأحد معانى دالة التنافر وجود عناد أو تناقض بين القضيتين بحيث لا تصدقان معاً مطلقاً ، ومن ثم كان التعبير الرمزى عن الدالة بصورة أخرى ~ (ق . ل) ، ولو أقمنا قائمة صدق لجاءت قيم صدق السلب وهو الثابت الرئيسى هنا مطابقة للدالة السابقة .

وكذلك لو وضعنا دالة مشتقة من تعريف دالة الفصل بأنها (~ ق ⊃ م) بحيث تصبح الدالة :

[(~ ق ⊃ ل) . (~ ق ⊃ م)] ⊃ (~ ل ⊃ م)

فإن الدالة تكذب كذلك لمرة واحدة تحت الثابت الرئيسى فى الدالة وكل حالات الكذب ناشئة عن صدق المقدم وكذب التالى لأن الثابت الرئيسى ثابت لزوم والاستدلال قياسى .

ثانياً : القياس الشرطى المختلط :

ويتكون من مقدمتين شرطيتين ، إحداهما متصلة والأخرى منفصلة ، وتأتى النتيجة إما متصلة أو منفصلة . ونسوق عليه هذا المثال :

إما أن نبذل العرق   أو   أن تتخلف مصر
إذا توافر الاخلاص   بذلنا العرق

---

١ ــ إذا توافر الاخلاص   فلن تتخلف مصر   (نتيجة متصلة)
٢ ــ إما أن يتوافر الاخلاص   أو   أن تتخلف مصر   (نتيجة منفصلة)

= وفى التقديم للطبعة الثانية لبرنكيبا نجد محاولة ناجحة لرد دالات الصدق الأربعة [التناقض ــ اللزوم ــ الفصل ــ الوصل] ، واعتمد البرنكيبا فى ذلك على مقال لـ « نيكود » وصاغها كتعريفات هى :

1   ~ ق = ق / ق   تع
2   ق ⊃ ل = ق / ~ ل   تع
3   ق ⊃ ل = ق / (ل / ل)   تع
4   ق V ل = ~ ق / ~ ل   تع
5   ق V ل = (ق / ق) / (ل / ل)   تع
6   ق . ل = ~ (ق / ل)   تع
7   ق . ل = (ق / ل) / (ق / ل)   تع

ومحاولة التحقق من هذه التعريفات بقائمة صدق يثبت أنها جميعاً دوال تحليلية .
راجع : Principia, P. XVI

وإن عبرنا عن هذا القياس بلغة حساب القضايا يصبح :

ق ∨ ل
م ⊃ ق

∴ م ⊃ ~ ل
أو م ∨ ل

إلا أن محاولة وضع هذه الصورة القياسية فى دالة والبرهنة عليها بقائمة صدق يكشفان عن كذب بعض قيم صدق الثابت الرئيسى وهو اللزوم الثانى فى الدالة ، سواء برهنا على القياس بنتيجته المتصلة :

[(ق ∨ ل) . (م ⊃ ق)] ⊃ (م ⊃ ~ ل)

أو برهنا عليه بنتيجته المنفصلة :

[(ق ∨ ل) . (م ⊃ ق)] ⊃ (م ∨ ل)

وهنا نعبر عن قضايا الفصل الواردة بالدالتين بثابت الفصل القوى مرة ، كما نعبر عنها بدالة التنافر مرة ثانية ، وسنلاحظ حينئذ صدق جميع الدالات فى صورتها الجديدة وهى :

[(ق Λ ل) . (م ⊃ ق)] ⊃ (م ⊃ ~ ل)

[(ق Λ ل) . (م ⊃ ق)] ⊃ ~ (م . ل)

[~ (ق . ل) . (م ⊃ ق)] ⊃ (م ⊃ ~ ل)

[~ (ق . ل) . (م ⊃ ق)] ⊃ ~ (م . ل)

ونكتفى بالبرهنة على دالتين فقط من بينهما بقوائم الصدق : الثانية والثالثة :

(ن ∧ ل)	.	(م ⊂ ن)	⊂	~ (م . ل)
ك	ك	ص	ص	ك
ك	ك	ص	ص	ص
ص	ص	ص	ص	ص
ص	ص	ص	ص	ص
ص	ك	ك	ص	ك
ص	ص	ص	ص	ص
ك	ك	ك	ص	ص
ك	ك	ص	ص	ص
	×		√	×

~	(ن . ل)	.	ن ⊂ م	⊂	• ⊂ ~ ل
ك		ك	ص	ص	ك
ك		ك	ص	ص	ص
ص		ص	ص	ص	ص
ص		ص	ص	ص	ص
ص		ك	ك	ص	ك
ص		ص	ص	ص	ص
ص		ك	ك	ص	ص
ص		ص	ص	ص	ص
		×		√	×

ثالثاً : القياس الشرطى الحملى الاقترانى :

وهو قياس يتكون من مقدمتين احداهما حملية والأخرى شرطية ، والمقدمة الشرطية إما أنها متصلة أو منفصلة . ومن ثم ينقسم هذا القياس إلى نوعين : (اقترانى متصل ، واقترانى منفصل) ولكل نوع عدة صور ، سنكتفى بعرض مثال لكل نوع مع محاولة صياغته بلغة حساب القضايا والبرهنة عليه بقائمة صدق .

ا ــ القياس المتصل :

ونقصد به النوع الأول الذى يتكون من مقدمتين كبراهما حملية والصغرى شرطية متصلة ، والنتيجة شرطية متصلة :

كل ا هو ب
إذا كانت حـ كانت ا
____
∴ إذا كانت حـ كانت ب

وعند محاولة نقل هذا القياس إلى دالة بلغة نظرية حساب القضايا نتوقف بعض الوقت أمام المقدمة الحملية ، هل نصوغها دالة لزومية على أساس أن حساب القضايا يرد القضية الكلية الموجبة إلى صيغة شرطية : (ق ⊂ ل) ، أم نصوغها كقضية تكافؤ حيث أن (ا) هو عين (ب) ونرمز لها بالدالة (ق ≡ ل) . لنحاول البرهنة على صدق الأمرين :

لنأخذ بالاحتمال الأول ونصوغ القضية الحملية قضية لزوم

[(ق ⊂ ل) . (م ⊂ ق)] ⊂ (م ⊂ ل)

ونبرهن على الدالة القياسية كلها بقائمة صدق :

م ⊂ ل		⊂	م ⊂ ق	.	ق ⊂ ل
ص		ص	ص	ص	ص
ص		ص	ص	ص	ص
ك		ص	ص	ك	ك
ص		ص	ص	ك	ك
ص		ص	ك	ك	ص
ص		ص	ص	ص	ص
ك		ص	ك	ك	ص
ص		ص	ص	ص	ص
×		√		×	

أما ان أخذنا بالاحتمال الثانى واعتبرنا القضية الحملية (الكلية الموجبة) دالة تكافؤ (ق ≡ ل) ، تصبح دالة القياس :

[(ق ≡ ل) . (م ⊂ ق)] ⊂ (م ⊂ ل)

وتصدق كل قيم الصدق الواردة تحت الثابت الرئيسى فى الدالة وهو ثابت اللزوم الثانى .

ل ⊂ م	⊂	ق ⊂ م	.	ق ≡ ل
ص	ص	ص	ص	ص
ص	ص	ص	ص	ص
ك	ص	ص	ك	ك
ص	ص	ص	ك	ك
ص	ص	ك	ك	ك
ص	ص	ص	ك	ك
ك	ص	ك	ك	ص
ص	ص	ص	ص	ص
×	√		×	

ب ــ القياس المنفصل :

ونقصد به النوع الثانى الذى يتكون من مقدمتين كبراهما حملية والصغرى شرطية منفصلة والنتيجة شرطية منفصلة :

ں ≡ ص

كل ى هو ا

ص ل م

ا هو ب V حـ

ں ل م

∴ ى هو ب V حـ

ويمكن أن ننقل الصورة الرمزية السابقة إلى صورة دالة بلغة نظرية حساب القضايا مع ملاحظة أننا أبقينا على توزيع احتمالات قيم الصدق للمتغيرات ق ، ل ، م ، ں بنفس النسب التى تواضعنا عليها رغم تغير موضع هذه المتغيرات ، ونقترح من جانبنا الصيغة :

[(م V ل) ≡ ں] ⊂ [(م V ل) ≡ ق)] . [(ق ≡ ں)]

وأول ما نلاحظه على هذه الدالة أن جاءت أكثر تركيباً من الدوال السابقة ، وقد تعمدنا ذلك لكي نعبر بدقة عن الصورة الأصلية للقياس ، فلنحاول التأكد من صحة ما افترضناه :

ب	≡	ق	.	ق	≡	(ل	V	م)	⊃	ب	≡	(ل	V	م)
ص	ص	ص	ص		ص	ص	ص	ص	ص		ص		ص	
ك	ك	ص	ك		ص	ص	ص	ص	ص		ك		ص	
ص	ص	ص	ص		ص	ص	ص	ك	ص		ص		ص	
ك	ك	ص	ك		ص	ص	ص	ك	ص		ك		ص	
ص	ص	ص	ص		ص	ك	ص	ص	ص		ص		ص	
ك	ك	ص	ك		ص	ك	ص	ص	ص		ك		ص	
ص	ص	ص	ك		ك	ك	ك	ك	ص		ك		ك	
ك	ك	ص	ك		ك	ك	ك	ك	ص		ص		ك	
ص	ك	ك	ك		ك	ص	ص	ص	ص		ص		ص	
ك	ص	ك	ك		ك	ص	ص	ص	ص		ك		ص	
ص	ك	ك	ك		ك	ص	ص	ك	ص		ص		ص	
ك	ص	ك	ك		ك	ص	ص	ك	ص		ك		ص	
ص	ك	ك	ك		ك	ك	ص	ص	ص		ص		ص	
ك	ص	ك	ك		ك	ك	ص	ص	ص		ك		ص	
ص	ك	ك	ك		ص	ك	ك	ك	ص		ك		ك	
ك	ص	ك	ص		ص	ك	ك	ك	ص		ص		ك	
	1		6		4		2		7		5		3	

تأتى قيم الصدق تحت الثابت الرئيسى ــ وهو ثابت اللزوم الوحيد بالدالة والذى يربط بين المقدمتين والنتيجة ــ صادقة جميعها وهذا يشير إلى أن الدالة تحليلية . وقد قمنا بالخطوات التالية للتأكد من سلامة القياس وصدق الدالة .

ــ وضعنا قيم صدق لكل متغير (ٯ ، ل ، م ، ں) على الترتيب (8) قيم صدق (ص) و(8) قيم صدق (ك) للمتغير (ٯ) ، ثم (4) قيم صدق (ص) و(4) قيم صدق (ك) للمتغير (ل) ، ووضعنا (2) قيمة صدق (ص) و(2) قيمة صدق (ك) للمتغير (م) ، ثم وضعنا أخيراً قيمة صدق واحدة (ص) وأخرى (ك) للمتغير (ں) على التوالى بحيث تبلغ قيم الصدق (ص ، ك) تحت كل متغير (16) قيمة صدق .

ــ قمنا بالاجراء رقم (1) وهو التكافؤ بين (ں ، ٯ) طبقاً لقاعدة دالة التكافؤ ، ثم اجراءات الفصل (2) فى المقدمة الثانية ، والفصل (3) فى النتيجة طبقاً لقاعدة دالة الفصل .

ــ استخراج قيمة التكافؤ (4) الناشىء بين (ٯ) وقضية الفصل (ل V م) فى المقدمة الثانية . وكذلك استخراج قيمة التكافؤ (5) فى النتيجة بين (ں) وقضية الفصل (ل V م) .

ــ استخراج قيمة علاقة الوصل بين المقدمتين وهو الاجراء (6) .

ــ القيام بالاجراء (7) وهو تحديد قيم الصدق تحت الثابت الرئيسى (اللزوم) بين نتيجة الوصل بين المقدمتين والتكافؤ بين عنصرى النتيجة .

وهكذا ننتهى من عرض نماذج لأنواع القياس الاقترانى التى تبلغ خمسة أنواع هى : القياس الشرطى الخالص بنوعيه المتصل والمنفصل والقياس الشرطى المختلط ثم القياس الشرطى الاقترانى بنوعيه المتصل والمنفصل . بقى أن نعرض فى مقابل تلك الأنواع للقياس الاستثنائى .

رابعاً : القياس الشرطى الحملى الاستثنائى :

وينقسم هو الآخر إلى نوعين أساسيين : استثنائى متصل ، واستثنائى منفصل .

(١) القياس الاستثنائى المتصل :

يتكون من مقدمتين كبراهما شرطية متصلة والصغرى حملية استثنائية والنتيجة حملية ، ويأتى على صورتين :

1 ــ صورة الاثبات فى حالة الوضع أو الوضع بالوضع Ponendo Ponens وتأتى المقدمة الصغرى فيها مثبتة للمقدم ، ومن ثم فالنتيجة مثبتة للتالى(4) .

2 ــ صورة نفى المقدم فى النتيجة وتسمى حالة الرفع بالرفع Tollend tollens وتأتى المقدمة الصغرى فيها نافية للتالى ، ومن ثم فالنتيجة نافية للمقدم .

لنبدأ بالصورة الأولى :

إذا سطعت الشمس غردت الطيور
لكن الشمس ساطعة

∴ الطيور تغرد

نلاحظ على هذا النوع من القياس أن المقدمة الصغرى فيه والنتيجة مكرر ان فى المقدمة الكبرى ، ومن ثم ليس لدينا إلا قضيتان ، بحيث تصلح دالة القضية ذات المتغيرين بلغة حساب القضايا لتناوله(5) :

ق ⊃ ل
ق

∴ ل

(4) Cohen & Nagel, An Introduction to Logic, P. 102.

(5) Copi, Introduction to Logic, P. 293.

وصورته على هيئة دالة هى « [(ق ⊂ ل) . ق] ⊂ ل » ، ويمكن البرهنة على صدق هذه الدالة بقائمة صدق .

ق ⊂ ل	. ق	⊂	ل
ص	ص ص	ص	ص
ك	ك ص	ص	ك
ص	ك ك	ص	ص
ص	ك ك	ص	ك

وصيغة الدالة Modus Ponens هى احدى قواعد الاستدلال الهامة لا نعرضها هنا لبداهتها فقط أو لأنها صيغة تحليلية ، وانما يستخدمها المناطقة كقاعدة توجه استدلالاتنا ، ذلك أن التسليم بقضية لزوم (ق ⊂ ل) مع إثبات المقدم (ق) يلزم عنه التسليم بالتالى (ل) .

ونلاحظ على هذا النوع من القياس أنه يجرى على وتيرة واحدة هى أن وضع المقدم (اثباته) ينتج عنه وضع التالى ، وليس العكس ، وبيان ذلك المثال[6] :

إذا كان هذا إنساناً فهو حيوان
لكنه حيوان

لا إنتاج

ونضع هذا القياس فى صورة دالة :

[(ق ⊂ ل) . ل] ⊂ ق

(6) عبد الرحمن بدوى : المنطق الصورى ، ص 218 .

لنجد أن ثابت اللزوم الرئيسي لا يصدق في كل حالاته فالقياس غير منتج . وعلة فساد هذا القياس في صورته التي تخالف حالة الوضع بالوضع ، أننا نسلم في القاعدة الاستدلالية بأن الكل (ى) يستلزم الجزء الذي يندرج تحته (ل) ، فان سلمنا باثبات الأول سلمنا باثبات التالي ، أما ان عكسنا هذا الوضع وأثبتنا التالي وهو الجزء (ل) في المقدمة الصغرى فان ذلك ينطوي على مخاطرة التسليم باحتواء الجزء للكل ان توقعنا أن يأتي قياسنا منتجاً .

أما الصورة الثانية وهي حالة نفي المقدم في النتيجة فهي صورة الرفع بالرفع ، ولنضرب مثالاً عليها :

إذا عزف أحمد على البيان غردت الطيور
لكن الطيور لا تغرد

∴ أحمد لا يعزف على البيان

ومن البديهي أن المنطق لا يعنى بمضمون القضايا وانما بصورتها ، ونحن إذ نقدم أمثلة ذات مضمون فذلك لبيان فكرة اللزوم في القياس . لذا يمكن التعبير عن المثال السابق بصورة تحوي متغيرات :

إذا كان ا هو ب كان حـ هو ى
لكن حـ ليس ى

∴ ا ليس ب

ويمكن التعبير عن نفس المثال بصورة دالة :

[(ق ⊃ ل) . ~ ل] ⊃ ~ ق

ونتأكد من صحة الدالة بقائمة صدق :

ق ⊃ ل	.	~ ل	⊃	~ ق
ص	ك	ك	ص	ك
ك	ك	ص	ص	ك
ص	ك	ك	ص	ص
ص	ص	ص	ص	ص

جاءت جميع قيم الصدق تحت الثابت الرئيسى (اللزوم الثانى) صادقة ، فالدالة صحيحة والقياس منتج . أما فى حالة مخالفة القاعدة التى يشير إليها القياس بأن نحاول نفى مقدم القضية الشرطية (ق) بحيث تصبح المقدمة الصغرى (~ ق) وتصبح النتيجة (~ ل) فان القياس غير منتج . وبيان ذلك أن البرهنة من خلال قائمة صدق على صحة الافتراض الأخير الذى تعبر عنه الدالة[7] :

[(ق ⊃ ل) . ~ ق] ⊃ ~ ل

تثبت أنها دالة تركيبية .

وعلة ذلك ببساطة أننا ان سلمنا بكذب الكل (المقدم فى القضية الشرطية) فلا يلزم عن ذلك أن نسلم بكذب جميع الأجزاء المندرجة تحته (التالى فى القضية الشرطية) :

(7) Copi, Op. Cit., P. 295.

~ ل	⊃	~ ق	.	ل	⊃	ق
ك	ص	ك	ك		ص	
ص	ص	ك	ك		ك	
ك	ك	ص	ص		ص	
ص	ص	ص	ص		ص	

ب ـ القياس الاستثنائي المنفصل :

يتكون هذا القياس من مقدمتين كبراهما شرطية منفصلة والصغرى حملية استثنائية والنتيجة قضية حملية ، ويأتى هذا النوع من القياس على صورتين :

1 ـ صورة الرفع بالوضع Ponendo tollens

قياس يتكون من مقدمتين ونتيجة . المقدمة الكبرى شرطية منفصلة ، والمقدمة الثانية حملية استثنائية تثبت أحد البديلين فى المقدمة الكبرى . وتأتى النتيجة نافية للبديل الآخر[8] . وثمة مثال شهير على هذه الصورة :

إما أن يكون العالم حادث أو أنه قديم
لكن العالم حادث

∴ العالم ليس قديماً

ونعبر عنه بلغة المتغيرات هكذا :

إما أن يكون ا هو ب أو ا هو حـ
لكن ا هو ب

∴ ا ليس حـ

(8) Greenstein. C. H., **Dictionary of Logical Terms and Symbols**, Item, "Modus Ponendo Tollens", P. 153.

ونصوغه كدالة بلغة حساب القضايا الرمزية :

ل ~ ⊂ [ق . (ل V ق)]

إلا أن محاولة البرهنة على صحة هذه الدالة تطلعنا على كذب احدى قيم الصدق الواردة تحت ثابت اللزوم وهو الثابت الرئيسى فى الدالة مما يدل على أن ثمة خطأ فى طريقة صياغتنا للدالة ، وأغلب الظن أن يتعلق بثابت الفصل الضعيف الوارد فى المقدمة الكبرى الشرطية المنفصلة . لنستبدل الفصل القوى وعلامته (Λ) بالفصل الضعيف (V) ونعيد صياغة الدالة :

ل ~ ⊂ [ق . (ل Λ ق)]

مع الأخذ فى الاعتبار ما تعنيه دالة الفصل القوى والتى تصدق فى حالة اختلاف البدائل وتكذب فى حالة اتفاقهما ، ولنتأكد من قيمة التعديل المقترح بالحكم على الدالة من خلال قائمة صدق :

ل ~	⊂	ق	.	ل	Λ	ق
ك	ص	ص	ك		ك	
ص	ص	ص	ص		ص	
ك	ص	ك	ك		ص	
ص	ص	ك	ك		ك	

ومن جهة ثانية يقترح « كوهن وناجل » تعديل صيغة دالة الفصل فى القياس الأول (ق V ل) لتصبح « ليس ق ، ل معاً » [~ (ق . ل)] وكأنهما بذلك يستخدمان دالة الشطب أو التنافر ، فلنتأكد من صحة الدالة كما اقترحاها[9] :

(9) Cohen & Nagel, Op. Cit., PP. 102-3.

~ ل	⊂	ق	.	ل	.	ق	~
ك	ص	ص	ك		ص		ك
ص	ص	ص	ص		ك		ص
ك	ص	ك	ك		ك		ص
ص	ص	ك	ك		ك		ص
=		×	=				×

تصدق الدالة فى صورتيها المعدلتين عندما استخدمنا الفصل القوى وعندما أخذنا باقتراح « كوهن وناجل » باستخدام دالة الشطب ، مما يدل على عمق الفصل القائم بين البديلين فى الشرطية المنفصلة بحيث أن اختيار أحدهما يعنى التخلى تماماً عن الآخر . ويرتبط فى رأينا بهذا التباين الناشىء بين عنصرى الشرطية المنفصلة أمراً لم يتوفر بين عنصرى الشرطية المتصلة ، ونعنى به هنا قابلية الدالة الحالية لأن نستبدل القضية الحملية (المقدمة الصغرى) بحيث تثبت حداً آخر ، فبدلاً من الصيغة السابقة :

ل ~ ⊂ [ق . (ل . ق) ~]

نقترح :

ق ~ ⊂ [ل . (ل . ق) ~]

ولنتأكد من صحتها :

~ ق	⊃	ل	.	ل	.	ق	~
ك	ص	ص	ك				ك
ك	ص	ك	ك				ص
ص	ص	ص	ص				ص
ص	ص	ك	ك				ص
×	√		×				

الدالة صحيحة اذن ومنتجة وهذا يثبت صدق ما ذهبنا إليه من اختلاف فى طبيعة نوعى القياس الاستثنائى ، وينشأ هذا الاختلاف عن صورة المقدمة الشرطية فى كل منهما وفى المثالين اللذين أقمنا بينهما مقارنة على الأقل .

2 ــ صورة الوضع بالرفع Tollendo Ponens

قياس يتكون من مقدمتين ونتيجة . المقدمة الكبرى شرطية منفصلة ، والمقدمة الصغرى حملية استثنائية تنفى أحد البديلين فى المقدمة الكبرى ، بينا تثبت النتيجة البديل الآخر[10] . ومثالنا على هذا القياس :

اما أن يكون ا هو ب   أو يكون حـ هو ء

لكن ا ليس ب

∴ حـ هو ء

ويمكن أن نعبر بلغة حساب القضايا الرمزية عن هذا القياس بدالتين احداهما تحتوى على الفصل الضعيف والأخرى تحتوى على الفصل القوى فى تصوير المقدمة الكبرى :

(10) Greenstein, Op. Cit., P. 128 & P. 153.

الأولى : [(ق V ل) . ~ ق] ⊃ ل

الثانية : [(ق Λ ل) . ~ ق] ⊃ ل

تصدق الدالتان عندما نضعهما فى قائمة صدق ، إلا أننا لو حاولنا استخدام دالة التنافر (الشطب) « ~ (ق . ل) » فى التعبير عن المقدمة الكبرى فى هذه الحالة فسنجد أن دالة القياس الناتجة دالة تركيبية .

لنحاول أن نعبر عن صورة الوضع بالرفع بحيث تأتى المقدمة الصغرى تكراراً للبديل الثانى فى القضية الشرطية المنفصلة ، ومثال ذلك :

إما أن يكون ا هو ب أو يكون حـ هو ى

لكن حـ ليس ى

∴ ا هو ب

الصورة الرمزية لهذا القياس هى :

[(ق V ل) . ~ ل] ⊃ ق

أو :

[(ق Λ ل) . ~ ل] ⊃ ق

تصدق الدالتان أيضاً عند محاولة البرهنة على صدقهما وصحتهما باستخدام قوائم الصدق ، ونكتفى بالبرهنة على دالة واحدة منهما :

ق	⊃	ل ~	.	ل	Λ	ق
ص	ص	ك	ك		ك	
ص	ص	ص	ص		ص	
ك	ص	ك	ك		ص	
ك	ص	ص	ك		ك	

ونختتم هذه الفقرات عن القياس الحملى الاستثنائى بشقيه المتصل والمنفصل بمحاولة صياغة القواعد الصورية التى يخضع لها ، نلخص بها ما سبق لنا تفصيله ولنستعن بها فى فصول تالية من هذا الكتاب وبخاصة ما يتعلق من هذا الفصول بالاستنباط .

نوع القياس	صحيـــح	فاســـد
1 ـــ الوضع بالوضع	إذا كان (ق) كان (ل) لكن (ق) ∴ (ل)	إذا كان (ق) كان (ل) لكن (ل) ∴ (ق)
2 ـــ الرفع بالرفع	إذا كان (ق) كان (ل) لكن ليس (ل) ∴ ليس (ق)	إذا كان (ق) كان (ل) لكن ليس (ق) ∴ ليس (ل)
3 ـــ الرفع بالوضع	ليس (ق) و (ل) معاً لكن (ق) ∴ ليس (ل)	اما (ق) أو (ل) لكن (ق) ∴ ليس (ل)
4 ـــ الوضع بالرفع	اما (ق) أو (ل) لكن ليس (ق) ∴ (ل)	ليس (ق) و (ل) معاً لكن ليس (ق) ∴ (ل)

الفصل الرابع
الصيغ التحليلية فى حساب القضايا

الفصل الرابع

الصيغ التحليلية فى حساب القضايا

مقدمـــة :

وضع « فريجه » أصول نظرية حساب القضايا ، التى أخذت شكلاً متكاملاً فى كتاب **برنكيبيا** . ومن المعروف أن أحد أهداف هذه النظرية عند مؤسسيها (فريجه ورسل وهوايتهد) اقامة صيغ تحليلية أو قضايا تحصيل حاصل[1] . وتشكل تحصيلات الحاصل رصيداً هاماً لنظرية من النظريات ؛ فهناك قضايا أولية تؤسس عليها أى نظرية ، وهناك أيضاً مبرهنات مشتقة منها ، والصلة بين الأُوّلى والمشتق صلة وثيقة فى المنطق ، ان سلمنا بالنوع الأول لبداهته أو صادرنا عليه فالتسليم بالقضايا المشتقة أمر لازم لزوماً منطقياً طبقاً لقواعد الاستدلال المعمول بها .

وثمة طرق للتحقق من أن دالة منطقية ما تعد صيغة تحليلية ، أشرنا إلى احداها وتتمثل فى التعويل على قوائم الصدق ، وتدور بقية الطرق حول سبل رد المبرهنة إلى أصولها التى اشتقت منها . سنكتفى فى هذا نفصل بالالمام بطبيعة ما هو تحليلى مع الاشارة إلى نماذج من الصيغ التحليلية كما وردت عند بعض المناطقة المعاصرين .

أولاً : صيغ قضايا المنطق :

هناك ثلاثة أنواع من الصياغات أو الدوال المنطقية وأساس التقسيم ينشأ عن النظر إلى نوع قيم الصدق التى ترد تحت الثابت الرئيسى فى دالة منطقية تشملها قائمة صدق . فان جاءت قيم الصدق كلها صادقة كانت الدالة تحليلية ، وان جاءت جميع قيم الصدق كاذبة كانت الدالة متناقضة ، أما ان صدقت بعض قيم

(1) محمود زيدان : المنطق الرمزى ص 213 .

الصدق وكذب بعضها الآخر فالدالة حادثة أو تركيبية . سنفرد للنوع الأول مساحة أوسع لذلك نرجىء تناوله حتى نعرض للنوعين الآخرين .

1 ـــ الصيغ المتناقضة : Contradictory

صيغ كاذبة كذباً منطقياً ، وتنشأ الصيغة أو الدالة المتناقضة عندما يربط الثابت الرئيسى فى الدالة بين ثابتين آخرين أو أكثر (تشير الثوابت الفرعية إلى قضايا عنصرية أو ذرية) بحيث تأتى كل قيم الصدق تحت هذا الثابت كاذبة .

ونرى أن الاتيان بصيغة منطقية متناقضة ليس نتيجة عشوائية لخطوات غير دقيقة ، وانما يستلزم الالمام بقواعد الاستدلال فى المنطق بالاضافة إلى ادراك طبيعة اجراءات الثوابت المنطقية . وحجتنا على ذلك الصيغة :

[(ل ~ . ق) . (ل ⊂ ق)]

هذه دالة وصل بين قضيتين (قضية لزوم بين حدين ، وقضية وصل بين الحد الأول وسلب الثانى) . نعرض أولاً لقائمة صدقها ثم نقوم بتحليلها :

ل ~ . ق	.	ل ⊂ ق
ك	ك	ص
ص	ك	ك
ك	ك	ص
ك	ك	ص

نعلم أن دالة الوصل تصدق فى حالة صدق عنصريها معاً ، ونلاحظ أن قيم صدق دالة اللزوم (ص ، ك ، ص ، ص) بينما قيم ثابت الوصل الثانى هى على النقيض من القيم الأولى (ك ، ص ، ك ، ك) ، فان قمنا باجراء الوصل بينهما كانت قيم الدالة جميعها (ك ، ك ، ك ، ك) أى أنها دالة متناقضة .

لكننا ان اقترحنا الفصل [سواء القوى منه أو الضعيف] بدلاً من الوصل كرابطة بين عنصرى الدالة ؛ لحصلنا على دوال أو صيغ تحليلية :

[(ل ~ . ق) V (ل ⊂ ق)]

أو

[(ل ~ . ق) Λ (ل ⊂ ق)]

وعلينا أن نعيد النظر فى الدالة المتناقضة التى سبق الاشارة إليها :

[(ل ~ . ق) . (ل ⊂ ق)]

لنلاحظ أن تعديلاً يسيراً على القضية الثانية ، بالاضافة إلى تغيير ثابت الوصل إلى ثابت تكافؤ بين القضيتين العنصرين ، يجعلانا نحصل على دالة تحليلية :

[(ل ~ . ق) ~ ≡ (ل ⊂ ق)]

والحقيقة أن الصيغة الأخيرة ما هى إلا تعريف اللزوم بالوصل والسلب الذى سبق أن سقناه فى الفصل الثانى من هذا الكتاب .

لننظر فى صيغة متناقضة جديدة :

[(ل ~ ⊂ ق) ~ ≡ (ل ~ ⊂ ق)]

وينشأ التناقض هنا من أنه لا تكافؤ بين قضية ونقيضها :

(ل ~ ⊂ ق)	~	≡	ل ~ ⊂ ق
ك	ص	ك	ك
ص	ك	ك	ص
ص	ك	ك	ص
ص	ك	ك	ص
	×		×

مثال أخير على الدالة المتناقضة :

[(ل ~ . ق ~) ≡ (ل V ق)]

وينشأ التناقض هنا عن نقصان مقصود فى تعريف دالة الفصل ، فالشق الأول دالة فصل ، والشق الثانى محاولة تعريف لها يصبح كاملاً عندما نقيم اجراء نفى (~) لها بحيث تصبح :

(ل ~ . ق ~) ~

لكن لم يتم نفى الدالة فأصبح التكافؤ أو التطابق مستحيلاً ، وبيان ذلك قائمة صدق للدالة :

ل ~ . ق ~	≡	ل V ق
ك	ك	ص
ك	ك	ص
ك	ك	ص
ص	ك	ك

2 ــ الصيغ الممكنة : **Contingent**

هى الصيغ التركيبية التى تصدق بعض قيم صدق الثابت الأساسى فيها وتكذب قيم أخرى . ومن الأمثلة عليها كل الدالات المركبة أو التى تحتمل حالات صدق وحالات كذب مثل :

(ق) ، (~ ق) ، (ق V ل) ، (ق . ل) ، (ق ⊃ ل) ، (ق ≡ ل) ... وصيغ أخرى كثيرة[2] .

(2) Copi, Symbolic Logic, P. 28 & P. 61.

والقضايا المنطقية من هذا النوع قضايا ممكنة الصدق Possible truth وهى قضايا ليست متناقضة تناقضاً ذاتياً ، بل يحصرها بعض الكتاب فى قضايا لا تتسم بالضرورة المنطقية(3) .

ويكفى أن توجد قيمة صدق واحدة كاذبة تحت الثابت الرئيسى الذى يحدد طبيعة العلاقة بين شطرى الدالة أو عناصرها لكى نحكم عليها بأنها دالة ممكنة ، ومثال ذلك :

[(م V ل) ⊂ (ل ⊂ ن)]

وسبب أنها دالة ممكنة أنه لا يكفى استلزام حد لآخر لكى يلزم عن ذلك علاقة الآخر بحد ثالث حتى لو كانت علاقة فصل .

م	V	ل	⊂	ل	⊂	ن
ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص
ك	ص	ص	ص	ص	ص	ص
ص	ص	ك	ص	ك	ك	ص
ك	ك	ك	ص	ك	ك	ص
ص	ص	ص	ص	ص	ص	ك
ك	ص	ص	ص	ص	ص	ك
ص	ص	ك	ص	ك	ص	ك
ك	ك	ك	ك	ك	ص	ك

ونلاحظ أن الدالة كذبت فى حالة كذب ن ، ل ، م معاً .

(3) Brody, B.A., "Glossary of Logical Terms" ed. in Encyclopedia of Philosophy, Vol. 5, P. 68.

ويكفى أن توجد قيمة صدق واحدة صادقة تحت الثابت الرئيسى فى الدالة لكى نحكم عليها بأنها دالة ممكنة . فالدالة الممكنة تتضح من مثالين : الأول حالة كذب واحدة ، الثانى حالة صدق واحدة ، وان تعددت حالات كل نوع من وجود حالة من النوع الآخر فالدالة ممكنة أيضاً[4] .

أمثلة أخرى على دوال ممكنة :

(ق . ل) V ~ ق

(ق V ل) . ~ (ق . ل)

(ق V ~ ق) . ق

≢ (ق . ل) V ق

~ (ق . ل) V [(م V ق) . (م . ل)]

(ق ≡ ل) ⊂ (ق V ل)

3 ـــ صيغ تحصيلات حاصل : Tautologous

قضايا صادقة صدقاً منطقياً Logically true ، تصدق القضية منها بصرف النظر عما تشير إليه قيم صدق قضاياها العنصرية . بحيث تصبح الصيغة « ا أو لا ا » من قضايا تحصيل الحاصل ، ذلك أنه ان كانت « ا » صادقة فان القضية كلها صادقة ، وان كانت « ا » كاذبة فان « لا ا » صادقة ومن ثم تظل القضية كلها صادقة[5] .

وقضايا تحصيل الحاصل تشكل أساساً هاماً للمنطق الرمزى من حيث صورته كنسق استنباطى ، ذلك أن بنيان النسق وعناصره من تعريفات وبديهيات ومصادرات ومبرهنات ... الخ ليس سوى قضايا صادقة صدقاً منطقياً يؤدى انكارها إلى وقوع فى التناقض ، كما أن الحالات المحتملة للربط بين عناصرها لا تنطوى على كذب قط ، وبيان ذلك تحليل بنية الصيغة ذاتها أو

(4) Mckay, Th. J., Modern Formal Logic, P. 58.

(5) Brody, B., Op. Cit., P. 76.

حتى البرهنة عليها من خلال قائمة صدق ، حيث تأتى قيم صدق الرابطة التى تربط بين القضايا الأساسية صادقة دائماً[6] .

وكنا قد أشرنا إلى أن الصيغ الممكنة تشمل قيم صدق صادقة وأخرى كاذبة ، وقد دعا هذا الاختلاف بين الصيغ الممكنة والصيغ التحليلية إلى أن يذهب « ريشنباخ » إلى أن الصيغ الممكنة تنبئنا بشيء ما حيث تحدد حالات الصدق — وليست حالات الكذب — قيم صدق القضايا الذرية المكونة للصيغة . بينما لا تنبئنا الصيغ التحليلية فى مقابل ذلك بأى شيء مادامت لا تحتوى على أى تحديدات أو حصر للقضايا الذرية . ومن هنا استنتج « ريشنباخ » أن صيغ تحصيلات الحاصل صيغ فارغة empty شريطة أن نميز التصور « فارغ » عن التصور « لا معنى له » meaningless فالصيغ التحليلية ذات معنى رغم أنها فارغة[7] .

وقد عارض بعض المناطقة هذا الاستنتاج فلا يعقل لديهم أن يصبح المنطق بلا جدوى أو فائدة لاحتوائه على صيغ فارغة فى بنيانه ، لكن يمكن الرد ببساطة على هؤلاء،فرغم حماسهم لاضفاء شرعية مفتقدة لديهم على الصيغ التحليلية إلا أن من بديهيات المنطق الصورى أنه « لا يعنى بموضوعات تتصل بقيم صدق واقعية Factual truth-value لأنها تقع خارج نطاق المنطق ، وانما يعنى المنطق الصورى بدراسة علاقات قيم الصدق »[8] . وتخضع هذه العلاقات لقواعد منطقية صورية وصارمة .

ومن ناحية ثانية فإنه رغم أن الصيغة التحليلية فارغة ، إلا أن القول بأن صيغة معينة صيغة تحليلية قول غير فارغ وإنما ينطوى على معنى . إن أحد أهداف المنطق تحديد الصيغ التحليلية بعرضها لنا — بوصفه علماً — كوسيلة أو أداة خاصة لعمليات الفكر الضرورية لكافة العلوم . نلاحظ أن كل علم يبدأ من صيغ تحليلية ويقيم بناء عليها من الفروض والاستنتاجات ، ونحن فى حاجة

(6) Riechenbach, Elements of Symbolic Logic, P. 37.

(7) Ibid.

(8) Mckay, Op. Cit., P. 57.

لمثل هذه الصيغ فى المنطق بوجه خاص لأنها أساس كل بناء نسقى ووسيلتنا فى البرهان ، شريطة ألا يضفى استخدامها أى محتوى تجريبى على نسق من الأنساق .

وقبل أن نعرض لنماذج من قضايا تحصيلات الحاصل ، نتوقف عند أشهر ثلاثة مبادىء اكتسبت رصيداً فى هذا المجال ونعنى بها قوانين الفكر الأساسية .

ثانياً : قوانين الفكر الأساسية :

ان من يعرّفون المنطق بأنه علم قوانين الفكر يقررون دائماً أنه توجد ثلاثة قوانين أساسية للفكر تعد ضرورية وكافية لكل فكر سليم . وتحمل هذه القوانين تسميات تقليدية : مبدأ الهوية ومبدأ التناقض (أو عدم التناقض) ومبدأ الثالث المرفوع . وقد أقام « أرسطو » منطقه الصورى مستنداً إلى تلك القوانين ، والحد الأوسط فى القياس ان تغيرت هويته أو ذاتيته لما أقيم القياس على أساس صحيح ، ولما كان الانتاج ممكناً ، وإذا اجتماع النقيضان لما توصل العقل الانسانى إلى نتيجة فيم بقيم من استدلالات[9] . صحيح أن « أرسطو » لم يشر إلى هذه القوانين بأسمائها المعروفة بها بعد عصره إلا أنه صاغ منطقه طبقاً لها كما استعان بها فى تعريفه للصدق والكذب[10] .

ونعرض لصيغة هذه المبادىء :

— مبدأ الهوية Identity ويقرر أنه ان كانت هناك قضية ما صادقة ، فهى إذن صادقة .

— مبدأ التناقض Contradiction ويقرر أنه لا يمكن وجود قضية صادقة وكاذبة معاً .

— مبدأ الثالث المرفوع Excluded Middle ويقرر أن أى قضية إما أن تكون صادقة أو كاذبة .

(9) على سامى النشار : المنطق الصورى ، ص 74 ، ص 82 .

(10) Kneale W. & M. The Development of Logic, P. 46.

ويمكن أن نعيد صياغة هذه المبادىء فى لغة منطقية معاصرة : يقرر مبدأ الهوية أن نعتبر كل قضية صيغتها (ق ⊃ ق) قضية صادقة بمعنى أن كل قضية تماثلها من قبيل تحصيل الحاصل . ويقرر مبدأ التناقض أن كل قضية تأخذ الصيغة (ق . ~ ق) قضية فاسدة بمعنى أن كل قضية من نوعها تنطوى على تناقض ذاتى . ونستطيع أن نتخلص من هذا التناقض الذاتى بأن ندخل ثابت النفى على الصيغة السابقة لتصبح « ~ (ق . ~ ق) » وهذه صيغة تحصيل حاصل . أما مبدأ الثالث المرفوع فيقرر أن كل قضية من نوع (ق V ~ ق) قضية صادقة صدقاً منطقياً ومن ثم فكل قضية مماثلة لها تعد من تحصيل الحاصل[11] .

وقد ثارت اعتراضات على هذه المبادىء بين وقت وآخر ، إلا أن معظم هذه الاعتراضات قد نشأ عن سوء فهم . تم توجيه نقد إلى مبدأ الهوية على أساس أن الأشياء فى تغير مستمر وينسحب هذا الأساس على ما يعد صادقاً ، مثال ذلك أن من يسلم بصدق القول « تتكون الولايات المتحدة من ثلاث عشرة ولاية » سرعان ما يدرك كذبه ان قارنه بالوضع الحالى للولايات المتحدة التى تتكون من خمسين ولاية . وتلك القضايا التى تتغير قيم صدقها بمرور الوقت هى فى حقيقة الأمر صياغات ناقصة لقضايا ثابتة لا تتغير ، والنوع الأخير هو موضع اهتمام المنطق . ومعنى ذلك أن القضية « تتكون الولايات المتحدة الأمريكية من ثلاث عشرة ولاية فقط » تعد صياغة غير كاملة للقضية : « تتكون الولايات المتحدة الأمريكية من ثلاث عشرة ولاية فقط عام 1790 » التى تعد قضية صادقة فى القرن العشرين كما كانت صادقة تماماً فى عام 1790 . وعندما نحصر اهتمامنا فى الصياغات التامة والكاملة فإن مبدأ الهوية يعد صادقاً صدقاً تاماً وليس محل اعتراض[12] .

قام كل من الهيجليين والمشتغلين بعلم الدلالة والماركسيين بنقد مبدأ التناقض على أساس أنه توجد تناقضات أو مواقف تشغلها قوى متناقضة أو

(11) Copi, Introduction to Logic, PP. 306-7.

(12) Ibid.

متصارعة ينبغى التسليم بها . لكن قد يصدق هذا فى عالم الميكانيكا كما قد يصدق فى المجالات الاجتماعية والاقتصادية ، إلا أننا نتجاوز الحقيقة والصدق عندما نطلق على هذه القوى المتصارعة « قوى متناقضة » . ان الحرارة حال اقترابها من غاز معبأ تميل إلى أن تجعله يتمدد ، بينما تميل عبوة الغاز إلى أن تحفظه أو تمنعه من التمدد ، قد يكون هنا وجه للصراع بين الجانبين لكن ليس أحدهما نفياً للآخر أو مناقضاً له . وقد ينشأ صراع بين صاحب العمل وبين اتحاد العمال لكن ليس ثمة تناقض بينهما . وهكذا فإن مبدأ التناقض عندما يفهم بمعناه الدقيق فلن يكون موضع اعتراض بل يصبح حقيقة منطقية خالصة صادقة صدقاً تاماً .

أما مبدأ الثالث المرفوع فقد كان موضع هجوم أوسع نطاقاً من الهجوم على المبدأين الأول والثانى ، وقد جاء معظم هذا الهجوم نتيجة سوء فهم وخلط ، مثال ذلك : أن نتصور المبدأ على أنه يقيم مقابلة بين قولنا « هذا أبيض » وقولنا « هذا أسود » بمعنى أن أى شيء يكون هذا أو ذاك ولا ثالث لهما . إلا أنه مع التسليم أن القضية « هذا أسود » لا يمكن أن تصدق مع القضية « هذا أبيض » حيث يدل اسم الإشارة فى القضيتين على نفس الشيء تماماً ، فإن احداهما ليست نفياً أو متناقضة مع الأخرى ، ان ما بينهما علاقة تضاد وليست علاقة تناقض ، انهما لا يصدقان معاً ولكن قد يكذبان . ومعنى ذلك أن فهم مبدأ الثالث المرفوع بهذه الطريقة فهم خاطىء . والأدق من الناحية المنطقية أن نسلم بأن نقيض القضية « هذا أبيض » هو القضية « ~ هذا أبيض » ، ولا بد أن تصدق احداهما ان استخدمت كلمة « أبيض » بنفس المعنى فى القضيتين . ننتهى إلى أنه عندما نعول على قضايا تخلو تماماً من الغموض وتحتوى على حدود دقيقة فإن مبدأ الثالث المرفوع أو الوسط الممتنع يصدق هو الآخر صدقاً تاماً .

ورغم صدق القوانين الثلاثة إلا أن مكانتها المتميزة التى اتسمت بها عبر

المنطق التقليدى أصبحت محل شك ؛ فالقانون الأول والثالث مما يمكن أن نعبر عنه رمزياً بالصيغ :

(ق ⊂ ق)

(ق V ~ ق)

ليسا الصيغ الوحيدة لقضايا تحصيل الحاصل ، كما أن قانون التناقض الواضح :

(ق . ~ ق)

ليس صيغة التناقض الوحيدة لقضية . ومع ذلك تبقى لقوانين الفكر هذه مكانة هامة من حيث علاقتها بقوائم الصدق . ذلك أننا نسترشد بمبدأ الهوية عندما نملأ خانات معينة فى قائمة صدق بالرجوع إلى خانات مطابقة سبق ملأها بنفس قيم الصدق لنفس المتغير حيناً ولنفس الثابت (العلاقة) حيناً آخر . وعندما يتسع نطاق وحقول قائمة الصدق فإننا نضع فى كل صف (ص) أو (ك) مسترشدين فى ذلك بمبدأ الثالث المرفوع . وعندما لا نضع (ص) و (ك) معاً فإننا نسترشد فى ذلك بمبدأ التناقض . من هنا يمكن النظر إلى قوانين الفكر الثلاثة على أنها مبادىء أساسية تحكم عملية بناء قوائم الصدق .

بقى أن نشير إلى أنه عند اقامة المنطق كنسق استنباطى فإن هناك قوانين كثيرة تفضل القوانين الثلاثة من حيث أنها أكثر انتاجاً وفاعلية للاستنباط .

ثالثاً : نماذج لصيغ تحليلية :

رصيد المنطق الحديث أو الرمزى من قضايا تحصيل الحاصل رصيد هائل ، صحيح أنه من المعروف أنه كلما قلّ عدد المقدمات أو القضايا الأولية دل ذلك على بساطة نسق من الأنساق ، إلا أن قوة النسق تزداد بزيادة القابلية لاشتقاق صيغ تحليلية ومبرهنات جديدة ، وهذا هو حال المنطق المعاصر .

يمكن أن نعرض لنماذج صيغ تحليلية يتعلق بعضها بقضية واحدة وما ينشأ بينها وذاتها من علاقات ، ويتعلق البعض الآخر بالعمليات المنطقية التى تنشأ بين القضايا[13] .

ا ـــ صيغ تحليلية لقضية واحدة :

(صور لقاعدة الهوية)

1 ـــ (ق ≡ ق)

2 ـــ (ق V ق) ≡ ق

3 ـــ (ق . ق) ≡ ق

4 ـــ قاعدة النفى المزدوج

~ ~ ق ≡ ق

5 ـــ قانون الثالث المرفوع

(ق V ~ ق)

6 ـــ قانون عدم التناقض

~ (ق . ~ ق)

7 ـــ برهان الخُلْف

(ق ⊂ ~ ق) ≡ ~ ق

8 ـــ [(ق V ق) ⊂ ق] ≡ [~ (ق V ق) V ق]

ب ـــ صيغ الجمع المنطقى :

9 ـــ التبادل باستخدام « أو »

(ق V ل) ≡ (ل V ق)

10 ـــ الترابط باستخدام « أو »

[ق V (ل V م)] ≡ [(ق V ل) V م]

(13) See for example :

- Riechenbach, **Elements of Symbolic Logic**, PP. 38-39.
- Strawson, **Introduction to Logical Theory**, PP. 74-77.
- Kneale, **The Development of Logic**. PP. 689-698.

حـ ــ صيغ الضرب المنطقى :

11 ــ تبادل المواضع باستخدام « و »

(ق . ل) ≡ (ل . ق)

12 ــ الترابط باستخدام « و »

[ق . (ل . م)] ≡ [(ق . ل) . م]

د ــ صيغ الجمع والضرب معاً :

13 ــ صورة لقانون التوزيع :

[ق . (ل V م)] ≡ [(ق . ل) V (ق . م)]

14 ــ صورة ثانية لقانون التوزيع :

[ق V (ل . م)] ≡ [(ق V ل) . (ق V م)]

15 ــ صورة لقانون التوزيع المزدوج :

[(ق V ل) . (م V ن)] ≡

{[(ق . م) V (ل . م)] V [(ق . ن) V (ل . ن)]}

16 ــ صورة ثانية لقانون التوزيع المزدوج :

[(ق . ل) V (م . ن)] ≡

{[(ق V م) . (ل V م)] . [(ق V ن) . (ل V ن)]}

17 ــ [ق . (ق V ل)] ≡ [ق V (ق . ل)] ≡ ق

هـ ــ صيغ (نفى ، ضرب ، جمع معاً) :

18 ــ قانون لتحليل النفى :

~ (ق . ل) ≡ (~ ق V ~ ل)

19 ــ قانون آخر لتحليل النفى :

~ (ق V ل) ≡ (~ ق . ~ ل)

20 ــ [ق . (ل V ~ ل)] ≡ ق

21 ــ [ق V (ل . ~ ل)] ≡ ق .

22 ــ [ق V (~ق . ل)] ≡ (ق V ل)

23 ــ [~(~ق V ل) V (ل V ~ق)] .
[~(ل V ~ق) V (~ق V ل)]

24 ــ [(ق . ~ل) V (ل V ~ق)] . [(~ل . ق) V (~ق V ل)]

25 ــ [(ق . ~ل) V (ل V ~ق)] .
[(~ل . ~~ق) V (~ق V ل)]

و ــ صيغ تحتوى اللزوم والنفى والضرب والجمع :

26 ــ تحليل اللزوم :
(ق ⊂ ل) ≡ (~ق V ل)

27 ــ تحليل آخر :
(ق ⊂ ل) ≡ ~(ق . ~ل)

28 ــ صيغة التناقل (عكس النقيض)
(ق ⊂ ل) ≡ (~ل ⊂ ~ق)

29 ــ [ق ⊂ (ل ⊂ م)] ≡ [ل ⊂ (ق ⊂ م)]

30 ــ [(ق ⊂ ل) . (ق ⊂ م)] ≡ [ق ⊂ (ل . م)]

31 ــ [(ق ⊂ م) . (ل ⊂ م)] ≡ [(ق V ل) ⊂ م]

32 ــ [(ق ⊂ ل) V (ق ⊂ م)] ≡ [ق ⊂ (ل V م)]

33 ــ [(ق ⊂ م) V (ل ⊂ م)] ≡ [(ق . ل) ⊂ م]

ز ــ صيغ تحتوى جميع الاجراءات المنطقية :

34 ــ تحليل أو تعريف التكافؤ :
(ق ≡ ل) ≡ [(ق ⊂ ل) . (ل ⊂ ق)]

35 ــ تعريف آخر :
(ق ≡ ل) ≡ [(ق . ل) V (~ق . ~ل)]

36 ــ سلب التكافؤ :
~(ق ≡ ل) ≡ (ق ≡ ~ل)

37 ــ سلب الحدود المتكافئة :

(ق ≡ ل) ≡ (~ ق ≡ ~ ل)

ح ــ صيغ ثابتها الرئيسى اللزوم :

38 ــ قاعدة الاضافة :

ق ⊂ (ق V ل)

39 ــ (ق . ل) ⊂ ق

40 ــ ق ⊂ (ل ⊂ ق)

41 ــ ~ ق ⊂ (ق ⊂ ل)

42 ــ [ق . (ق ⊂ ل)] ⊂ ل

43 ــ (ق ⊂ ل) ⊂ [ق ⊂ (ل V م)]

44 ــ (ق ⊂ ل) ⊂ [(ق . م) ⊂ ل]

45 ــ [(ق V م) ⊂ ل] ⊂ (ق ⊂ ل)

46 ــ [ق ⊂ (ل . م)] ⊂ (ق ⊂ ل)

47 ــ [(ق ⊂ ل) . (م ⊂ ن)] ⊂ [(ق . م) ⊂ (ل . ن)]

48 ــ [(ق ⊂ ل) . (م ⊂ ن)] ⊂ [(ق V م) ⊂ (ل V ن)]

49 ــ [(ق ⊂ ل) . (ل ⊂ م)] ⊂ (ق ⊂ م)

50 ــ [(ق ≡ ل) . (ل ≡ م)] ⊂ (ق ≡ م)

يمكن البرهنة على صحة الصيغ التحليلية (قضايا تحصيل الحاصل) باللجوء إلى قوائم الصدق التى استخدمناها فى الكشف عن طبيعة الصيغ المتناقضة والصيغ التركيبية . علمنا أن الصيغة المتناقضة تشمل قيم صدق جميعها كاذبة تحت الثابت الرئيسى ، كما علمنا أن الصيغة الممكنة أو التركيبية تشمل قيم صدق بعضها صادق وبعضها كاذب تحت الثابت الرئيسى ، أما الصيغ التحليلية فهى ما كانت كل قيم الصدق تحت ثابتها الرئيسى صادقة تماماً . وبلغة

منطقية أدق : تصدق الدالة التحليلية دائماً ، وتكذب الدالة المتناقضة دائماً ، وتصدق الدالة الممكنة أحياناً .

نقدم الآن برهنة على صحة خمس صيغ تحليلية باستخدام قوائم الصدق :

1 ـ (ق ≡ ق)

ق	≡	ق
ص	ص	ص
ك	ص	ك

9 ـ (ق V ل) ≡ (ل V ق)

ل V ق	≡	ق V ل
ص	ص	ص
ص	ص	ص
ص	ص	ص
ك	ص	ك

34 — (ق ≡ ل) ≡ [(ق ⊃ ل) . (ل ⊃ ق)]

ق ≡ ل	≡	ق ⊃ ل	.	ل ⊃ ق
ص	ص	ص	ص	ص
ك	ص	ك	ك	ص
ك	ص	ص	ك	ك
ص	ص	ص	ص	ص

46 — [ق ⊃ (ل . م)] ⊃ (ق ⊃ ل)

ق	⊃	(ل	.	م)	⊃	ق ⊃ ل
ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص
ص	ك	ص	ك	ك	ص	ص
ص	ك	ك	ك	ص	ص	ك
ص	ك	ك	ك	ك	ص	ك
ك	ص	ص	ص	ص	ص	ص
ك	ص	ص	ك	ك	ص	ص
ك	ص	ك	ك	ص	ص	ص
ك	ص	ك	ك	ك	ص	ص
	√					√

48 — [(ق ⊂ ل) . (م ⊂ ن)] ⊂ [(ق V م) ⊂ (ل V ن)]

	ق	⊂	ل	.	م	⊂	ن	⊂	ق	V	م	⊂	ل	V	ن
1	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص		ص		ص		ص	
2	ص	ص	ص	ك	ص	ك	ك	ص		ص		ص		ص	
3	ص	ص	ص	ص	ك	ص	ص	ص		ص		ص		ص	
4	ص	ص	ص	ص	ك	ص	ك	ص		ص		ص		ص	
5	ص	ك	ك	ك	ص	ص	ص	ص		ص		ص		ص	
6	ص	ك	ك	ك	ص	ك	ك	ص		ص		ك		ك	
7	ص	ك	ك	ك	ك	ص	ص	ص		ص		ص		ص	
8	ص	ك	ك	ك	ك	ص	ك	ص		ص		ك		ك	
9	ك	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص		ص		ص		ص	
10	ك	ص	ص	ك	ص	ك	ك	ص		ص		ص		ص	
11	ك	ص	ص	ص	ك	ص	ص	ص		ك		ص		ص	
12	ك	ص	ص	ص	ك	ص	ك	ص		ك		ص		ص	
13	ك	ص	ك	ص	ص	ص	ص	ص		ص		ص		ص	
14	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص		ص		ك		ك	
15	ك	ص	ك	ك	ك	ك	ص	ص		ك		ص		ص	
16	ك	ص	ك	ك	ك	ك	ك	ص		ك		ص		ك	
				×				√				×			

نلاحظ أن قيم صدق الدالة (ما ينطوى تحت الثابت الرئيسى) كلها قيم صادقة ولا مجال للاستثناء فى الأمثلة الخمسة سواء دارت حول متغير واحد وعلاقة واحدة كما فى النموذج الأول أو تناولت أربعة متغيرات وأكثر من علاقة أو اجراء منطقى ، فالنتيجة واحدة بالنسبة لكل دالة تحليلية هى الصدق التام .

رابعاً : البرهنة الموجزة :

لاحظنا على قوائم الصدق إمتداداً أفقياً فى عدد الصفوف وامتداداً رأسياً فى طول الأعمدة كلما زاد عدد الحدود والاجراءات التى تتضمنها دالة نود التحقق منها . لكن ان احتوت دالة على حدود وعمليات منطقية أكثر مما عرضنا فى المثال السابق فان عدد احتمالات احتساب قيم الصدق يتضاعف مما يجعل الحكم على الدالة أمراً يتسم بالصعوبة والتعقيد بالاضافة إلى زيادة احتمالات الوقوع فى الخطأ . ورغم أن قوائم الصدق قوبلت بالترحاب وقت ظهورها ، إلا أن المناطقة راحوا يبحثون عن طريقة للبرهنة موجزة ، وتعددت اجتهاداتهم بهذا الصدد مع تمسكهم بقوائم الصدق .

نعرض هنا لطريقة جديدة للبرهنة تعتمد على برهان الخلف Reductio ad absurdum ، وتقوم على أساس منطقى : استحالة قيام حجة نفترض صدق مقدماتها وكذب نتيجتها فى وقت واحد[14] . فان أشرنا على سبيل المثال بقيمة صدق صادقة (ص) إلى كافة القضايا البسيطة التى تؤلف المقدمات ثم أشرنا بقيمة صدق كاذبة (ك) للنتيجة ، لوقعنا فى تناقض .

لنحاول تطبيق هذا الأساس المنطقى على استدلال من هذا النوع :

(ق v ل) ⊃ (م . ن)

(ن v هـ) ⊃ ى

∴ (ق ⊃ ى)

نلاحظ أن هذا الاستدلال يتكون من مقدمتين ونتيجة ، إلا أن مقدماته أكثر تركيباً بالاضافة إلى أنه يحتوى على ستة حدود لمتغيرات ، ولو لجأنا لقائمة صدق للتحقق من صحته لاحتجنا لقائمة تبلغ حقولها سبعة عشر حقلاً أو مصفوفاً رأسياً للمتغيرات والثوابت واحتمالات صدقها وكذبها ، ولاحتجنا أيضاً لأربعة وستين صفاً توضح العلاقات المحتملة بين كل حد وآخر .

(14) Copi, Symbolic Logic, PP. 61-2.

تقوم الطريقة المختصرة فى البرهنة على التسليم بقاعدة دالة اللزوم ، التى تحكم بصدق دالة فى كل الحالات التى يكون عليها عنصرا الدالة اللهم إلا فى الحالات التى يصدق فيها المقدم ويكذب التالى . وتقوم الطريقة المختصرة أيضاً على استخدام المنطقى لبرهان الخلف عندما نفترض كذب نتيجة استدلال ما وندرس ما يترتب على افتراضنا من إتساق مازال قائماً بين المقدمات والنتيجة أو عدم إتساق . أما خطوات البرهنة فهى كما يلى :

ـــ افتراض كذب نتيجة الاستدلال السابق (ق ⊃ ى) ، وتكذب هذه القضية إن صدقت (ق) وكذبت (ى) ، حسب قاعدة دالة اللزوم .

ـــ ولما كانت (ق) صادقة فى النتيجة ، وقد سبق أن وردت فى الشق الأول للمقدمة الأولى (ق ∨ ل) فالتعبير الأخير صادق كله لأن صدق أحد مكونات دالة الفصل يجعل الدالة صادقة .

ـــ لكن نلاحظ أن المقدمة الأولى قضية لزوم ، يترتب فيها على صدق المقدم (ق ∨ ل) صدق التالى (م . ن) .

ـــ وصدق التالى جميعه فى دالة وصل (م . ن) يشير إلى صدق عنصرا الدالة (م) و (ن) معاً .

ـــ كذلك يصدق مقدم المقدمة الثانية بعنصريه (ن ∨ هـ) لاحتوائه على الحد (ن) الذى سبق صدقه فى المقدمة الأولى ، ولنفس الأسباب الواردة فى حالة الفصل الأول .

ـــ أما تالى المقدمة الثانية (ى) فلابد أن يكون صادقاً لأنه يلزم عن مقدم صادق ، طبقاً لقاعدة اللزوم .

ـــ ولما كنا قد افترضنا كذب (ى) فى النتيجة حتى تكذب النتيجة كلها ، وانتهت بنا هذه البرهنة إلى نتيجة مخالفة هى صدق (ى) فى المقدمات ولا يمكن أن يكون الحد الواحد فى البرهان الواحد صادقاً وكاذباً فى نفس الوقت طبقاً لمبدأ الهوية ، إذن حجتنا على محاولة اثبات كذب الاستدلال

فاسدة ، والدالة صحيحة طبقاً لبرهان الخلف . لأن القول بغير ذلك يجعلنا نسلم بأن :

(ى ⊂ ى) ≡ (ص ⊂ ك)

الشق الأول صورة من صور مبدأ الهوية ، ويمثل صيغة تحليلية صادقة ، والشق الثانى يمثل صيغة دالة كاذبة ، ولا يستوى الصدق والكذب فى المنطق على الاطلاق إلا إذا اجتمع النقيضان .

يفترض فى البرهان السابق أنه مختصر وموجز ، وإنما أسهبنا فى الشرح لبيان الأساس المنطقى الذى يقوم عليه (دالة اللزوم وبرهان الخلف) . ويمكن أن نقدم طريقة رمزية للبرهنة الموجزة السابقة كما يلى :

ص   ص
(ق V ل) ⊂ (م . ن)

ص   ص
(ن V هـ) ⊂ ى

ق ⊂ ى
ص   ك
ك

ان عوضنا بقيم الصدق (ص ، ك) عن المقدمات والنتيجة فى القياس السابق تتكون لدينا هذه الدالة :

[(ص ⊂ ص) . (ص ⊂ ص)] ⊂ ك
(ص . ص) ⊂ ك
ص ⊂ ك

وهذا محال ، ∴ الاستدلال الأصلي سليم .

مثال آخر :

لنبرهن برهنة موجزة على الصيغة التحليلية رقم (47) :

[(ق ⊂ ل) . (م ⊂ ن)] ⊂ [(ق . م) ⊂ (ل . ن)]

ـــ هذه دالة تحليلية أى صادقة صدقاً منطقياً ، ان حاولنا اثبات ما هو غير ذلك كانت النتيجة أن يكون لحد واحد أكثر من معنى أو هوية :

ـــ جماع الدالة قضية شرطية تصدق فى كل الحالات ما عدا صدق المقدم وكذب التالى . فان افترضنا كذب التالى :

ص ك

[(ق . م) ⊂ (ل . ن)]

ك

فلابد من كذب المقدم ان انطوى كل حد على معنى واحد بعينه :

ص ص ص ك

(ق ⊂ ل) . (م ⊂ ن)

ص . ك

ك

ـــ أن يستلزم الكذب كذب فليس ثمة مشكلة منطقية ولكن تنشأ المشكلة عندما نقول بلزوم الكذب عن صدق (ص ⊂ ك) .

الفصل الخامس
« النسق الاستنباطى »

الفصل الخامس

« النسق الاستباطى »

مقدمة :

عرضنا فى الفصل السابق بعض الصيغ التحليلية أو قضايا تحصيل الحاصل . ورغم أن هذه القضايا بمثابة مبادىء تثرى معرفتنا بالمنطق ، إلا أنها لا تشكل وحدها علم المنطق Science of Logic . ذلك لأن العلم — أى علم — هو معرفة منظمة ومنسقة ، وليس مجرد مجموعة من الحقائق لا ينتظمها خط فكرى واضح أو أسلوب عمل محدد المعالم . يقول « هنرى بوانكاريه » بهذا الصدد :

« يشيّدُ العلمُ اعتماداً على وقائع ، كما يشيد البيت من الحجارة ، إلا أن مجرد حشد الوقائع لا يعنى بالنسبة للعلم أكثر من تكديس الأحجار بالنسبة للبيت »[1] .

ومعنى ذلك أننا لا نحوز معرفة علمية إلا إذا عرضت قضايا تلك المعرفة ما نعرفه بالفعل بطريقة منظمة ومنسقة ، ومن ثم إذا كان هدفنا وضع نسق فى المنطق أو علم للمبادىء المنطقية ، فليس أقل من أن تنتظم هذه المبادىء صورة نسقية .

وان تكلمنا عن فكرة النسق فى العلم بصورة عامة ، لاحظنا طبيعة دور قضايا وحدود هذا العلم فى صياغة النسق . ففى كل علم من العلوم يمكننا استنباط قضايا بعينها — أو البرهنة عليها — اعتماداً على قضايا أخرى . ولنضرب مثالاً على ذلك من تاريخ العلم : تشتق قوانين « جاليليو » عن سقوط الأجسام وقوانين « كبلر » عن حركة الكواكب ، من قوانين أكثر عمومية هى قوانين « نيوتن » فى الجاذبية والحركة . وقد أعطى الكشف عن هذه العلاقات الداخلية ذات الطابع الاستنباطى دفعة كبرى لتطور علم الفيزياء ، ذلك أن

(1) Copi, Symbolic Logic, P. 157.

إحدى العلاقات الهامة بين قضايا علم من العلوم هو قابليتها للاستنباط أو الاشتقاق deducibility . وتصبح القضايا التى تجسد معرفة عن موضوع ما علماً خاصاً بهذا الموضوع عندما تنتظمها خطة معينة تجعل بعضها نتائج مشتقة من البعض الآخر .

أما الحدود Terms التى تحتويها القضايا فيمكن أن نعرّف بعضها بناءً على البعض الآخر أيضاً . ففى الفيزياء يمكن أن نعرّف « العجلة » acceleration أو « التسارع » بأنه معدل تغير السرعة ، بينما نعرّف « السرعة » Velocity بأنها التغير فى المكان . ونعرّف « الكتلة » mass بأن كتلة شيء ما هى مقياس كمية المادة التى يحتويها[2] . فمنا فى هذه التعريفات بالاستناد إلى حدود محددة المعانى لتعريف حدود أخرى ، شريطة أن يحمل نفس الحد نفس المعنى فى كل مرة نستخدمه فيها طبقاً لمبدأ الهوية .

لكن لا يدفعنا ما سبق بيانه إلى تصور أن كل القضايا التى تشكل نسقاً علمياً يمكن البرهنة عليها بردّها إلى قضايا أخرى ، أو أن كل الحدود قابلة هى الأخرى للتعريف ، فهناك قضايا وحدود لا يمكن البرهنة عليها أو تعريفها ، وأن أى محاولة للبرهنة عليها توقعنا فى الدَّوْر . لا يمكن أن تكون صورة العلم هى مجرد نسق يحتوى قضايا ــ أو حدوداً ــ يُرَدُّ بعضها إلى بعض ، بل ان العلم يشكل نسقاً استنباطياً سليماً إن احتوى على عدد قليل من القضايا الأولية التى تستنبط منها بقية قضاياه ، بالاضافة إلى احتوائه على أقل عدد ممكن من الحدود التى تستخدم فى تعريف بقية حدوده . تلك هى الصورة العامة التى يجب أن تكون عليها أى معرفة نود أن نقيمها نسقاً استنباطياً[3] . نستطيع أن نوجز ما سبق بيانه بأن النسق الاستنباطى « هو أن يحوى العلم ــ ذو الطبيعة الصورية ــ مجموعة محددة من القضايا الأولية (المصادرات) توضع صريحة واضحة منذ البدء ، نسلم بصدقها دون برهان ، وتُستنبط منها قضايا أخرى هى نظريات ذلك العلم »[4] .

(2) أنور عبد الواحد : المعجم الهندسى ، دار الشروق ، ص 255 ، 302 .
(3) Copi, Op. Cit., P. 158.
(4) محمود زيدان : المنطق الرمزى ، ص 273

أولاً : ريادة النسق الاقليدى :

تعد الهندسة الاقليدية أقدم نموذج للمعرفة المنظمة أو للعلم . فمن المعروف أن الهندسة كعلم قد صاغها وطورها الاغريق . وكان أعظم علماء الرياضيات الاغريق أثراً « فيثاغورس Pythagoras » و« اقليدس Euclid » . كان لدى المصريين القدماء خبرة تسبقهم بآلاف السنين ظهرت واضحة فى بناء الأهرام ، وكان لدى البابليين خبرة مماثلة ، إلا أن فضل « فيثاغورس » و « أقليدس » أنهما أضفيا النظام على تلك المعلومات الهندسية التى كانت سائدة فى عصرهم وتدور حول مسح الأراضى وإنشاء الجسور ، وحولاهما من مجرد معلومات مبعثرة إلى نسق علمى[5] .

يبدأ « اقليدس » (٣ ق م) نسقه الهندسى فى كتابه **الأصول** Elements[6] بمجموعة تعريفات لبعض الحدود التى يستخدمها مثل قوله فى التعريف الأول : « النقطة ما ليس له أجزاء ، أو ما ليس له بعد » ، وقوله فى التعريف الثانى « الخط طول بلا عرض » . نلاحظ أن « اقليدس » لم يحاول وضع تعريف لكل الحدود التى يستخدمها بالطبع ، ففى التعريفين السابقين تعريف للنقطة والخط ، بينما الكلمات المستخدمة فى التعريفات نفسها مثل « أجزاء » و « طول » و « عرض » هى حدود لا معرفة يحتويها النسق الاقليدى ، وكلما حاولنا تقديم تعريف جديد فاننا نستخدم فيه الحدود السابق تعريفها بالاضافة إلى الحدود اللامُعرَّفة . مثل قوله فى التعريف الرابع : « الخط المستقيم هو (الخط) الذى يقع بين (نقاط) طرفيه بالتساوى » .

ثم يصوغ « اقليدس » مصادرات تأتى على هيئة قضايا نفترضها ونستخدم فيها الحدود السابقة ، ومثال على تلك المصادرات :

المصادرة الأولى : « يمكن مد خط مستقيم من نقطة إلى نقطة أخرى » . وتتسم صياغة المصادرة بالبساطة والدقة وسهولة الفهم دون تعويل على شرح

(5) فوربس : تاريخ العلم والتكنولوجيا ، ترجمة أسامة الخولى ، ص 51 .

(6) Todhunter (ed.), The Elements of Euclid, quoted from : Copi, Op. Cit., P. 159.

مفصل لكل حد ، وإلا جاء قولنا مطولاً وغامضاً : « يمكن لما هو طول بلا عرض ويقع بين نقطتى طرفيه بتساوٍ ــ تلك النقاط التى لا تتجزأ ــ أن يمتد من واحدة من تلك التى ليس لها أجزاء إلى أخرى لا أجزاء لها » . ففى القول الأخير اسهاب مضلل لسنا فى حاجة إليه عند صياغة المصادرة مادمنا قد سلمنا بالتعريفات السابقة .

المصادرة الثانية : « يمكن مد خط مستقيم إلى مالا نهاية » .

المصادرة الثالثة : « كل الزوايا القائمة متساوية » .

وقد اكتسبت المصادرة الخامسة أهمية فى الحكم على النسق الاقليدى برمته من جانب المناطقة وفلاسفة العلم اللاحقين ، وتنص على أنه « إذا قطع خط مستقيم خطين مستقيمين آخرين ، بحيث كان مجموع الزاويتين الداخلتين الموجودتين من جهة واحدة أقل من قائمتين ، فان هذين الخطين المستقيمين يلتقيان إذا امتدا من جهة هاتين الزاويتين »[7] .

يعرض « اقليدس » بعد ذلك للبديهيات "Axioms" وهى الشق الثانى من القضايا التى لا يبرهن عليها . ولم يوضح لنا سبب تفرقته بين هذين النوعين من القضايا (مصادرات ــ بديهيات) ، وقد يعود سبب ذلك فيما يرى « كوبى » إلى أن احداها أكثر عمومية من الأخرى ، أو أنها أكثر وضوحاً من الناحية السيكولوجية على الأقل[8] . وان كان التمييز يقوم بينهما حالياً على أساس أن المصادرات قد تتعلق بنسق علم معين دون علم آخر ، بينما تتميز البديهيات بالعمومية وقابليتها للتطبيق على أكثر من نسق علمى[9] . ومن بديهيات « اقليدس » :

(7) محمد ثابت الفندى : فلسفة الرياضة ، ص 47 .
محمود زيدان : المنطق الرمزى ، ص 108 .
وانظر أيضاً : Copi, Symbolic Logic, P. 161.

(8) Copi, Ibid., P. 160.

(9) Brody, B., "Glossary of Logical Terms", Encyclopedia of Philosophy, Vol. 5, P. 71.

ـــ الأشياء المساوية لشيء معين متساوية فيما بينها .
ـــ الكل أكبر من الجزء الذى ينطوى تحته .

وهناك من يرى فى المصادرة الخامسة احدى بديهيات نسق « اقليدس » ، لأنها بينة بذاتها مثلها كباقى البديهيات التى نفترضها ونقبلها بصفة عامة دون محاولة البرهنة عليها ، وقد بلغ عدد البديهيات [28] قضية .

يشتق « اقليدس » من المقدمات السابقة (التعريفات والمصادرات والبديهيات) مجموعة من القضايا المبرهنة أو المبرهنات Theorems ، يتم البرهنة على صحتها باعتبارها مشتقة أو مستنبطة من الحدود والقضايا الأولية ، وذلك من خلال ثمانى خطوات تبدأ بذكر منطوق المبرهنة ومروراً بالاستعانة بأشكال مرسومة ، وافتراض صحة القضية ... وانتهاء باعلان النتيجة .

تعود أهمية « اقليدس » إلى أنه أول من استطاع أن يقيم نسقاً استنباطياً فى الهندسة ، ويرجع نجاح كتابه **الأصول** إلى المنهج الذى إتبعه فى استعراض النظريات المبعثرة المعروفة عند الفيثاغوريين ، ونظمها فى نسق علمى موحد محكم الحلقات ، يتوقف فيه برهان كل نظرية لاحقة على نظريات أو مبرهنات أخرى سبق إثبات صحتها ، وتستند جميع القضايا إلى أسس ومقدمات ـــ أصول ـــ محددة قليلة العدد ، ووثيقة الصلة تبقى خارج البرهان .

ظلت هندسة « اقليدس » قائمة كنسق يحظى بتقدير العلماء ، حتى قامت حركة نقد داخلى للهندسة نشأت عنها هندسات عديدة . فقد حدث أن حاول رياضى ايطالى هو « جيرولامو ساكيرى » [1667 - 1733] أن يبرهن على صحة المصادرة الخامسة مستخدماً برهان الخُلف ، فقد كان يعتقد فى قوة برهان الخُلف من جهة ، كما كان يعتقد فى صحة هذه المصادرة من جهة ثانية . تصور « ساكيرى » أنه لا يمكن التسليم بنقيض هذه المصادرة مع التسليم ببقية المصادرات الاقليدية دون وقوع فى التناقض . إلا أن محاولته تلك ـــ ومحاولات لاحقين عليه ـــ باءت بالفشل ، فلم يقع أى تناقض ، وإنما تم اشتقاق مجموعة

من المبرهنات المتسقة اتساقاً داخلياً ، ويختلف كل نسق فيها عن النسق الاقليدى ، وكانت تلك بدايات الهندسة اللاّ إقليدية[10] .

نشر عالم الرياضيات الروسى « لوباتشفسكى » بحثاً فى عام 1828 حول امكان قيام هندسة غير إقليدية تسلم بوجود عدد لا نهاية له من المستقيمات المتوازية التى تمر كلها بنقطة واحدة خارج مستقيم ما . ثم اكتشف « ريمان » 1854 هندسة أخرى ترفض وجود مستقيمات متوازية بالمعنى الاقليدى حيث أن كل مستقيمين على سطح واحد لابد أن يلتقيا فى نقطتين .

وينشأ الاختلاف بين هذه الأنساق الهندسية عن تصور أصحاب كل نسق للمكان . فالسطح عند « اقليدس » ممتد ليس به انحناء ودرجة الانحناء به صفر ، ومن ثم فإن مجموع زوايا المثلث قائمتان . بينما السطح عند « لوباتشفسكى » مُقعَّر بطريقة يشبه معها سطح الكرة من داخل ، بمعنى أن الانحناء فيه أقل من صفر وزوايا المثلث أقل من قائمتين .

والسطح فى هندسة « ريمان » كروىٌّ مُحدَّب ، والانحناء فيه أكبر من صفر ، وبالتالى فزوايا المثلث أكبر من قائمتين . ونستطيع أن نتبين بُعد الشقة بين الأنساق الثلاثة إن قارنا بين قضاياها (المقدمات والمبرهنات) ، ونكتفى بعقد مقارنة بين هندستى « ريمان » و « اقليدس » فى نقاط على سبيل الايضاح[11] :

- كل مستقيم منته لأنه دائرى [هنا تسقط المصادرة الاقليدية الخاصة بمد خط إلى مالا نهاية] .
- المستقيمان يمكن أن يحدَّا سطحاً أو مكاناً .
- كل المستقيمات تتقاطع فى نقطتين ومن ثم لا توجد متوازيات . [تسقط هنا المصادرة الخامسة] .

(10) محمد محمد قاسم : جوتلوب فريجه ، ص 33 .

(11) محمد ثابت الفندى : فلسفة الرياضة ، ص 56 : 58 .

ــ مجموع زوايا المثلث تزيد على قائمتين زيادة تتناسب مع كِبَر أضلع المثلث . [ولكن مثلث « ريمان » المتناهى الصغر مثلث إقليدى .

ويمكن أن تشمل المقارنة جوانب أخرى كثيرة ، إلا أن أهم ما أثبتته مثل هذه المقارنات بين الأنساق الهندسية المختلفة ونسق « اقليدس » هو أن مصادرة التوازى مستقلة من الناحية المنطقية عن بقية مصادرات « اقليدس » ، بمعنى أنها ــ وكذلك نقيضها ــ لا يمكن أن تشتق من بقية المصادرات[12] .

ونخلص مما سبق إلى نتيجتين :

ــ لإقليدس الرِّيادة فى اقامة الهندسة كنسق استنباطى .
ــ يمكن قيام أنساق متعددة للعلم الواحد ، وتتحدد طبيعة كل نسق منها طبقاً للمقدمات التى يبدأ منها .

ثانياً : مكونات النسق الاستنباطى الصورى وخصائصه :

يطلق اصطلاح « النسق الاستنباطى الصورى » Formal Deductive System على طريقة مُثْلَى لاستعراض جميع قضايا علم من العلوم ، بحيث يمكن تعريف كل حد من الحدود الواردة فيه بحدود سابقة عليه فى نفس العلم ، وبحيث يمكن إستنباط كل قضية فيه من قضايا سبقتها فى نفس العلم[13] . هذا التعريف بمثابة تلخيص للفقرات السابقة عن طبيعة النسق بصفة عامة ، ونورد مكونات النسق بايجاز فيما يلى[14] :

1 ــ مجموعة رموز يستخدمها النسق تشير عادة إلى متغيرات وثوابت ، فان كنا بصدد نسق استنباطى منطقى استخدمنا من الرموز ما هو مُصطلح عليه فى المنطق .

2 ــ اللا مُعرَّفات ، وهى مجموعة حدود أولية لا تقبل التعريف .

(12) Copi, Symbolic Logic, P. 161.

(13) محمد ثابت الفندى : أصول المنطق الرياضى ، ص 143 .

(14) عزمى اسلام : الاستدلال الصورى ، حـ 2 ، ص 121 .

3 ـــ الحدود المُعرَّفة ، وهى مجموعة الحدود التى استخدمنا الحدود الأولية فى تعريفها .

4 ـــ مجموعة التعريفات أو الدالات التحليلية .

5 ـــ قواعد الصياغة الصورية التى تحكم طريقة الاستنباط فيما يتعلق بتكوين صيغ وعبارات النسق .

6 ـــ البديهيات والمصادرات .

7 ـــ مجموعة القواعد الخاصة بعملية الاشتقاق أو الاستنباط كله .

8 ـــ القضايا المشتقة أو المبرهنات .

سنعود إلى بيان وتفصيل هذه المكونات عند عرض النسق الاستنباطى لحساب القضايا ، ونتوقف الآن عند خصائص وشروط مقدمات النسق الاستنباطى وهى :

ا ـــ أن يكون النسق متسقاً Consistent أو غير متناقض ، ويعد النسق متناقضاً إذا احتوى على صيغتين تنكر الواحدة منهما الأخرى أو تناقضها . ويعد النسق مُتَّسقاً وخالياً من التناقض إذا لم تأت نتائجه مناقضة لاحدى مقدماته ، وإذا لم نستنتج منه نتيجتين تناقض الواحدة منهما الأخرى[15] .

ب ـــ شرط الاستقلال Independence ، وينسحب معنى الاستقلال هنا على بديهيات النسق وعلى النسق ذاته ؛ فالبديهية تعد مستقلة عن بقية بديهيات النسق إذا لم تشتق من احداها كنتيجة أو كمبرهنة . وقد يرى بعض المناطقة أنه لا غضاضة من أن يحتوى النسق الواحد على بديهيتين احداهما مشتقة من الأخرى ، إلا أن ذلك ينال من دقة الاستنتاج وبساطته وقوته . فالمنطقى يسعى إلى نسق بديهيات لا يحتوى على أية

(15) Brody, B., "Glossary of Logical Terms", Ency-of Philosophy", Vol. 5, P. 61, See also :
Copi, Op. Cit., P. 164.

عبارة زائدة ، أو يمكن استنتاجها من البديهيات المتبقية . اننا نُبقى فقط على البديهيات الأساسية المستقلة ، ونتخلص من المتكرر بينها ، ونضعه فى زمرة الصيغ المشتقة أو المبرهنات . ومن ناحية ثانية يعد النسق مستقلاً ان ظل قائماً بعد حذف احدى البديهيات المضافة إليه[16] .

(حـ) أن يكون النسق تاماً Complete أى مكتملاً ، واكتمال النسق يتمثل فى كفاية بديهياته فى البرهنة على كل المبرهنات والنظريات التى يمكن اشتقاقها من هذا النسق . وكلما كان النسق محل دراستنا سبيلاً للبرهنة على كافة قضايا تحصيل الحاصل الناتجة عنه ؛ كان نسقاً كاملاً . بحيث نستطيع أن نستدل أى صيغة من صيغ النسق من مجموعة البديهيات أو البرهنة على الأولى بالاستناد إلى الثانية[17] . وببساطة يقال على النسق الإستنباطى أنه تام إذا كان من الممكن البرهنة فيه على صدق أو كذب قضية تعرض فى هذا النسق[18] .

ومع أن شرط الاكتمال يعد أمراً ضرورياً للنسق الاستنباطى ، إلا أن هناك من يرى فى النقص الذى قد يعتور النسق سبباً فى تطوير العلم بالبحث عن نسق كامل . يرى « كوبى » فى الهندسة الاقليدية مثالاً على نسق غير متكامل دون المصادرة الخامسة ، ذلك لأنها مستقلة عن بقية المصادرات ، فلا هى ولا نقيضها مشتق من بقية المصادرات[19] . وقد أدى فحص العلماء لنقص النسق الاقليدى فى هذه النقطة بالذات إلى البحث عن خصائص جديدة للمكان ، والتوصل إلى أنساق هندسية جديدة .

(16) Brody, B., Op. Cit., P. 66.

وانظر : تارسكى : **مقدمة للمنطق** ، ص 167 .

(17) عزمى اسلام : **الاستدلال الصورى** ، حـ 2 ، ص 148 .

(18) ليفسكى : « لوكاشيفتش ومدرسة وارسو المنطقية » ـــ تقديم لكتاب نظرية القياس الأرسطية ، ص 55 .

(19) Copi, Op. Cit., P. 166.

ورغم ذلك يبقى الاكتمال أو الكفاية شرطاً هاماً وضرورياً للنسق البديهي .

ثالثاً : تطور النظر في النسق الاستنباطي :

أشرنا في الفقرات السابقة إلى مكونات النسق الاستنباطي بصفة عامة ، أما محاولة اقامة نسق استنباطي في المنطق فلم تتم دفعة واحدة بل بدأت إرهاصات لها في منطق « أرسطو » ، ووصلت إلى مرحلة النضج عند « رسل » و « هوايتهد » .

نعرض في عجالة لتطور فكرة النسق لدى المناطقة بدءا من « أرسطو » :

(ا) أرسطو :

كان لدى « أرسطو » الماما بأسس النسق الاستنباطي بصفة عامة ، إلا أنه لم يصغ منطقه صياغة استنباطية واضحة . كانت الأسس التي أقام عليها « أرسطو » تصوره للنسق الصوري أقرب إلى طبيعة البرهان الهندسي منها إلى البرهان المنطقي . يبدأ البرهان بثلاثة عناصر : تعريفات تحدد معاني الألفاظ المستخدمة في العلم موضوع بحثنا ، ومبادىء تتسم بالصدق والأوَّلية ، ثم فروض يقرر كل فرض منها واقعة يمكن استنباط نتائج منها . وينتهي البرهان إلى استنباط نظريات من هذه التعريفات والمبادىء والفروض[20] .

أما في المنطق فان « أرسطو » لم يقم نسقاً إستنباطياً لأي من نظرياته المنطقية الأربعة بحيث يحدد لكل نظرية تعريفات ومبادىء ومصادرات خاصة بها ، كما أنه لم يقم منطقه جميعه ـــ بنظرياته ـــ نسقاً إستنباطياً . ومن الملاحظ أن ثمة محاولات قامت لاثبات أن بمنطق « أرسطو » مجموعة من الأسس تصلح ـــ بعد أن ننتقي بعضها ونستبعد بعضها الآخر في ضوء معايير منطقية أكثر حداثة من « أرسطو » ـــ لاقامة منطقه نسقاً استنباطياً[21] . وكان « لوكاشيفتش » في

(20) محمود زيدان : المنطق الرمزي ، ص 30 : 32 .
(21) لوكاشيفتش : نظرية القياس الأرسطية . ص 63 : 68 .

كتابه نظرية القياس الأرسطية من أكثر المناطقة المعاصرين حماساً لاثبات ذلك ، إلا أننا إذ نقدر حماسه ، نذكّر بأن فكرة اقامة المنطق كنسق استنباطى فكرة حديثة جاءت وليدة حركات نقدية لأسس العلوم بدأت بالرياضيات (الهندسة والحساب) وانتهت بالمنطق[22] .

(ب) كريسيبوس : [280 - 207 ق . م]

وضع الرواقيون أسس أول محاولة تتسم بالجدية لاقامة المنطق نسقاً استنباطياً ، ذلك أنه بالاضافة إلى اسهامهم الواضح فى البحث فى طبيعة القضايا الشرطية وأنواعها وقواعد صدقها ، واقتراحهم متغيرات ترمز إلى قضايا ، والمامهم بعديد من الثوابت المنطقية والقضايا المركبة[23] ، اقترح « كريسيبوس » Chrysippus مجموعة من الصور الاستدلالية السليمة Valid inference Schemata واعتبر خمسا منها أولية ورأى فيها قدامى الكتاب قواعد استنتاج لا تقبل البرهان . هذه الصور أو القواعد ليست سوى المقدمات الأولية التى نبدأ منها بناء النسق الاستنباطى وهى[24] :

1 ــ إذا كان الأول ، كان الثانى ؛ لكن الأول ؛ إذن الثانى .
2 ــ إذا كان الأول ، كان الثانى ؛ لكن ليس الثانى ؛ إذن ليس الأول .
3 ــ ليس الأول والثانى معاً ؛ لكن الأول ؛ إذن ليس الثانى .
4 ــ إما الأول أو الثانى ؛ لكن الأول ؛ إذن ليس الثانى .
5 ــ إما الأول أو الثانى ؛ لكن ليس الثانى ؛ إذن الأول .

إشتق « كريسيبوس » عدداً كبيراً من المبرهنات theorems استناداً إلى تلك المقدمات ، نحصر منها النماذج التى عرضها « وليام ومارثا نيل » فى كتابهما المشترك ، والمبرهنات هى :

(22) محمد قاسم : جوتلوب فريجه : ص 30 : 34 .

(23) Kneale, The Development of Logic, PP. 158 : 162.

(24) Ibid., P. 163.

6 ــ إذا كان الأول ــ فى حالة إذا كان الأول كان الثانى ــ لكن الأول ؛ إذن الثانى[25] .

7 ــ إذا كان الأول والثانى ، كان الثالث ؛ لكن ليس الثالث ؛ ومن جهة أخرى فانه الأول ؛ إذن ليس الثانى[26] .

8 ــ إذا كان الأول ؛ فإن الأول ، لكن الأول ؛ إذن الأول .

9 ــ إما أن يكون الأول أو الثانى أو الثالث ، لكن ليس الأول ؛ وليس الثانى ؛ إذن الثالث[27] .

10 ــ إما أن يكون الأول ، أو لا يكون الأول ، لكن الأول ، إذن لا لا الأول .

11 ــ إما الأول ، أو ليس الأول ، لكن لا لا الأول ؛ إذن الأول .

12 ــ إذا كان الأول فليس الثانى ؛ لكن الأول ؛ فإنه ليس ان كان الأول كان الثانى[28] .

13 ــ إذا كان ليس الأول كان الثانى ؛ لكن ليس الثانى ؛ فإنه ليس ان كان الأول كان الثانى .

14 ــ إذا كان الأول كان الثانى ، وإذا كان الأول فليس الثانى ، إذن ليس الأول .

15 ــ إذا كان الأول كان الثانى ؛ إذا لم يكن الأول ، كان الثانى ، إذن الثانى[29] .

16 ــ إذا كان الأول كان الأول ؛ وإذا كان الأول فليس الأول ؛ إذن ليس الأول .

17 ــ إذا كان الأول كان الأول ؛ وإن لم يكن الأول كان الأول ؛ إذن الأول .

(25) Ibid., P. 165.

(26) Ibid., P. 166.

(27) Ibid., P. 167.

(28) Ibid., P. 171.

(29) Ibid., P. 172.

تعد تلك المقدمات والمبرهنات التى نقلها « سكستوس أمبريكوس » عن « كريسيبوس » نقطة بدء هامة ودقيقة المعنى لفكرة النسق بصفة عامة ، كما تعد تعويلاً له شأنه على القضايا . ففى الوقت الذى اهتم فيه « أرسطو » فى استدلالاته بالعلاقة بين الحدود العامة ، تناول الرواقيون من الاستدلالات ما يستند إلى أفكار تعبر عنها روابط القضايا المركبة . مما يعبر عنه « لوكاشيفتش » بأنه كان بداية لما يعرف الآن بنظرية حساب القضايا[30] . أهمية إسهام الرواقية إذن يتمثل فى جانبين بالنسبة لنا الآن : الاهتمام بالقضايا بأنواعها المختلفة وقواعد صدقها ، وصياغة أول نسق صورى فى المنطق وان جاء على وتيرة النسق الهندسى .

حـ ــ ليبنتز [1646 - 1716]

وصل « ليبنتز » إلى اقامة نسق منطقى استنباطى بعد عدة محاولات ، فقد رأى فى بداية الأمر أنه يمكن إقامة البرهان على قضية ما باستنباطها من مجموعة تعريفات دون حاجة إلى مبادىء أو مصادرات . وتطورت أبحاثه حتى اقتنع بضرورة البدء بقائمة تعريفات ، ومجموعة محددة من المبادىء تستنبط منها المبرهات التى أسماها قضايا ، وقد استخدم حروف الهجاء رموزاً إلى الحدود كما استخدم علامات الحساب (+ ، = ، ≠) كثوابت[31] . ومن الملاحظ أن محاولة « ليبنتز » قامت على أساس النظر إلى حدود القضية بوصفها فئات لأشياء ، وأنها تنتمى إلى جبر الفئات حيث توصل إلى بعض القوانين المنطقية التى تحتذى علم الجبر ، كما توصل إلى قوانين منطقية أخرى تخالف علم الجبر المألوف[32]. ورغم أن نظرية « ليبنتز » فى جبر الفئات تتسم بالاضطراب والخلط بين معنى ودور بعض الثوابت المنطقية مثل الوصل والفصل ، إلا أن عرض النسق الاستنباطى لها يعد شاغلنا الحالى . ونعرض لها كما ساقها على هيئة تعريفات وبديهيات ومصادرات وقضايا[33] :

(30) Ibid., P. 175.

(31) محمود زيدان : المنطق الرمزى ، ص 56 : ص 59 .

(32) نفس المرجع ، ص 62 ، 63 .

(33) Kneale, Op. Cit., P. 340.

(**تعريف 1**) : تصبح الحدود متطابقة أو هى هى إذا أمكن استبدال أحدهما بالآخر متى شئنا دون تغير فى صدق القضية . (ا = ب) تعنى أن (ا) و (ب) هما نفس الحد .

(**تعريف 2**) : تصبح الحدود مختلفة ان لم نستطع أن نستبدل أحدهما بالآخر بصفة دائمة . (ا ≠ ب) تعنى أن (ا) و (ب) مختلفان .

[**قضية 1**] : إذا كان ا = ب ، فإن ب = ا أيضاً . لأنه مادامت (ا = ب) فرضاً ، فإنه يمكن بالرجوع إلى التعريف [1] أن نفترض صدق القضية (ا = ب) وأن نستبدل (ا) و (ب) أحدهما بالآخر ؛ ومن ثم فإن ب = ا .

[**قضية 2**] : إذا كان ا ≠ ب ، فإن ب ≠ ا أيضاً . وإلا كان علينا أن نسلم بأن (ب = ا) ونسلم أيضاً بأن (ا = ب) وهو عكس الفرض الأول ا ≠ ب .

[**قضية 3**] : إذا كان ا = ب ، ب = حـ ، فإن ا = حـ[34] .

[**قضية 4**] : إذا كان ا = ب ، ب ≠ حـ ، فإن ا ≠ حـ[35] .

(**تعريف 3**) : (ا محتوى فى س) أو (س تحتوى ا) يعنيان معاً القول بأن (س) يمكن أن تتسق مع عدد من الحدود تؤخذ معاً بحيث يكون (ا) أحدها . (ب + ع = س) تعنى أن (ب) محتوى فى (س) وأن (ب) و (ع) يؤلفان (س) . وينسحب هذا الأمر على عدد أكبر من الحدود .

{ **بديهية 1** } : (ب + ع) = (ع + ب) .

« **مصادرة** » : يمكن إضافة أى عدد من الحدود من نوع ا ، ب لتؤلف معاً حداً واحداً (ا + ب) .

(34) Ibid., P. 341.

(35) أغفلناهنا كتابة البرهنة الاستنباطية واكتفينا بالبرهنة الواردة بالقضيتين 1 ، 2 رغبة فى الايجاز .

[بديهية 2] : ا + ا = ا .

[قضية 5] : إذا كان (ا) محتوى فى (ب) ، وكان (ا) = (حـ) ، فإن (حـ) محتوى فى (ب) .

[قضية 6] : إذا كان (حـ) محتوى فى (ب) ، وكان ا = ب ، فإن (حـ) محتوى فى (ا) .

[قضية 7] : (ا) محتوى فى (ا) . لأن (ا) محتوى فى ا + ا (تعريف 3) ، و ا + ا = ا (بديهية 2) ، [وبالاضافة إلى قضية 6] ، ∴ (ا) محتوى فى (ا) .

[قضية 8] : إذا كان ا = ب ، فإن (ا) محتوى فى (ب) .

[قضية 9] : إذا كان ا = ب ، فإن ا + حـ = ب + حـ .

[قضية 10] : إذا كان ا = س، وكان ب = ص، فإن ا + ب = س + ص

[قضية 11] : إذا كان ا = س ، وكان ب = ص ، وكان حـ = ع ، فإن : (ا + ب + حـ) = (س + ص + ع) .

[قضية 12] : إذا كان (ب) محتوى فى (س) ، فإن (ا + ب) محتوى فى (ا + س) .

[قضية 13] : إذا كان س + ب = س ، فإن (ب) محتوى فى (س) .

[قضية 14] : إذا كان (ب) محتوى فى (س) ؛ فإن س + ب = س .

[قضية 15] : إذا كان (ا) محتوى فى (ب) ، وكان (ب) محتوى فى (حـ) ؛ فإن (ا) محتوى فى (حـ)(36) .

= نتيجة = : إذا كان (ا + ع) محتوى فى (ب) ؛ فإن (ع) محتوى فى (ب) .

(36) Kneale, W., Op. Cit., P. 342.

[**قضية 16**] : إذا كان (ا) محتوى فى (ب) ، وكان (ب) محتوى فى (حـ) ، وكان (حـ) محتوى فى (ء) ؛ فإن (ا) محتوى فى (ء) .

[**قضية 17**] : إذا كان (ا) محتوى فى (ب) ، وكان (ب) محتوى فى (ا) ؛ فإن ا = ب .

[**قضية 18**] : إذا كان (ا) محتوى فى (س) ، وكان (ب) محتوى فى (س) ؛ فإن (ا + ب) محتوى فى (س) .

[**قضية 19**] : إذا كان (ا) محتوى فى (س) ، وكان (ب) محتوى فى (س) ، وكان (حـ) محتوى فى (س) ؛ فإن (ا + ب + حـ) محتوى فى (س) .

[**قضية 20**] : إذا كان (ا) محتوى فى (ص) ، وكان (ب) محتوى فى (ع) ؛ فإن (ا + ب) محتوى فى (ص + ع) .

[**قضية 21**] : إذا كان (ا) محتوى فى (ص) ، وكان (ب) محتوى فى (ع) ، وكان (حـ) محتوى فى (ن) ؛ فإن (ا + ب + حـ) محتوى فى (ص + ع + ن) .

ء ــ بيانو [1858 - 1932][37]

من يدرس « بيانو » يدهش لشدة اخلاصه لفكرة النسق بالاضافة إلى تحمسه لأفكار رياضية ومنطقية أخرى . فقد أعاد « بيانو » صياغة النسق الاقليدى حتى أصبح خالياً من عيوبه التقليدية . كما كان له فضل السبق ــ

(37) كان الترتيب الصائب يقتضى أن نذكر محاولة « بول » [1815-1864] ومحاولة « فريجه » [1848-1925] بصدد اقامة نسق منطقى استنباطى قبل الحديث عن « بيانو » . لكننا أغفلنا الحديث عن « بول » لأن نظريته المنطقية كانت أقرب إلى علم الجبر منها إلى علم المنطق ــ كانت تشوبها بعض الأخطاء عند ظهورها تفرغ المناطقة لاصلاحها ــ مكتفين بنموذج « ليبنتز » الجبرى . وأحلنا الحديث عن « فريجه » إلى ما بعد « بيانو » رغم أنهما متعاصران لأن محاولة « فريجه » كانت أكثر نضجاً من محاولة « بيانو » .

بالاضافة إلى فريجه ـ فى محاولة تخليص علم الحساب من عيوبه وصياغته كنسق استنباطى اعتماداً على ثلاثة أفكار أساسية وخمس مصادرات . أما الأفكار الأساسية أو اللامعرفات فهى : الصفر ، والعدد الصحيح المتناهى ، والتالى .

أما المصادرات فقد كتبها « بيانو » للمرة الأولى عام 1889 على أساس أن الواحد أول الأعداد ، ثم أعاد صياغتها فيما بين عامى 1895 و 1908 وجعل الصفر هو أول الأعداد وصاغها على النحو التالى[38] :

1 ـ الصفر عدد .

2 ـ التالى لأى عدد عدد .

3 ـ إذا كان لعددين نفس التالى ، فالعددان متطابقان .

4 ـ الصفر ليس تالياً لأى عدد .

5 ـ إذا كانت « س » فئة ينتمى إليها الصفر ، وكذلك التالى لكل عدد ينتمى إلى « س » فيترتب على ذلك أن كل عدد ينتمى إلى « س » .

ويتمثل المظهر الثالث لحماس « بيانو » لفكرة النسق فى محاولته صياغة المنطق الرمزى كنسق استنباطى ، حيث وضع نسقاً يصلح للتطبيق على النظريات المنطقية التى أسهم فى بنائها وهى نظريات حساب القضايا وحساب دالات القضايا وحساب الأصناف . يمكن الاشارة إلى عناصر النسق عنده فى النقاط التالية :

1 ـ أفكار أولية[39] :

مجموعة من الأفكار الواضحة بذاتها لبساطتها وتستخدم فى تعريف بقية

(38) Kneale, W., Op. Cit., PP. 473-4.

وانظر أيضاً : رسل : **أصول الرياضيات** ، حـ 2 ، ص 25 ، 26 .

(39) اعتمدنا فى عرض عناصر النسق الاستنباطى عند « بيانو » على :

ـ رسل : **أصول الرياضيات** ، الترجمة لعربية حـ 1 ، ص 65 : 73 .

محمود زيدان : **المنطق الرمزى** ، ص 120 : 126 .

الأفكار وهى : فئة ، حد ، عضوية الفرد فى فئة ينتمى إليها ، لزوم صورى ، تعريف ، سلب ، تقرير قضيتين معاً .

2 ـــ التعريفات :

يصوغ « بيانو » أربعة تعريفات مستعيناً بالأفكار الأولية وفى ضوء تصوره لأفكار منطقية مثل اللزوم والضرب المنطقى ولطبيعة فكرة الفئة والفئة الفارغة ، وهذه التعريفات هى :

ـــ إذا كان (ا) يرمز إلى فئة ؛ ويرمز (هـ) كما يرمز (و) إلى أعضاء فى فئات ؛ فإن قولنا « (هـ) ، (و) ينتميان إلى (ا) » يعنى أن « (هـ) عضو فى (ا) وأن (و) عضو فى (ا) » .

ـــ إذا كان (ا) و (ب) رموزاً لفئات ، فإن قولنا « كل ا هو ب » يعنى أن [(هـ هو ا) يلزم عنها أن (هـ هو ب)] .

ـــ ان الضرب المنطقى بين فئتين (ا ، ب) ينتج عنه عدد الأفراد الأعضاء فى الفئتين (ا ، ب) معاً ، انهم أعضاء الفئة (ا ب) .

ـــ الفئة الفارغة فئة محتواة فى كل فئة .

3 ـــ القضايا الأولية (البديهيات) :

وضع « بيانو » خمس بديهيات تشكل عصب نسقه الاستنباطى فى المنطق ، وحلقة الوصل بين الأوليات والنتائج ، ذلك أننا نقبلها بلا برهان عليها هى الأخرى كما أننا نستنبط منها قوانين منطقية أكثر تركيباً . أما هذه البديهيات فهى :

ـــ « كل فئة محتواه فى ذاتها »[40] .

ـــ «الضرب المنطقى بين فئتين فئة جديدة » .

(40) لا سبيل للاستغناء عن هذه البديهية لأنها تكافىء قانون الهوية « كل قضية يلزم عنها ذاتها » (ق ⊂ ق) .

— « ناتج الضرب المنطقى بين فئتين ، محتوى فى كل فئة منهما »
فإذا كان ا ، ب رمزين إلى فئتين ، فإن ناتج الضرب بينهما (ا ب) محتوى فى الفئة (ا) كما أنه محتوى فى الفئة (ب)[41] .

— صورتان من القياس كلاهما قضية أولية[42] :
« إذا كان (ا) ، (ب) ، (حـ) فئات ، وكان (ا) محتوى فى (ب) وكان (هـ) عضوا فى (ا) ؛ فان (هـ) عضو فى (ب) » .

« إذا كان (ا) ، (ب) ، (حـ) فئات ، وكان (ا) محتوى فى (ب) وكان (ب) محتوى فى (حـ) ، فإن (ا) محتوى فى (حـ) » .

— مبدأ الاستدلال أو التركيب :
إذا كان (ا) محتوى (ب) ، وكذلك كان (ا) محتوى فى (حـ) ، فإن (ا) محتوى فى حاصل ضربهما المنطقى معاً .

إستعان « بيانو » بما وضعه من أفكار أولية وتعريفات وقضايا أولية أو بديهيات فى وضع نسق استنباطى يشمل نظرياته المنطقية : حساب القضايا وحساب دالات القضايا وحساب الفئات .

هـ — فريجه : [1848 - 1925]

فريجه عالم رياضيات ومنطقى فذ ، آثرنا أن يكون عرضنا لنسقه الاستنباطى بعد « بيانو » وقبل « رسل » لأنه كان التطور الطبيعى بل والمنطقى بينهما . يتميز « فريجه » بأنه أول منطقى صاغ النظريات المنطقية الأربعة فى قالب رمزى دقيق ومتميز ، وقدم نسقاً منطقياً مبتكراً فى مصطلحه وشموله . أما عناصر النسق الاستنباطى عنده فهى :

(41) تعبر نظرية حساب القضايا عن هذه البديهية بالصيغتين :
(ق . ل) ⊂ ق
(ق . ل) ⊂ ل

(42) يلاحظ أن الصورة الأولى تحوى قضية شخصية كمقدمة . بينما جاءت جميع قضايا الصورة الثانية كليات . ويعود التمييز بين القضية الشخصية والقضية الكلية إلى « بيانو » .

1 ـ الأفكار الأولية :

أى الأفكار اللامعرفة ، وهى ما كانت أكثر وضوحاً وبساطة ، ومن ثم فهى الأسبق منطقياً على غيرها من قضايا النسق . يقدم « فريجه » فكرتين أوليتين :

ـ **فكرة السلب negation** : ورمزها لديه (ـــــ) ، وتعنى القول : « من الكذب أن »[43] .

ـ **فكرة اللزوم implication** : ورمزها لديه |ـــــ ل ى وتشير إلى علاقة

السابق (ى) باللاحق (ل) فى القضية الشرطية المتصلة وقد قال « فريجه » بما سبق أن قاله المنطق الفيلونى بصدد الحكم على القضية الشرطية من معرفة صدق وكذب عنصريها[44] .

2 ـ التعريفات :

قدم « فريجه » تعريفات لثوابت الفصل والوصل والمساواة .

ـ عرَّف دالة الفصل بأنها القضية التى تصدق إذا صدق أحد عنصريها أو كلاهما معاً[45] . وقد رمز لهذه الدالة بالرمز |ـــــ ل ى[46] .

ـ عرف دالة الوصل بأنها تصدق إذا صدق عنصراها معاً وتكذب إذا كذب أحد عنصريها على الأقل .

ـ عرف دالة التكافؤ ، وكان يقصد بالتكافؤ المساواة أو علاقة الهوية التى

(43) Kneale, W., Op. Cit., P. 481.

(44) راجع ما كتب مفصلاً عن دالة اللزوم فى الفصل الثانى . وانظر أيضاً :
Kneale, Op. Cit., P. 480.

(45) محمود زيدان : المنطق الرمزى ، ص 154 .

(46) يمكن أن نعبر عن هذا الرمز بلغة « بيانو » الرمزية السهلة كما يلى :
~ (~ ل . ~ ى)

تنشأ بين اسمين أو علامتين قضويتين ، وتصدق قضية التكافؤ عندما يمكن تبادل مواضع عنصريها دون اخلال بالصدق . إ___ (ق ≡ ل) .

3 ــ البديهيات :

وضع « فريجه » أكثر من مجموعة بديهيات ، من أشهرها ما يعرضه « نيل » فى كتاب تطور المنطق ، وهى سبع بديهيات[47] :

I ــ ق ⊃ (ل ⊃ ق) .

II ــ [ق ⊃ (ل ⊃ م)] ⊃ [(ق ⊃ ل) ⊃ (ق ⊃ م)] .

III ــ [ق ⊃ (ل ⊃ م)] ⊃ [ل ⊃ (ق ⊃ م)] .

IV ــ (ق ⊃ ل) ⊃ (~ ل ⊃ ~ ق) .

V ــ ~ ~ ق ⊃ ق .

VI ــ ق ⊃ ~ ~ ق .

VII ــ (هـ) (هـ) س ⊃ (هـ) ص[48] .

4 ــ مبادىء الاشتقاق :

وقد نوه « فريجه » إلى اعتماده على مبدأ إستدلالى واحد لاشتقاق المبرهنات

(47) Kneale, Op. Cit., PP. 524-5.

(48) لاحظ بعض المناطقة أن بديهية « فريجه » الثالثة زائدة حيث يمكن اشتقاقها من البديهيتين الأوليين . وان سلمنا بهاتين البديهيتين فانه يمكن وضع بديهية سلب واحدة محل ثلاث البديهيات الأخيرة ، والبديهية هى :

(~ ق ⊃ ~ ل) ⊃ (ل ⊃ ق)

وذهب بعض المناطقة إلى رأى أكثر إثارة وهو أن يحل محل بديهيات « فريجه » كلها ثلاث بديهيات فقط هى :

ــ (ق ⊃ ل) ⊃ [(ل ⊃ م) ⊃ (ق ⊃ م)]

ــ (~ ق ⊃ ق) ⊃ ق

ــ ق ⊃ (~ ق ⊃ ل) .

راجع كتاب Kneale ، ص 525 .

من تلك البديهيات ، إلا أن ما يلاحظه المناطقة هو أن « فريجه » قد اعتمد على أربعة مبادىء أو قواعد هي[49] :

I ــ مبدأ التعويض Principle of Substitution

وينص على أن نجرى تعويضاً عن صيغة محددة بصيغة مكافئة لها بالتعريف ، حتى يتسنى لنا إجراء إشتقاق بعينه . نحن نعلم أن :

$$(\text{ق} \supset \text{ل}) \equiv (\sim \text{ق} \vee \text{ل}) \quad \text{تع}$$

وأن : $(\sim \text{ق} \vee \text{ل}) \equiv (\sim \text{ل} \supset \sim \text{ق})$

فإذا أجرينا تعويضاً برفع المتشابهات نصل إلى :

$$(\text{ق} \supset \text{ل}) \equiv (\sim \text{ل} \supset \sim \text{ق})$$

II ــ مبدأ الاستدلال أو قاعدة اثبات التالى Modus Ponens

$$[(\text{ق} \supset \text{ل}) \,.\, \text{ق}] \supset \text{ل}$$

III ــ $$\frac{\text{هـ س}}{(\text{هـ})\ \text{هـ س}}$$

IV ــ $$\frac{\text{ق} \supset \text{هـ س}}{\text{ق} \supset (\text{هـ})\ \text{هـ س}}$$

5 ــ نموذج لنسق استنباطي :

نعرض هنا أحد النماذج الاستنباطية التى تبدأ بثمانى مقدمات أو قضايا لفريجه ، ويعود بقية النموذج لمنطقى آخر « لوكاشيفتش » أما الترقيم لخطوات النموذج فمن وضع « نيل »[50] . عرض « فريجه » الصورة الأولية لهذا النموذج فى كتابه كتابة التصورات وعرضه « نيل » بلغة « بيانو » الرمزية لسهولتها

(49) Ibid., P. 525.

(50) Kneale, W., Development of Logic, PP. 490-491.

وبساطتها . ومما ينبغى ملاحظته على هذا النموذج غلبة الطابع الاشتقاق عليه واستخدام ثابت اللزوم فى جميع خطواته ، واستخدام قواعد استدلالية عدة كالاشتقاق واثبات التالى والتعويض .

[1] ا ⊂ (ب ⊂ ا) بديهية .

[2] [ح ⊂ (ب ⊂ ا)] ⊂ [(ح ⊂ ب) ⊂ (ح ⊂ ا)] بديهية .

[3] {[ح ⊂ (ب ⊂ ا)] ⊂ [(ح ⊂ ب) ⊂ (ح ⊂ ا)]}

⊂

(ب ⊂ ا) ⊂ {[ح ⊂ (ب ⊂ ا)] ⊂ [(ح ⊂ ب) ⊂ (ح ⊂ ا)]} .

من [1] :

[ح ⊂ (ب ⊂ ا)] ⊂ [(ح ⊂ ب) ⊂ (ح ⊂ ا)]/ا ؛

ب ⊂ ا / ب .

[4] (ب ⊂ ا) ⊂ {[ح ⊂ (ب ⊂ ا)] ⊂ [(ح ⊂ ب) ⊂ (ح ⊂ ا)]}

من [3] و [2] .

[5] 〈(ب ⊂ ا) ⊂ {[ح ⊂ (ب ⊂ ا)] ⊂ [(ح ⊂ ب) ⊂ (ح ⊂ ا)]}〉

⊂

〈{[(ب ⊂ ا) ⊂ [ح ⊂ (ب ⊂ ا)]} ⊂ {(ب ⊂ ا) ⊂ [(ح ⊂ ب)

⊂ (ح ⊂ ا)]}〉 .

من [2] :

ب ⊂ ا/ح ؛ ح ⊂ (ب ⊂ ا)/ب ؛ (ح ⊂ ب) ⊂ (ح ⊂ ا)/ا.

[6] {(ب ⊂ ا) ⊂ [ح ⊂ (ب ⊂ ا)]} ⊂

{(ب ⊂ ا) ⊂ [(ح ⊂ ب) ⊂ (ح ⊂ ا)]} .

من [5] و [4] .

[7] (ب ⊂ ا) ⊂ [ح ⊂ (ب ⊂ ا)]

من [1] : ب ⊂ ا/ا ؛ ح/ب .

[8] (ب ⊃ ا) ⊃ [(حـ ⊃ ب) ⊃ (حـ ⊃ ا)]

من [6] و [7] .

[9] {(ب ⊃ ا) ⊃ [(حـ ⊃ ب) ⊃ (حـ ⊃ ا)]} ⊃

{[(ب ⊃ ا) ⊃ (حـ ⊃ ب)] ⊃ [(ب ⊃ ا) ⊃ (حـ ⊃ ا)]}.

من [2] :

ب ⊃ ا / حـ ؛ حـ ⊃ ب / ب ؛ حـ ⊃ ا / ا .

---

[10] [(ب ⊃ ا) ⊃ (حـ ⊃ ب)] ⊃ [(ب ⊃ ا) ⊃ (حـ ⊃ ا)]

من [9] و [8] .

[11] {[(حـ ⊃ ب) ⊃ ا] ⊃ [ب ⊃ (حـ ⊃ ب)]} ⊃

{[(حـ ⊃ ب) ⊃ ا] ⊃ (ب ⊃ ا)}

من [10] :

حـ ⊃ ب / ب ؛ ب / حـ .

[12] [ا ⊃ (ب ⊃ ا)] ⊃ {حـ ⊃ [ا ⊃ (ب ⊃ ا)]}

من [1] :

ا ⊃ (ب ⊃ ا) / ا ؛ حـ / ب .

[13] حـ ⊃ [ا ⊃ (ب ⊃ ا)]

من [12] و [1] .

[14] [(حـ ⊃ ب) ⊃ ا] ⊃ [ب ⊃ (حـ ⊃ ب)]

من [13] :

(حـ ⊃ ب) ⊃ ا / حـ ؛ ب / ا ؛ حـ / ب

[15] [(حـ ⊃ ب) ⊃ ا] ⊃ (ب ⊃ ا)

من [11] و [14]

[16] { [(حـ ⊂ ب) ⊂ ا] ⊂ (ب ⊂ ا) } ⊂
〈 { د ⊂ [(حـ ⊂ ب) ⊂ ا] } ⊂ [د ⊂ (ب ⊂ ا)] 〉

من [8] :

(حـ ⊂ ب) ⊂ ا / ب ؛ ب ⊂ ا / ا ؛ د / حـ .

[17] { د ⊂ [(حـ ⊂ ب) ⊂ ا] } ⊂ [د ⊂ (ب ⊂ ا)]

من [16] و [15] .

[18] { [حـ ⊂ (ب ⊂ ا)] ⊂ [(حـ ⊂ ب) ⊂ (حـ ⊂ ا)] }
⊂
{ [حـ ⊂ (ب ⊂ ا)] ⊂ [ب ⊂ (حـ ⊂ ا)] }

من [17] :

حـ ⊂ (ب ⊂ ا) / د ؛ حـ ⊂ ا / ا .

[19] [حـ ⊂ (ب ⊂ ا)] ⊂ [ب ⊂ (حـ ⊂ ا)]

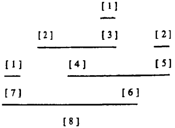
من [18] و [2] .

[20] [د ⊂ (ب ⊂ ا)] ⊂ [ب ⊂ (د ⊂ ا)]

من [19] :

د / حـ .

ويمكن أن نستخدم خطوطاً أفقية لتوضح كيف تم الاشتقاق من مقدمة أو من مقدمتين ، ونعرض إسهام « فريجه » البرهاني فى النموذج السابق أولاً :



حيث تم إشتقاق القضية [8] من القضيتين [7] ، [6] ، بينما تم إشتقاق القضية [6] من القضيتين [5] ، [4] ، وتم إشتقاق القضية [4] من [3] ، [2] ، أما [3] فقد إشتقت من القضية [1] .

أما إذا نظرنا فى النموذج بصورته المكتملة فإن الصورة المختصرة لعملية الاشتقاق كمسلك استنباطى قد تمت على هذا النحو :

$$\cfrac{\cfrac{[2]\quad \cfrac{\cfrac{\cfrac{\cfrac{\cfrac{[1]\quad \cfrac{[1]}{[12]}}{[13]}}{[14]}\quad \cfrac{\cfrac{[8]\quad \cfrac{[2]}{[9]}}{[10]}}{[11]}}{[15]}\quad \cfrac{[8]}{[16]}}{[17]}}{[18]}}{[19]}}{[20]}$$

وحقيقة الأمر أن « فريجه » بجهازه الرمزى ونظرياته المنطقية ونسقه الاستنباطى قد أثار إنتباه المعاصرين له واللاحقين عليه من المناطقة ؛ فراحوا يدرسون ويطورون تراثه المنطقى الضخم ، ويعرضون نظرياتهم فى ضوء ما ينسب إلى « فريجه » من مبادىء وأسس منطقية . كان البعض منهم يشرح

إسهام « فريجه » مؤيداً وكان البعض الآخر يحاول أن يختزل عدد المقدمات اللازمة للنسق الاستنباطى ، وهناك من أضاف إليها ، لكن يظل إسهام « فريجه » هو الأساس الذى تنتمى إليه معظم الدراسات المنطقية المعاصرة[51] .

(51) راجع المرجع السابق « لوليم نيل » من صفحة 513 إلى صفحة 548 وبخاصة ما يتعلق بهؤلاء : « نيكود » و « برنيز » و « لوكاشيفتش » و « هلبرت » . وسوف نشير إلى مقترحاتهم فى حينها بصدد عرض نظرية حساب القضايا كنسق استنباطى .

الفصل السادس
حساب القضايا كنسق إستنباطي

الفصل السادس

حساب القضايا كنسق إستنباطي

مقدمــة :

من يدرس الرياضيات يجد أن الموضوع الأثير لعلم الحساب هو تناول الأعداد ودراسة العلاقات والروابط القائمة بينها ، ومن يدرس المنطق الرمزى يجد أن مادة نظرية حساب القضايا هى القضايا المنطقية ، وأن المقصود هنا بالحساب حساباً منطقياً يتناول القضايا بدلاً من الأعداد . قلنا فى فصل سابق أن من موضوعات حساب القضايا وضع الصيغ التحليلية ، وقد تناولنا هذا الموضوع بالفعل ، ونقول الآن أن من موضوعاته أيضاً الحديث عن نسق استنباطى .

يبدأ النسق الاستنباطى فى حساب القضايا من مجموعة من اللامُعرَّفات والتعريفات والبديهيات أو المصادرات وينتهى إلى التسليم بمجموعة من المبرهنات مشتقة من تلك المقدمات طبقاً لقواعد ومبادىء الاستدلال السليم .

وسنجعل من النسق الاستنباطى الذى قدمه « رسل » و « هوايتهد » فى كتابهما المشترك « برنكيبيا » أساساً للعمل فى هذا الفصل ، لأنه كان تطويراً لنسق « فريجه » المنطقى ، حيث أصبح نسق حساب القضايا عندهما أساساً للنظريات الثلاثة الأخرى ، مما يفيدنا فى دراستنا لنظريات المنطق الرمزى ، موضوع هذا الكتاب . على أن نبادر بذكر مجموعة من الملاحظات التى توجه عملنا فى هذا الفصل :

- نستخدم فى بعض الأحيان لغة رمزية بسيطة تقوم فى الأساس على لغة « بيانو » المنطقية الرمزية التى استخدمها « برنكيبيا » مع استخدام أكثر يسراً للأقواس لتحديد مجال عمل الثوابت المنطقية .

ـــ نعرض بين حين وآخر لتطور فكرة أو قاعدة أو مبدأ منطقى فيما يتعلق بالاستدلال لدى مناطقة آخرين لحقت أعمالهم « برنكيبيا » ، على ألا ينال ذلك من دقة عرضنا لخطوات النسق الاستنباطى لحساب القضايا بصفة عامة .

ـــ إحتذى « رسل » و « هوايتهد » فى صياغتهما لنسق حساب القضايا والبرهنة على مبرهناته نموذج البرهان الهندسى المحكم ، وسنبرهن من جانبنا على صحة المبرهنات بالبرهان الهندسى بالاضافة إلى قوائم الصدق التى اقترحها « بوست » و « فتجنشتين » .

ـــ نعرض لعناصر النسق على هذا النحو : ما يتعلق منها بالثوابت المنطقية أولاً وهى الرموز والأفكار الأولية والتعريفات . ثم نعرض للبديهيات أو المصادرات ، وهى تلك الصيغ التحليلية الصادقة ، وينصب البحث فيها على العلاقات المنطقية بين المتغيرات والثوابت . ونعرض ثالثاً لقواعد الاشتقاق التى تحكم عملية الاستدلال ، ونعرض أخيراً للمبرهنات وكيفية البرهنة على صحتها .

أولاً : الرموز والأفكار الأولية والتعريفات :

١ ـــ **الرموز Symbols من ثوابت ومتغيرات** ، فالخاصية الأولى للمنطق الرمزى هى استخدام الرموز بغية تحقيق مزيد من الصورية ، والرموز هى نقطة بدء النسق الاستنباطى وقد استعارها المناطقة من الرياضيات وبخاصة من علم الجبر . وتطبيق مبدأ الهوية يلزم المنطقى باستخدام الرمز (الثوابت بالذات) بنفس المعنى دائماً فى نفس النسق .

وقد عرضنا فى فصل سابق لطبيعة المتغيرات والثوابت ، ويمكن أن نضيف إليها مجموعة العلاقات الدالة على تحديد مجال الثوابت المنطقية وأهمها الآن الأقواس ، وسوف نستخدمها هنا نفس استخدامنا لها فى الفصول السابقة .

ب ــ الأفكار الأولية Primitive notions

هى حدود أولية يختارها المنطقى من بين الثوابت المنطقية التى اصطلح عليها ، بوصفها أكثر الأفكار لديه وضوحاً وبساطة . والأخذ بأفكار أولية فى نسق منطقى أو صورى غير ملزم لبقية المناطقة للأخذ بها أو البدء منها . فقد لاحظنا أن « فريجه » قد بدأ بناء نسقه من فكرتين أساسيتين هما : السلب واللزوم [~ ، ⊂] على أساس أنها أكثر الأفكار بساطة ولا يمكن ردها لأفكار أبسط منها أو تعريفها بثوابت أخرى . إلا أن « بيرس » Peirce و « شيفر » Sheffer ذهباً إلى أنه يمكن تعريف فكرة السلب وبقية الأفكار الأولية فى المنطق بفكرة أساسية وحيدة هى فكرة التنافر (ق /ل)[1] .

قال « رسل » بثابتين هما السلب والفصل [~ ، V] كأفكار أولية تستخدم فى تعريف غيرهما من الثوابت فى نسقه المنطقى[2] . إلا أنه مع التسليم بهاتين الفكرتين رَدٌّ دالات الصدق الأساسية إلى دالة التنافر حيث عرَّف الأولى بالثانية كما أشرنا إلى ذلك فى الفصل الثالث من هذا الكتاب .

حـ ــ التعريفات Definitions

ويقصد بها تحديد معنى ثوابت أو حدود بالاستناد إلى ما سلمنا به من أفكار أولية . يُعرِّف « رسل » ــ على سبيل المثال ــ ثوابت منطقية مثل الوصل واللزوم والتكافؤ معتمداً على الحدين الأساسيين عنده : السلب والفصل[3] :

1 ـ ق . ل = ~ (~ ق V ~ ل) تع

(1) Kneale, W. The Development of Logic, P. 526.

(2) قال « رسل » بهاتين الفكرتين فى برنكيبا ، وكان قد قال فى كتابه **أصول الرياضيات** [1903] أن اللزوم يعد الفكرة الأولية التى تشتق منها بقية أفكار وتعريفات المنطق .
راجع : رسل : **أصول الرياضيات** ، الترجمة العربية ، حـ 2 ، ص 46 : 51
See also, Principia, P. 12 & P. 93.

(3) Principia, P. 12.

2 ـ ق ⊃ ل = ~ ق V ل   تع

3 ـ ق ≡ ل = (ق ⊃ ل) . (ل ⊃ ق)   تع

نلاحظ على تعريف الوصل أنه لكى يصدق ينبغى أن يطابق الصورة التى تصدق عندها دالة الوصل أو العطف من ناحية ، مع مراعاة أن نستخدم الأفكار الأولية [~ ، V] فى التعريف . نعرف أنه لكى تصدق دالة العطف فلا بد من صدق (ق ، ل) معاً ، ومن ثم فإن استخدام ثابت الفصل وحده بينهما مع نفى أحدهما أو نفيهما معاً لن يؤدى إلى نتيجة مطابقة ، ومن ثم لابد من نفى علاقة الفصل الكائنة بين قضيتين منفيتين أصلاً .

ويعنى تعريف اللزوم بسلب وفصل أن القول باستلزام قضية (ق) لقضية أخرى (ل) ، يعنى القول بكذب الأولى أو صدق الثانية[4] .

ويفيد تعريف ثابت التكافؤ بثابتى اللزوم والوصل امكان استخدام حد سبق تعريفه فى النسق فى تعريف حد جديد ، ويُلاحظ على التعريف أنه معنًى ببيان أن التكافؤ بين قضيتين مساوٍ للزوم المتبادل بينهما .

ثانياً : مجموعة البديهيات Axioms .

سلم « رسل » و « هوايتهد » بثابتى السلب والفصل كفكرتين أوليتين ، وصاغا التعريفات السابقة ، ثم انتهيا إلى صياغة خمس بديهيات (مسلمات ، مصادرات) أو قضايا أولية Primitive Propositions ، وهذا النوع من القضايا هو معين تشتق منه ـــ بالاضافة إلى التعريفات ـــ مبرهنات النسق . وتختلف مصادرات « رسل » أو قضاياه الأولية عن مصادرات غيره من المناطقة وليس ثمة عيب أو خطأ فى ذلك ، فلكل منطقى ولكل عالم رياضيات أن يختار مصادرات نسقه ، على أن تستوفى مجموعة شروط هى : أن تكون قليلة العدد ما أمكن ، وأن لا تتناقض أحداها مع قضية أخرى ، كما ينبغى ألا تتناقض مع

(4) عزمى إسلام : الاستدلال الصورى ، حـ 2 ، ص 131 .

ما يشتق منها من مبرهنات ، وأن تتسم كل قضية منها بالاستقلال ، وأن تكون مجموعة البديهيات كافية بذاتها لاشتقاق قضايا صادقة منها[5] .

أما مصادرات « رسل » فهى[6] :

1 ــ مبدأ تحصيل الحاصل Principle of Tautology

وينص على أنه « إذا كانت قضية ما صادقة أو هى ذاتها صادقة ، فيلزم أنها صادقة » ، وصورته الرمزية :

(ق V ق) ⊂ ق

2 ــ مبدأ الجمع Principle of addition

وينص على أنه « إذا صدقت احدى القضايا (ل) ، فإن دالة الفصل التى تدخل فى تكوينها (ق V ل) تصبح صادقة . فإذا رمزنا مثلاً لنقضية « اليوم الأربعاء » بالمتغير (ل) ، ورمزنا للقضية « اليوم الثلاثاء » بالمتغير (ق) ؛ فان مبدأ الجمع يقرر : « إذا كان اليوم هو الأربعاء ، فإن اليوم إما أن يكون الثلاثاء أو الأربعاء »[7] . وصورة هذا المبدأ الرمزية :

ل ⊂ (ق V ل)

3 ــ مبدأ التبادل Principle of Permutation

ويقصد بالتبادل هنا تبادل المواضع لعناصر دالة الفصل ، وينص على أن من يسلم بـ (ق أو ل) فيلزم أن يسلم بـ (ل أو ق) وصورته الرمزية :

(ق V ل) ⊂ (ل V ق)

(5) محمود زيدان : المنطق الرمزى ، ص 207 - 208 .

See also : Principia, PP. 12 - 13.

(6) Kneale, W.. Op. Cit., P. 526.

(7) Principia, P. 96.

4 ـــ مبدأ الترابط Associative Principle

ويسمى قانون الترابط للجمع المنطقى ، وينص على أنه سواء كانت القضية (ق) صادقة أو الدالة (ل أو م) صادقة فانه يلزم عن ذلك صدق القضية (ل) أو الدالة (ق أو م)[8] . وصورة هذا المبدأ الرمزية :

[ق V (ل V م)] ⊂ [ل V (ق V م)]

5 ـــ مبدأ التجميع Principle of Summation

ويقرر أنه إذا كانت (ل) يلزم عنها (م) ، فإن القضية (ق V ل) تستلزم القضية (ق V م) . ويعنى ذلك أنه يمكن أن يضاف بديل ـــ فى دالة لزوم ـــ إلى كل من المقدمة والنتيجة دون أن ينال ذلك من صدق اللزوم . أما الصورة الرمزية لهذا المبدأ فهى[9] :

(ل ⊂ م) ⊂ [(ق V ل) ⊂ (ق V م)]

ونعيد عرض بديهيات أو مصادرات « برنكيبيا » مجتمعة :

1 ـــ (ق V ق) ⊂ ق

2 ـــ ل ⊂ (ق V ل)

3 ـــ (ق V ل) ⊂ (ل V ق)

4 ـــ [ق V (ل V م)] ⊂ [ل V (ق V م)]

5 ـــ (ل ⊂ م) ⊂ [(ق V ل) ⊂ (ق V م)]

---

(8) وقد ذهب برنيز Bernayes فى عام 1926 إلى بيان أن هذا المبدأ يمكن اشتقاقه من بقية المبادىء ومن ثم رآه زائداً .

Kneale, Op. Cit., P. 526.

وقد أدرك « رسل » وهن هذا المبدأ من الناحية الاستنباطية فى كتاب برنكيبيا وأشار ـــ مع هوايتهد ـــ إلى امكان استبعاده كقضية أولية .

Principia, P. 96.

(9) Principia, P. 97.

وما ينبغي الاشارة إليه هو أن هذه المصادرات لا تعتمد في صحتها إلا على طائفة التعريفات الأولية ، بحيث إذا غيرنا نوع اللامعرفات التي نسلم بها بداية فاننا نتوصل إلى مصادرات مختلفة[10] .

(10) مثال ذلك أن اعتمد « نيكود » على فكرة وحيدة لا معرفة هي (ق /ل) بمعنى (ليس ق ، ل معاً) ورأى أنه يمكن اقامة حساب بأكمله على بديهية بمفردها هي :

[ق /(ل /م)] /([س /(س /س)] /[(س /ل) /[(ق /س) /(ق /س)]])

مع قاعدة للاستدلال هي :

ق   ق /(ل /م)
―――――――――
م

إلا أن هذا الايجاز قد يكون مخلاً وينال من بساطة النسق ، لذلك فإن توخي الدقة والوضوح وعدم التكلف في عرض البراهين يجعلنا نفترض أن مجموعة البديهيات التي قدمها « هلبرت » و« برنيز » في عام 1934 واستخداماها مع قاعدتي التعويض واثبات التالي هي ما يحقق هدف كل منطقي وهذه المجموعة هي :

(أ) 1 ـ ق ⊃ (ل ⊃ ق)
2 ـ [ق ⊃ (ق ⊃ ل)] ⊃ (ق ⊃ ل)
3 ـ (ق ⊃ ل) ⊃ [(ل ⊃ م) ⊃ (ق ⊃ ه)]

(ب) 1 ـ (ق . ل) ⊃ ق
2 ـ (ق . ل) ⊃ ل
3 ـ (ق ⊃ ل) ⊃ [(ق ⊃ م) ⊃ (ق ⊃ ل . م)]

(حـ) 1 ـ ق ⊃ ق V ل
2 ـ ل ⊃ ق V ل
3 ـ (ق ⊃ م) ⊃ [(ل ⊃ م) ⊃ (ق V ل ⊃ م)]

(د) 1 ـ (ق ≡ ل) ⊃ (ق ⊃ ل)
2 ـ (ق ≡ ل) ⊃ (ل ⊃ ق)
3 ـ (ق ⊃ ل) ⊃ [(ل ⊃ ق) ⊃ (ق ≡ ل)]

(هـ) 1 ـ (ق ⊃ ل) ⊃ (~ ل ⊃ ~ ق)
2 ـ ق ⊃ ~ ~ ق
3 ـ ~ ~ ق ⊃ ق

وتتميز تلك البديهيات بأنها جميعاً مستقلة ، رغم أن البديهيات (أ) 1 ، (هـ) 1 ، 2 ، 3 مستمدة من نسق « فريجه » ، كما أن البديهية (أ) 3 مأخوذة عن نسق « لوكاشيفتش » ، والبديهية (حـ) 2 منقولة عن نسق برنكيبيا . ومن الملاحظ أنه مهما تعددت الأنساق فإن مبدأ التعويض يظل مطلباً أساسياً لاشتقاق المبرهنات من البديهيات .

ثالثاً : قواعد الاشتقاق Rules of Derivation

يقصد بقواعد الاشتقاق تلك المعايير التى تحكم عملية الاستدلال حين نستنبط من مجموعة مقدمات ــ أفكار أولية وتعريفات وبديهيات ــ مبرهنات لازمة عنها . وتتوقف صلابة النسق وقوته ودقته على التزامنا بتطبيق قواعد الاشتقاق . قال « رسل » و « هوايتهد » بقاعدتين أساسيتين هما قاعدة التعويض وقاعدة اثبات التالى . ويذهب بعض المناطقة إلى تحليل القاعدة الأولى إلى قاعدتين فيصبح لدينا ثلاث قواعد هى[11] :

ا ــ قاعدة التعويض بين المتغيرات :

يتم التعويض فى هذه الحالة بأن تحل صيغة محددة محل متغير واحد فى دالة معروفة ، وينشأ التعويض هنا لتلبية حاجات تتعلق بعملية الاشتقاق خلال النسق المنطقى .

لو افترضنا الصيغة (م ⊃ ن) بدلاً من متغير واحد وليكن (ق) فى الدالة (ق . ل) ≡ (ل . ق) ، لأصبحت الدالة بعد التعويض :

[(م ⊃ ن) . ل] ≡ [ل . (م ⊃ ن)]

شريطة أن تأخذ الصيغة التى حلت محل المتغير نفس قيم صدق المتغير فى علاقته ببقية متغيرات الدالة ، وعلى أى حال فإن ما يحسم ذلك هو الثوابت الأصلية التى لا ينالها تبديل مثل ثابتى الوصل والتكافؤ فى مثالنا السابق .

ب ــ قاعدة التعويض بالتعريف :

عوضنا فى القاعدة السابقة عن متغير واحد أو قضية بإحلال صيغة أو دالة محلها ، لكننا نعوض فى هذه القاعدة عن صيغة بصيغة مكافئة لها من حيث التعريف ، تساويها فى قيمة صدقها . وقد تكون الصيغة المستبدلة جزءاً من دالة أو صيغة أكبر فإذا ما حلت الصيغة البديلة محلها أدت نفس المعنى وأعطت دفعاً

(11) Strawson, P. Introduction to Logical Theory, PP. 99-100.

لعملية البرهنة . فنحن نعلم أن :

(ق ⊃ ل) ≡ (~ ق V ل)　　　تع

فإن كانت لدينا الصيغة الصحيحة[12] :

(~ ق V ل) ⊃ (~ ل ⊃ ~ ق)

فيمكن أن نستبدل بالصيغة (~ ق V ل) ما يكافئها ــ طبقاً للتعريف ــ فنحصل على الصيغة الصحيحة :

(ق ⊃ ل) ⊃ (~ ل ⊃ ~ ق)

ونحن عندما ننظر إلى الرصيد الضخم من التعريفات المنطقية ومن العبارات المتكافئة تكافؤاً منطقياً ، ندرك عظم مجال تطبيق هذه القاعدة ، ويكفى أن نضرب مثالاً على ذلك بمجموعة من المبادىء والقوانين والتعريفات المنطقية التى يمكن أن يحل أحد طرفاها محل الآخر[13] :

1 ــ مبرهنات دى مورجان :

~ (ق . ل) ≡ (~ ق V ~ ل)

~ (ق V ل) ≡ (~ ق . ~ ل)

2 ــ مبدأ تبادل المواضع :

(ق V ل) ≡ (ل V ق)

(ق . ل) ≡ (ل . ق)

3 ــ مبدأ الترابط :

[ق V (ل V م)] ≡ [(ق V ل) V م]

[ق . (ل . م)] ≡ [(ق . ل) . م]

(12) عزمى إسلام : الاستدلال الصورى ، حـ 2 ، ص 156 .

(13) Copi, I., Introdution to Logic, PP. 318-319.

4 ــ مبدأ التوزيع :

[(م . ق) V (ل . ق)] ≡ [(م V ل) . ق]

[(م V ق) . (ل V ق)] ≡ [(م . ل) V ق]

5 ــ النفى المزدوج :

ق ~ ~ ≡ ق

6 ــ مبدأ نفى المقدم :

(ق ~ . ⊂ ل ~) ≡ (ل ⊂ ق)

7 ــ اللزوم المادى :

(ل V ق ~) ≡ (ل ⊂ ق)

8 ــ التكافؤ المادى :

[(ق ⊂ ل) . (ل ⊂ ق)] ≡ (ل ≡ ق)

[(ل ~ . ق ~) V (ل . ق)] ≡ (ل ≡ ق)

9 ــ قانون التصدير :

[(م ⊂ ل) ⊂ ق] ≡ [م ⊂ (ل . ق)]

10 ــ تحصيل حاصل[14] :

(ق V ق) ≡ ق

(ق . ق) ≡ ق

(14) يطلق تعبير « تحصيل حاصل » tautology على ثلاث حالات : 1 ــ حالة القضية التى تصدق فى جميع الأحوال . 2 ــ حالة القضية التى تأخذ صورتها شكل الحالة الأولى . 3 ــ حالة التكافؤ المنطقى كما ورد فى الصيغتين 10 .

ح ــ قاعدة إثبات التالى :

ولهذه القاعدة أسماء كثيرة ؛ فهى قاعدة « اثبات التالى modus ponens ، ومبدأ القياس ، وقاعدة الفصل detachment » . ومضمون هذه القاعدة له طابع إستدلالى يتمثل فى أن التسليم بصدق قضية (ق) يلزم عنها قضية أخرى (ل) ؛ يترتب عليه التسليم بصدق القضية الأخرى (ل) . والصورة الرمزية لقاعدة اثبات التالى هى :

$$[(\text{ق} \supset \text{ل}) \cdot \text{ق}] \supset \text{ل}$$

ولا يكتفى بعض المناطقة بهذه القاعدة كسبيل قياسى وحيد لكيفية قيام الاستدلال ، بل يقترح أحدهم ــ كوبى ــ أن نستخدم معظم صور الاستدلال على أنها قواعد تحكم عملنا فى البرهنة الاستنباطية . ومن هذه الصور أو القواعد بالاضافة إلى القاعدة السابقة[15] :

1 ــ نفى المقدم Modus Tollens

$$[(\text{ق} \supset \text{ل}) \cdot \sim \text{ل}] \supset \sim \text{ق}$$

2 ــ القياس الشرطى المتصل Hypo. Syllogism

$$[(\text{ق} \supset \text{ل}) \cdot (\text{ل} \supset \text{م})] \supset (\text{ق} \supset \text{م})$$

3 ــ القياس الشرطى المنفصل Disjun. Syllogism

$$[(\text{ق} \vee \text{ل}) \cdot \sim \text{ق}] \supset \text{ل}$$

4 ــ قياس الاحراج البنائى Constructive Dilemma

$$\{[(\text{ق} \supset \text{ل}) \cdot (\text{م} \supset \text{ن})] \cdot (\text{ق} \vee \text{م})\} \supset (\text{ل} \vee \text{ن})$$

5 ــ قانون الامتصاص Absorption

$$(\text{ق} \supset \text{ل}) \supset [\text{ق} \supset (\text{ق} \cdot \text{ل})]$$

(15) Copi, Op. Cit., P. 312 & McKay, Op. Cit., P. 119.

ولنفس القانون صيغة أخرى فى برنكيبا[16] :

$$[(\text{ل} \cdot \text{ق}) \equiv \text{ق}] \equiv (\text{ل} \supset \text{ق})$$

6 ــ مبدأ التبسيط Simplification

$$\text{ق} \supset (\text{ل} \cdot \text{ق})$$

وقد ورد هذا المبدأ فى برنكيبا على أنه أحد النتائج المباشرة للقضايا الأولية أو ما أسميناها مصادرات ، وصيغة المبدأ فى برنكيبا[17] :

$$(\text{ل} \supset \text{ق}) \supset \text{ل}$$

7 ــ مبدأ الوصل (العطف) Conjunction

$$(\text{ل} \cdot \text{ق}) \supset (\text{ل} \cdot \text{ق})$$

8 ــ مبدأ الجمع[18] Addition

$$(\text{ل} \vee \text{ق}) \supset \text{ق}$$

رابعاً : المبرهنات Theorems

تعد المبرهنات غاية كل نسق ، فهى النتائج المباشرة للتسليم بالأفكار والقضايا والقواعد السابقة عليها ، وبها يكتمل عمل المنطقى أو عالم الرياضيات وتصدق خطته فى بناء النسق . نعرض هنا لمجموعة من المبرهنات أو النظريات المنطقية تعتمد بصورة مباشرة على ما سبق أن سقناه من مقدمات ، ومعظم ما

(16) Principia, P. 14.

ويلاحظ أن بعض الصيغ التى نشير إليها هنا على أنها قواعد للاشتقاق بالاضافة إلى قواعد الاشتقاق والاثبات التالى ، هى قضايا مشتقة فى بعض الأنساق ، ونتائج مباشرة للتسليم بالبديهيات فى أنساق أخرى ، ومبرهنات فى أنساق ثالثة ؛ بل قد نعود للبرهنة على بعضها بوصفها مبرهنات فى نسق برنكيبا .

(17) Principia, P. 99.

(18) Copi, Op. Cit., P. 312.

نعرضه من مبرهنات مأخوذ عن نسق برنكيبا ، وبعض ما نعرضه مأخوذ عن كتب أخرى ، وان ظلت المبرهنات التى انتقيناها تشكل فيما بينها نسقاً يعتمد فيه اللاحق على السابق[19] . أما ترقيم المبرهنات فهو من وضعنا ، وان أشرنا إلى مبرهنات برنكيبا بترقيمها الأصلى الذى يشير العدد الصحيح فيه إلى رقم الفصل ويشير العدد العشرى منه إلى رقم المبرهنة فى نسق « رسل » .

مبرهنة [1]

ق ~ ⊃ (ق ~ ⊃ ق)

2.01. $(p \supset \sim p) \supset \sim p$

وتسمى هذه المبرهنة « برهان الخُلف » ، وتقرر أنه ان لزم عن التسليم بقضية التسليم بنقيضها فهى قضية كاذبة[20] . أما البرهان الاستنباطى على صحتها فيأخذ الخطوات التالية :

(ا) علمنا من المصادرة الأولى أن :

ق ⊃ (ق V ق)

(ب) بتطبيق قاعدة التعويض بين المتغيرات على القضية السابقة بوضع (~ ق) بدلاً من (ق)[21] ، نحصل على :

ق ~ ⊃ (ق ~ V ق ~)

(19) اعتمدنا على هذه المصادر بصفة أساسية فى عرض المبرهنات وطريقة البرهنة عليها ، مع تصرف من جانب الباحث كلما دعت الحاجة لبيان أو تفسير :

- Principia Mathematica, PP. 98 : 126.

- Strawson, Introduction to Logical Theory, Ch., 3.

ـــ محمد ثابت الفندى : أصول المنطق الرياضى ، الفصل التاسع .

ـــ عزمى اسلام : الاستدلال الصورى ، الجزء الثانى ، الفصل الثالث .

(20) Principia, P. 100.

(21) Ibid., P. 98.

(حـ) بتطبيق القاعدة السابقة أيضاً على تعريف اللزوم (تع I] ، بوضع (~ ق) بدلاً من (ل) ، يأخذ التعريف [ق ⊂ ل ≡ ~ ق V ل] الصورة :

[ق ⊂ ~ ق ≡ ~ ق V ~ ق]

(ء) ان جمعنا بين الصيغتين (حـ) و (ب) ، أصبحتا كالتالى :

ق ⊂ ~ ق ≡ ~ ق V ~ ق

~ ق V ~ ق ⊂ ~ ق

(هـ) بحذف الصيغة المتكررة بينهما ، والتى تفيد تكافؤ الأطراف الباقية ، نصل إلى :

(ق ⊂ ~ ق) ⊂ ~ ق

وهو المطلوب اثباته

أما البرهنة على نفس المبرهنة السابقة بقوائم الصدق فهى كالتالى :

~ ق	⊂	~ ق	⊂	ق
ك	ص	ك	ك	ص
ص	ص	ص	ص	ك
	√			

جاءت قيم الصدق تحت الثابت الرئيسى فى القضية وهو اللزوم الثانى كلها صادقة ، مما يدل على أن القضية صيغة تحليلية ، ناتجة عما سبق أن سلمنا به وصادرنا عليه من مقدمات صحيحة . ويلاحظ أنه يمكن أن يحل ثابت التكافؤ (≡) محل ثابت اللزوم (⊂) ، سواء فى البرهان الاستنباطى أو فى قائمة

الصدق ، وتظل المبرهنة صادقة . مما يجعلنا نعتقد أنه يمكن صياغتها فى عدة صور :

(ق ⊃ ~ ق) ⊃ ~ ق

(ق ⊃ ~ ق) ≡ ~ ق

~ ق ⊃ (ق ⊃ ~ ق)

~ ق ≡ (ق ⊃ ~ ق)

مبرهنة [2]

ل ⊃ (ق ⊃ ل) (22)

2'02. $q \supset (p \supset q)$

وتعنى أن القضية تستلزم قضية مركبة ، تصبح فيها لازمة عن حد آخر . والبرهنة الاستنباطية تأخذ الخطوات التالية :

(أ) ينص مبدأ الاضافة على أن :

ل ⊃ (ق v ل)

(ب) بوضع (~ ق) بدلاً من (ق) فى المبدأ السابق يصبح :

ل ⊃ (~ ق v ل)

(حـ) بجمع نص المبرهنة ، وصيغة الخطوة (ب) :

ل ⊃ (ق ⊃ ل).

ل ⊃ (~ ق v ل)

(ء) بالتعويض بين المتكافئات : ل = ل ، (ق ⊃ ل) = (~ ق v ل) [تعريف اللزوم] ، ينتج أن :

ل ⊃ (ق ⊃ ل)

هـ . ط . ث

(22) Ibid., PP. 99-100.

أما البرهنة بقائمة صدق فهى :

ل	⊂	ق	⊂	ل
ص	ص	ص	ص	ص
ك	ك	ص	ص	ك
ص	ص	ك	ص	ص
ك	ص	ك	ص	ك
			√	

مبرهنة [3]

(ق ⊂ ~ ل) ⊂ (ل ⊂ ~ ق)[23]

$(p \supset \sim q) \supset (q \supset \sim p)$ 2·03.

وتنص هذه المبرهنة على :

إذا استلزمت قضية (ق) نقيض أخرى (ل) فإن القضية الثانية تستلزم نقيض الأولى . وخطوات البرهنة عليها هى :

(ا) ان وضعنا (~ ق) بدلاً من (ق) ، و (~ ل) بدلاً من (ل) فى المصادرة الثالثة (ق v ل) ⊂ (ل v ق) ينتج :

(~ ق v ~ ل) ⊂ (~ ل v ~ ق)

(ب) لما كان تعريف اللزوم : ق ⊂ ل = ~ ق v ل

فان شق المبرهنة : ق ⊂ ~ ل = ~ ق v ~ ل

(حـ) بمقارنة ناتج الخطوة (ب) بناتج الخطوة (ا) ينتج أن الصيغة الصادقة :

(23) Ibid., P. 100.

(~ ق ∨ ~ ل) ⊂ (~ ل ∨ ~ ق)

تكافىء صيغة المبرهنة :

(ق ⊂ ~ ل) ⊂ (ل ⊂ ~ ق) .

ومكافأة الصدق صدق .

هـ . ط . ث

أما قائمة صدق المبرهنة فهى :

ق	⊂	~ ل	⊂	ل	⊂	~ ق
	ك		ص		ك	
	ص		ص		ص	
	ص		ص		ص	
	ص		ص		ص	

√

نلاحظ أن قيم الصدق الواردة تحت الثابت الرئيسى « اللزوم الثانى » كلها صادقة فالدالة تحليلية ، كما نلاحظ أن قيم الصدق تحت ثابتى اللزوم الأول والثالث متكافئة ومن ثم يمكن أن نستخدم ثابت التكافؤ كثابت رئيسى :

(ق ⊂ ~ ل) ≡ (ل ⊂ ~ ق)

مبرهنة [4]

(ل ⊂ م) ⊂ [(ق ⊂ ل) ⊂ (ق ⊂ م)][24]

2.05. $(q \supset r) \supset [(p \supset q) \supset (p \supset r)]$

(24) وردت نفس المبرهنة عند « بيسون ، أوكونر » فى كتابه مقدمة فى المنطق الرمزى تحت رقم (2) ص 132 ، كما وردت عند عزمى اسلام فى كتابه : الاستدلال الصورى تحت رقم (5) ، ص 182 .

تعرف هذه المبرهنة بمبدأ القياس الذى يأخذ هذه الصورة ، كما أن له صورة أخرى . ونعتمد فى البرهنة على صدقها على المصادرة الخامسة وتعريف اللزوم وفكرة السلب :

(ا) تنص المصادرة الخامسة على أن :

(ل ⊂ م) ⊂ [(ق ∨ ل) ⊂ (ق ∨ م)]

بينما تنص المبرهنة على أن :

(ل ⊂ م) ⊂ [(ق ⊂ ل) ⊂ (ق ⊂ م)]

(ب) ثمة تطابق بين الشق الأول فى المصادرة والشق الأول فى المبرهنة ، ونعلم أن هناك علاقة تنشأ بين الفصل واللزوم بصفة عامة ، ويمكن أن تنشأ بينهما فى شقى المصادرة والمبرهنة الثوانى ؛ بحيث إذا وضعنا (~ ق) بدلاً من (ق) فى المصادرة اقتربنا مما نهدف إليه وهو :

(ل ⊂ م) ⊂ [(~ ق ∨ ل) ⊂ (~ ق ∨ م)]

(حـ) ولما كانت (~ ق ∨ ل) فى الدالة الأخيرة تكافىء (ق ⊂ ل) بالمبرهنة حسب تعريف اللزوم ، فإنه بالتعويض نحصل على :

(ل ⊂ م) ⊂ [(ق ⊂ ل) ⊂ (ق ⊂ م)]

هـ . ط . ث

ونصوغ قائمة الصدق للمبرهنة أو لمبدأ القياس كما يلي :

⊂	⊂	م	⊂	ق	⊂	ل	⊂	ق	⊂	م
ص	ص	ص	ص	ص	ص		ص		ص	
ص	ص	ص	ص	ك	ص		ص		ص	
ص	ك	ك	ص	ص	ص		ك		ك	
ص	ك	ك	ص	ك	ص		ص		ص	
ك	ص	ص	ص	ص	ك		ص		ص	
ك	ص	ص	ص.	ك	ص		ص		ص	
ك	ص	ك	ص	ص	ك		ص		ك	
ك	ص	ك	ص	ك	ص		ص		ص	

√

جميع قيم صدق الثابت الرئيسى صادقة فالدالة إذن تحليلية .

مبرهنة [5]

(25)[(م ⊂ ق) ⊂ (م ⊂ ل)] ⊂ (ل ⊂ ق)

$2{\cdot}06.\ (p \supset q) \supset [(q \supset r) \supset (p \supset r)]$

وتلك صورة أخرى لمبدأ القياس تأخذ البرهنة على صدقها الخطوات التالية :

(۱) تنص المصادرة (4) على :

[(م V ق) V ل)] ⊂ [(م V ل) V ق)]

(25) Principia, P. 100.

بوضع (~ ق) بدلاً من (ق) و (~ ل) بدلاً من (ل) نحصل على :

[~ ق v (~ ل v م)] ⊂ [~ ل v (~ ق v م)]

وبتطبيق تعريف ثابت اللزوم [⊂ = ~ ، v] وبالتعويض فى الصيغة السابقة فى ضوء هذا التعريف ينتج أن :

[ق ⊂ (ل ⊂ م)] ⊂ [ل ⊂ (ق ⊂ م)]

(ب) تنص المصادرة [5] على أن :

(ل ⊂ م) ⊂ [(ق v ل) ⊂ (ق v م)]

وبوضع (~ ق) بدلاً من (ق) ينتج أن :

(ل ⊂ م) ⊂ [(~ ق v ل) ⊂ (~ ق v م)]

وبتطبيق تعريف اللزوم (⊂ = ~ ، v) .

(ل ⊂ م) ⊂ [(ق ⊂ ل) ⊂ (ق ⊂ م)]

(حـ) بالنظر فى ناتج الخطوة (أ) ، مع وضع (ل ⊂ م) بدلاً من (ق) ، ثم وضع (ق ⊂ ل) بدلاً من (ل) ، و (ق ⊂ م) بدلاً من (م) . نحصل على الصيغة المطولة :

{ (ل ⊂ م) ⊂ [(ق ⊂ ل) ⊂ (ق ⊂ م)] }

⊂

{ (ق ⊂ ل) ⊂ [(ل ⊂ م) ⊂ (ق ⊂ م)] }

(د) الثابت الرئيسى فى هذه الدالة المطولة هو اللزوم ويعنى ضرورة استلزام السابق للاحق ، فصدق الأول يؤدى إلى صدق التالى بالضرورة المنطقية ، ولما كان الشق الأول من الدالة هو عين المبرهنة (4) التى سبق البرهنة على صحتها وصدقها ، فالتالى صحيح ، والتالى هنا هو المبرهنة [5] التى نحن بصدد البرهنة عليها .

[(م ⊂ ق) ⊂ (م ⊂ ل)] ⊂ (ل ⊂ ق) [26]

هـ . ط . ث

ثم نقيم قائمة صدق لاثبات صحة المبرهنة :

م	⊂	ق	⊂	م	⊂	ل	⊂	ل	⊂	ق
	ص		ص	ص	ص		ص	ص	ص	ص
	ك		ص	ك	ك		ص	ص	ص	ص
	ص		ص	ص	ص		ص	ك	ك	ص
	ك		ك	ك	ص		ص	ك	ك	ص
	ص		ص	ص	ص		ص	ص	ص	ك
	ص		ص	ك	ك		ص	ص	ص	ك
	ص		ص	ص	ص		ص	ك	ص	ك
	ص		ص	ك	ص		ص	ك	ص	ك
			×				√		×	

الدالة تحليلية صادقة دائماً كما يتضح من النظر فى قوائم صدق الثابت الرئيسى وهو اللزوم الثانى .

مبرهنة [6]

(ق V ق) ⊂ ق

2.07. $p \supset (p \vee p)$

(26) تختلف طريقتنا فى البرهان هنا عما قدمه أصحاب برنكيبا ص 100 وعما قدمه : عزمى إسلام : الاستدلال الصورى ص 184 ، وتختلف كذلك عما قدمه : بيسون ، أكونر : المرجع السابق ص 137 ، وان كانت البراهين الأربعة سليمة لاعتمادها على نفس مقدمات نسق واحد ، مما يؤكد تعدد سبل البرهنة على المبرهنة الواحدة ، ويؤكد أيضاً مبدأ تعدد الصواب .

يشير أصحاب برنكيبيا إلى أن البرهنة يسيرة متى وضعنا (ل) محل القضية (ق) ومحل القضية البديلة داخل الدالة الثنائية فيصبح لدينا[27] :

ل ⊃ (ق V ل)[28]

وهو نص المصادرة الثانية (مبدأ الجمع) الصادقة ، فإن عدنا وعوضنا (ق) محل (ل) حصلنا على قضية صحيحة استنباطياً :

ق ⊃ (ق V ق)

هـ . ط . ث

وفى حالة متغير واحد فى الدالة فإن قائمة الصدق لا تحوى أكثر من احتمالين هكذا :

ق	⊃	ق V ق
ص	ص	ص
ك	ص	ك

وهذا يعنى أن القضية تستلزم ذاتها ، كما أن القضية تكافىء ذاتها .

مبرهنة [7]

. · (~ ق V ق)[29]

2`1. $(\sim p \vee p)$

(27) **Principia, P. 101.**

(28) تجد صورة أخرى للمصادرة عند « ناجل » و « نيومان » لكنها تعطى نفس النتيجة وهى :
ق ⊃ (ق V ل)
انظر :

Nagel, E., & Newman, J., Godel's Proof, P. 49.

(29) **Principia, P. 101, and See also :**

- Copi, Symbolic Logic, P. 243.

و « يسون » : المرجع السابق ، ص 133 .

البرهان الاستنباطي :

(ا) تنص المصادرة الثانية على : ل $\supset$ (ق V ل)

نضع (ق) محل (ل) فتصبح : ق $\supset$ (ق V ق) [مبرهنة 6]

(ب) تنص المصادرة الأولى على : (ق V ق) $\supset$ ق

ومن مقارنتها بمبرهنة 6 وحذف المكرر بينهما ، ينتج :

ق $\supset$ ق دالة صحيحة

(حـ) ولما كان ق $\supset$ ق $\equiv$ ~ ق V ق بالتعريف، والشق الأول صحيح فإن ما يكافئه يكون صحيحاً :

~ ق V ق

هـ . ط . ث

أما قائمة الصدق فهي كالتالي :

~ ق	V	ق
ك	ص	ص
ص	ص	ك

مبرهنة [8]

(ق V ~ ق)[30]

2'11. (p V ~ p)

(30) **Principia**, P. 101.

Copi, Op. Cit., 243-4.

البرهان الاستنباطى :

(ا) تنص المصادرة الثالثة على :

(ق V ل) ⊃ (ل V ق)

نضع (~ ق) بدلاً من (ق) ، ونضع (ق) بدلاً من (ل) :

(~ ق V ق) ⊃ (ق V ~ ق)

(ب) الصيغة الأخيرة صيغة لزوم إذا صدق مقدمها يصدق تاليها . ولما كان المقدم هو نفس المبرهنة (7) التى برهنا على صحتها .

∴ المبرهنة (ق V ~ ق) صحيحة

هـ . ط . ث

وقائمة الصدق هى عين القائمة السابقة مع تغيير مواضع المتغيرين .

مبرهنة [9]

ق ⊃ ~ (~ ق)

$p \supset \sim(\sim p)$ 2'12.

البرهان الاستنباطى :

(ا) تنص المبرهنة (8) على : ق V ~ ق

بوضع ~ ق بدلاً من ق تصبح المبرهنة :

~ ق V ~ ~ ق

(ب) نعوض بتعريف اللزوم على الصيغة السابقة [⊃ = ~ ، V] لتصبح :

ق ⊃ ~ ~ ق

هـ . ط . ث

أما قائمة الصدق فهى :

ق	⊂	~	~ ق
ص	ص	ص	ك
ك	ص	ك	ص

وبالنظر فى قائمة الصدق نلاحظ أن القيم بين (ق) وسلب سلب ق متطابقة من حيث الصدق والكذب ، ومن ثم يمكن قيام رابطة أو اجراء التكافؤ بينهما :

ق ≡ ~ ~ ق

ولما كان التكافؤ كرابطة يعنى اللزوم المتبادل بين شطرين متكافئين فإنه يمكن استنتاج صيغة أخرى من الصيغة السابقة وهى[31] :

~ ~ ق ⊂ ق

مبرهنة [10]

ق v ~ [– (~ ق)]

2.13. p v ~ { ~ (~ p) }

يمكن البرهنة الاستنباطية بطريقة مختصرة نقترحها كما يلى :

— تنص المبرهنة [8] على : ق v ~ ق

(31) Reichenbach, H., Op. Cit., P. 38.
and Copi, Op. Cit., P. 241.
See also : Principia, P. 116.

ــ وتنص قاعدة النفى المزدوج التى نستخدمها فى ضوء التعويض بالتعريف على :

$$\text{ق} \equiv \sim \sim \text{ق}$$

ولما كان الضرب المنطقى لحد فى ذاته ينتج نفس الحد ، فان الضرب المنطقى بين : ؛ $\text{ق} \vee \sim \text{ق}$ ؛

و ؛ $\text{ق} \equiv \sim \sim \text{ق}$ ؛

ينتج : $\text{ق} \vee \sim \sim \sim \text{ق}$

هـ . ط . ث

أما البرهان المطول فنعتمد فيه على ما أورده **برنكيبيا**[32] :

(ا) تنص المصادرة الخامسة على :

$$(\text{ل} \supset \text{م}) \supset [(\text{ق} \vee \text{ل}) \supset (\text{ق} \vee \text{م})]$$

بوضع ($\sim \text{ق}$) بدلاً من (ل) ، و($\sim \sim \sim \text{ق}$) بدلاً من (م) ينتج :

$$(\sim \text{ق} \supset \sim \sim \sim \text{ق}) \supset [(\text{ق} \vee \sim \text{ق}) \supset (\text{ق} \vee \sim \sim \sim \text{ق})]$$

(ب) تنص المبرهنة التاسعة على: ($\text{ق} \supset \sim \sim \text{ق}$) ، نضع ($\sim \text{ق}$) بدلاً من (ق) فينتج :

$$\sim \text{ق} \supset \sim \sim \sim \text{ق}$$

(حـ) نلاحظ أن الصيغة (ب) صحيحة لأنها مشتقة من مبرهنة صحيحة ، كما نلاحظ أنها عين مقدم ناتج (ا) الذى يلزم عنه لاحق صحيح أيضاً هو :

$$(\text{ق} \vee \sim \text{ق}) \supset (\text{ق} \vee \sim \sim \sim \text{ق})$$

(32) Principia, P. 101.

(ى) لكن الصيغة الأخيرة صيغة لزوم هى الأخرى إن صدق مقدمها صدق التالى فيها ، ولما كان مقدمها (نص المبرهنة الثامنة)[33] صادقاً ؛ فالتالى أيضاً صادق وهو :

(ق V ~ ~ ~ ق)

هـ . ط . ث

أما إثبات صحة المبرهنة بقائمة صدق ، فها هو :

ق	V	~	~	~ ق
ص	ص	ك	ص	ك
ك	ص	ص	ك	ص

√

ويتضح من تحليل المبرهنة أنها صورة أكثر تركيباً للمبرهنة الثامنة (ق V ~ ق) ، مضافاً إليها مبدأ النفى المزدوج الذى يحافظ على صحة وصدق الصيغة الأصلية .

مبرهنة [11]

ق ⊃ (ق V ل)[34]

$p \supset (p \vee q)$ 2·2.

يقوم البرهان الاستنباطى لهذه المبرهنة على محاولة وضعها تالياً فى قضية لزوم

(33) قولنا « المبرهنة الثامنة » يرتبط بالترتيب الذى أوردنا به المبرهنات فى سياق هذا الفصل . ولا يرتبط بالترتيب الأصلى كما جاء فى كتاب برنكيبا ، أو فى أى من الكتب المنطقية التى اعتمدنا عليها .

(34) Principia, P. 104.

يصدق ان صدق المقدم ، وينبغى أن يكون المقدم فى هذه الحالة نص مصادرة أو مبرهنة ثبتت صحتها وصدقها .

(ا) تنص المبرهنة الخامسة فى هذا النسق على :

(ق ⊂ ل) ⊂ [(ل ⊂ م) ⊂ (ق ⊂ م)]

نستبدل (ل V ق) بـ (ل) ، و (ق V ل) بـ (م) ، فنحصل على:

[ق ⊂ (ل V ق)] ⊂ {[(ل V ق) ⊂ (ق V ل)] ⊂
[ق ⊂ (ق V ل)]}

(ب) تنص المصادرة الثانية على :

ل ⊂ (ق V ل)

بوضع (ق) محل (ل) ، و (ل) محل (ق) ، تنتج صيغة مشتقة وصادقة :

ق ⊂ (ل V ق)

ونلاحظ أن الصيغة الأخيرة هى مقدم الصيغة (ا) ، فتاليها إذن صادق :

[(ل V ق) ⊂ (ق V ل)] ⊂ [ق ⊂ (ق V ل)]

(حـ) تنص المصادرة الثالثة على :

(ق V ل) ⊂ (ل V ق)

بوضع (ل) محل (ق) و (ق) محل (ل) ، نحصل على صيغة صادقة :

(ل V ق) ⊂ (ق V ل) .

(د) تؤلف الصيغة الأخيرة مقدماً للصيغة الشرطية (ب) ، وبما أنها صادقة فإن تاليها صادق وهو :

ق ⊂ (ق V ل)

هـ . ط . ث

واثبات المبرهنة باستخدام قائمة صدق يأخذ هذه الصورة :

ق v ل	⊃	ق
ص	ص	ص
ص	ص	ص
ص	ص	ك
ك	ص	ك

مبرهنة [12]

~ ق ⊃ (ق ⊃ ل)[35]

2'21. $\sim p \supset (p \supset q)$

البرهان الاستنباطي :

(ا) تنص المبرهنة [11] على : ق ⊃ (ق v ل)

بوضع (~ ق) بدلاً من (ق) نصبح :

~ ق ⊃ (~ ق v ل)

(ب) ينص تعريف اللزوم على :

ق ⊃ ل ≡ (~ ق v ل) تع

(حـ) بحذف المتكافآت (~ ق v ل) في الصيغتين ينتج أن :

~ ق ⊃ (ق ⊃ ل)

هـ . ط . ث

(35) Ibid., P. 104.

قائمة الصدق :

ق ⊂ ل	⊂	~ ق
ص	ص	ك
ك	ص	ك
ص	ص	ص
ص	ص	ص

مبرهنة [13]

ق ⊂ (~ ق ⊂ ل)[36]

2'24. $p \supset (\sim p \supset q)$

البرهان الاستنباطى :

(ا) تنص المبرهنة [12] على :

~ ق ⊂ (ق ⊂ ل)

بوضع ~ ق محل (ق) فى المبرهنة ، ينتج أن :

~ ~ ق ⊂ (~ ق ⊂ ل)

(ب) تنص المبرهنة [9] على :

ق ⊂ ~ ~ ق

وبالتعويض فى الصيغة (ا) ينتج أن :

ق ⊂ (~ ق ⊂ ل)

هـ . ط . ث

(36) Ibid., P. 104.

أما قائمة الصدق فهى كالتالى :

ق	⊂	~ ق	⊂	ل
ص	ص	ك	ص	ص
ص	ص	ك	ص	ك
ك	ص	ص	ص	ص
ك	ص	ص	ك	ك

مبرهنة [14]

~ (~ ق V ~ ل) ⊂ (ق . ل)[37]

$3{\cdot}11. \quad \sim(\sim p \vee \sim q) \supset (p \cdot q)$

البرهان الاستنباطى :

(ا) بالرجوع إلى التعريف الأول :

(ق . ل) = ~ (~ ق V ~ ل) تع

والمبرهنة :

~ (~ ق V ~ ل) ⊂ (ق . ل)

(ب) بحذف التعريف ، وجمع ما يبقى من الصيغتين ينتج :

(ق . ل) ⊂ (ق . ل)

وان عوضنا عن المقدم والتالى بـ (ق) ، ينتج :

ق ⊂ ق

(37) Ibid., P. 111.

وهى صيغة مبدأ الهوية الثابت صحته فى نسق برنكيا تحت رقم [38][2˙08.] .

إذن فالصيغة المطابقة لمبدأ الهوية صيغة صحيحة وهى :

ل . ق ⊂ (ل ~ V ق ~) ~

هـ . ط . ث

= قائمة الصدق :

ل . ق	⊂	ل ~	V	ق ~	~
ص	ص	ك	ك	ك	ص
ك	ص	ص	ص	ك	ك
ك	ص	ك	ص	ص	ك
ك	ص	ص	ص	ص	ك
×	√				×

ونلاحظ أن سلب شق الدالة الأول ينتج لنا قيمة صدق صادقة وثلاث قيم صدق كاذبة ، وهو نفس نتيجة ثابت الوصل فى الشق الثانى ، مما يؤدى إلى استخدام ثابت التكافؤ محل ثابت اللزوم :

[39](ل . ق) ≡ (ل ~ V ق ~) ~

مبرهنة [15]

[40](ل . ق) ~ ⊂ (ل ~ V ق ~)

3˙14. (~ p V ~ q) ⊃ ~ (p · q)

(38) Ibid., P. 101.

(39) **Principia**, Proposition No : [4˙5.], P. 120 & Prop. No : [3˙01], P. 111.

(40) **Principia**, P. 111.

ـــ البرهان الاستنباطى :

(ا) تنص المبرهنة [8] فى هذا النسق على : (ق ∨ ~ ق)، نضع (~ ق) بدلاً من (ق) ، فتصبح :

~ ق ∨ ~ ~ ق

(ب) ان عوضنا الصيغة السابقة بتعريف اللزوم ، ينتج :

ق ⊃ ~ ~ ق (صيغة صحيحة)

نجرى على الصيغة السابقة تعويضاً آخر بحيث تحل الصيغة (~ ق ∨ ~ ل) محل ق ، فتصبح الصيغة فى صورتها الجديدة :

(~ ق ∨ ~ ل) ⊃ ~ ~ (~ ق ∨ ~ ل) ، وتعنى أن : (~ ق ∨ ~ ل) ⊃ (~ ق ∨ ~ ل) . بعد حذف السلب المزدوج .

(حـ) ينص التعريف الأول (تعريف الوصل) على :

ق . ل ≡ ~ (~ ق ∨ ~ ل) تع .

ولما كان ناتج (ب) قضية يلزم عنها ذاتها (~ ق ∨ ~ ل) وهى الشق الأول من المبرهنة ، الذى يلزم عنه الشق الثانى ~ (ق . ل) فإنه بإجراء تبادل المواضع فى التعريف ينتج أن :

(~ ق ∨ ~ ل) ⊃ ~ (ق . ل)[41]

هـ . ط . ث

(41) Strawson, Introduction to Logical Theory, P. 105.

قائمة الصدق :

~ ق v ~ ل	⊂	~	ق . ل
ك	ص	ك	ص
ص	ص	ص	ك
ص	ص	ص	ك
ص	ص	ص	ك
×	√	×	

من النظر فى قيم الصدق تحت ثابت الفصل فى الشق الأول من الدالة ، ومقارنتها بقيم الصدق الواردة تحت سلب الشق الثانى ، نجد أن هناك تطابقاً بينهما ، مما يشير إلى أن الدالة دالة تكافؤ ، بالاضافة إلى أنها دالة لزوم :

(~ ق v ~ ل) ≡ ~ (ق . ل)

وإن أقمنا تبادلاً للمواضع بين الطرفين بشرط أن نبقى على السلب فى موضعه ، نتج عن ذلك صيغة تحليلية هى تعريف ثابت الوصل :

(ق . ل) ≡ ~ (~ ق v ~ ل)

أما إن رفعنا ثابت السلب الرئيسى فى التعريف بحيث يصبح :

(ق . ل) ≡ (~ ق v ~ ل)

فإن ما ينتج ليس سوى دالة متناقضة،تخرج كل قيم الصدق تحت الثابت الرئيسى فى الدالة [التكافؤ] قيم كاذبة . لهذا كان تعريف دالة الوصل ليس مجرد إقامة اجراء الفصل بين عنصريها المسلوبين وإنما سلب أو نقض اجراء الفصل المشار إليه .

مبرهنة [16]

(ق . ل) ⊂ (ل . ق)[42]

3·22. $(p \cdot q) \supset (q \cdot p)$

وهذه المبرهنة هى احدى صيغ قانون تبادل المواضع ، ومن صوره الأخرى الصيغة (ق . ل) ≡ (ل . ق)[43] .

ــ البرهان الاستنباطى :

(ا) تنص المصادرة الثالثة على :

(ق V ل) ⊂ (ل V ق)

بوضع (~ ق) بدلاً من (ق) ، وبوضع (~ ل) بدلاً من (ل) ، تنتج الدالة الصحيحة .

(~ ق V ~ ل) ⊂ (~ ل V ~ ق)

(ب) نضيف ثابت السلب إلى شقى الدالة السابقة فتصبح :

~ (~ ق V ~ ل) ⊂ ~ (~ ل V ~ ق)

وبمقارنة تعريف الوصل بالدالة السابقة وهو :

(ق . ل) ≡ ~ (~ ق V ~ ل)

∴ (ل . ق) ≡ ~ (~ ل V ~ ق)

(حـ) ينتج مما سبق أن الدالة الأولى فى (ب) وهى دالة صحيحة تطابق :

(ق . ل) ⊂ (ل . ق)

هـ . ط . ث

(42) Principia, P. 111.

(43) Ibid., P. 116.

ـــ قائمة الصدق :

ق . ل	⊃	ل . ق
ص	ص	ص
ك	ص	ك
ك	ص	ك
ك	ص	ك
	√	

وكما أشرنا فى بداية الحديث عن المبرهنة أنها دالة تكافؤ كما أنها دالة لزوم .

مبرهنة [17]

~ (ق . ~ ق)[44]

3.24. $\sim (p \cdot \sim p)$

تلك صيغة قانون عدم التناقض ، ويعنى أنه من الكذب أن نجمع بين قضية ونقيضها ، وكنا قد سلمنا فى المبرهنة [8] على (ق V ~ ق) بمعنى أن (ق) صادقة أو غير صادقة ، ومن ثم يكمل معنى كل مبرهنة المبرهنة الأخرى .

البرهان الاستنباطى[45] :

(ا) تنص المبرهنة [8] على : (ق V ~ ق) ، فإذا وضعنا ~ ق بدلاً من (ق) ، فإنها تصبح :

~ ق V ~ ~ ق   دالة صحيحة

(44) Ibid., P. 111.

(45) Strawson, Op. Cit., P. 101.

(ب) تنص المبرهنة [15] على :

(~ ق V ~ ل) ⊃ ~ (ق . ل)

بوضع (~ ق) بدلاً من (ل) ، تنتج دالة صحيحة هى :

(~ ق V ~ ~ ق) ⊃ ~ (ق . ~ ق)

(ى) ناتج (ا) دالة صحيحة هى عين مقدم ناتج (ب) ، والصيغة الأخيرة هى مقدم فى قضية لزوم ان صدق مقدمها صدق تاليها ، وبالتالى فالصيغة :

~ (ق . ~ ق)

دالة صحيحة — هـ . ط . ث

— قائمة صدق المبرهنة :

~	ق	.	~ ق
ص	ص	ك	ك
ص	ك	ك	ص

√

ويمكن أن تصدق المبرهنة السابقة إن عرضناها بوصفها قراءة جديدة للمبرهنة [8] بحيث نطبق الفصل القوى هذه المرة كاجراء أساسى للدالة :

ق	∧	~ ق
ص	ص	ك
ك	ص	ص

√

مبرهنة [18]

[(ق . ل) ⊃ م] ⊃ [ق ⊃ (ل ⊃ م)]

3·3. $[(p \cdot q) \supset r] \supset [p \supset (q \supset r)]$

البرهان الاستنباطى[46] :

(ا) ينص تعريف الوصل (دالة العطف) على :

(ق . ل) = ~ (~ ق V ~ ل)   تع

وبالنظر إلى الشق الأول فى المبرهنة وإلى تعريف الوصل نستنتج أن :

[(ق . ل) ⊃ م] ⊃ [~ (~ ق V ~ ل) ⊃ م]

وبتطبيق مبدأ التناقل أو نفى المقدم على الشق الثانى :

[(ق . ل) ⊃ م] ⊃ [~ م ⊃ (~ ق V ~ ل)] .

(ب) ينص تعريف اللزوم ق ⊃ ل = ~ ق V ل   تع

بتطبيق التعريف على الشق الثانى تصبح الدالة :

[(ق . ل) ⊃ م] ⊃ [~ م ⊃ (ق ⊃ ~ ل)]

وبتبادل المواضع بين (م) ، (ق) فى الشق الثانى يصبح :

ق ⊃ (~ م ⊃ ~ ل)

وبتطبيق مبدأ نفى المقدم فان (~ م ⊃ ~ ل) = (ل ⊃ م) .

ويصبح الشق الثانى ق ⊃ (ل ⊃ م) .

وتصبح الدالة كلها :

[(ق . ل) ⊃ م] ⊃ [ق ⊃ (ل ⊃ م)]

هـ . ط . ث

(46) Principia, P. 112.

قائمة الصدق :

(ق . ل)	⊂	م	⊂	ق	⊂	(ل ⊂ م)
ص	ص		ص		ص	ص
ص	ك		ص		ك	ك
ك	ص		ص		ص	ص
ك	ص		ص		ص	ص
ك	ص		ص		ص	ص
ك	ص		ص		ص	ك
ك	ص		ص		ص	ص
ك	ص		ص		ص	ص
	×		√		×	

من الملاحظ أننا لم نضع قيم صدق تحت المتغيرات واكتفينا باستخراج قيمتها تحت الثوابت طبقاً لقواعد الاجراءات المنطقية ، وهى هنا الوصل واللزوم ويمكن للقارىء أن يضع قيم الصدق تحت المتغيرات حسب الترتيب المعمول به . كما نلاحظ تطابق قيم الصدق بين ثابتى اللزوم الثانى والرابع مما يشير إلى أن الثابت الرئيسى يمكن أن يكون ثابت التكافؤ :

[(ق . ل) ⊂ م] ≡ [ق ⊂ (ل ⊂ م)]

بقى أن نشير إلى أن هذه المبرهنة معروفة بأنها أحد المبادىء الهامة فى المنطق وهو مبدأ التصدير Principle of Exportation .

مبرهنة [19]

[47][م ⊂ (ل . ن] ⊂ [(م ⊂ ل) ⊂ ن]

$$3.31. \qquad [\, p \supset (q \supset r) \,] \supset [\, (p \cdot q) \supset r \,]$$

البرهان الاستنباطي :

إنتهينا في البرهان على المبرهنة [18] إلى صحتها وتنص على :

[(م ⊂ ل) ⊂ ن] ⊂ [م ⊂ (ل . ن)]

وكنا قد لاحظنا أنها صيغة صحيحة يصلح التكافؤ لأن يكون ثابتاً رئيسياً فيها بالاضافة إلى اللزوم ، ومن ثم يمكن تطبيق مبدأ تبادل المواضع على المبرهنة [18] الصحيحة فتصبح :

[م ⊂ (ل . ن)] ⊂ [(م ⊂ ل) ⊂ ن] صيغة صحيحة

هـ . ط . ث

أما البرهان على صحة هذه المبرهنة باستخدام قائمة صدق فلا يختلف كثيراً عن البرهان على المبرهنة السابقة لأنهما وجهان لحقيقة واحدة ، وكل ما تم بالنسبة للمبرهنة الحالية هو تبادل مواضع الدالة السابقة . بل أن قيم الصدق تحت ثابتي اللزوم في شطرى المبرهنة يطابقان قيم صدق نظيريهما في مبرهنة [18] ، لذلك اكتفينا بالبرهان الاستنباطي في حالة المبرهنة [19] .

مبرهنة [20]

[48](م ⊂ ن) ⊂ [(م ⊂ ل) . (ل ⊂ ن)]

$$3.33. \qquad [\, (p \supset q) \cdot (q \supset r) \,] \supset (p \supset r)$$

(47) Principia, P. 112.

(48) Ibid., P. 112.

هذه المبرهنة هى احدى صور مبدأ أو قاعدة القياس Syllogism[49] ، ويأخذ البرهان الاستنباطى عليها الخطوات التالية :

(ا) تنص المبرهنة السابقة [19] على :

[ق ⊃ (ل ⊃ م)] ⊃ [(ق . ل) ⊃ م]

لنضع (ق ⊃ ل) محل (ق) ، (ل ⊃ م) محل (ل) ، (ق ⊃ م) محل (م) ، فنحصل على الصيغة المطولة :

{ (ق ⊃ ل) ⊃ [(ل ⊃ م) ⊃ (ق ⊃ م)] }

⊃

{ [(ق ⊃ ل) . (ل ⊃ م)] ⊃ (ق ⊃ م) }

(ب) تنص المبرهنة [5] فى هذا النسق على :

(ق ⊃ ل) ⊃ [(ل ⊃ م) ⊃ (ق ⊃ م)]

ثبت بالبرهان صحة هذه المبرهنة ، ونلاحظ أنها المقدم فى الصيغة المطولة (ا) وهى صيغة لزوم . نستنتج أن التالى لابد أن يكون صحيحاً :

[(ق ⊃ ل) . (ل ⊃ م)] ⊃ (ق ⊃ م)

هـ . ط . ث

(49) من صور قاعدة القياس :

— (ل ⊃ م) ⊃ [(ق ⊃ ل) ⊃ (ق ⊃ م)] 2'05.

— (ق ⊃ ل) ⊃ [(ل ⊃ م) ⊃ (ق ⊃ م)] 2'06.

—[(ل ⊃ م) . (ق ⊃ ل)] ⊃ (ق ⊃ م) 3'34.

ونبرهن على صحة المبرهنة بقائمة صدق كما يلي :

م	⊃	ق	⊃	م	⊃	ل	.	ل	⊃	ق
	ص		ص	ص	ص		ص	ص	ص	ص
	ك		ص	ك	ك		ك	ص	ص	ص
	ص		ص	ص	ص		ك	ك	ك	ص
	ك		ص	ك	ص		ك	ك	ك	ص
	ص		ص	ص	ص		ص	ص	ص	ك
	ص		ص	ك	ك		ك	ص	ص	ك
	ص		ص	ص	ص		ص	ك	ص	ك
	ص		ص	ك	ص		ص	ك	ص	ك
	×		√				×			

تصدق كل قيم الصدق تحت الثابت الرئيسى هنا ، وسوف نلاحظ فى موضع لاحق أن هناك قياساً يتكون من نفس المقدمتين (ق ⊃ ل) ، (ل ⊃ م) إلا أن نتيجته (م . ق) ومن ثم فهو قياس فاسد من وجهة نظر المنطق الحديث فى مواجهة منطق « أرسطو » والمنطق التقليدى . وسيكون الخلاف بين المنطقين محور حديثنا بصورة أكثر اسهاباً عند تناول ضروب وأشكال القياس فى اطار نظرية دالات القضايا .

مبرهنة [21]

$$ق \equiv \sim (\sim ق)$$

$$p \equiv \sim (\sim p) \qquad 4.13.$$

تعد هذه المبرهنة صيغة مبدأ النفى المزدوج Principle of double negation ، ويعنى أن القضية تكافىء كذب نقيضها[50] .

(50) Principia, P. 116.

ونص هذه المبرهنة يذكرُ بالمبرهنة [9] :

ق ⊃ ~ (~ ق)

التى أدركنا عند البرهنة عليها أنه يمكن أن يحل ثابت التكافؤ محل ثابت اللزوم لتأخذ شكل المبرهنة الحالية .

ـــ البرهان الاستنباطى :

(أ) تنص المبرهنة [9] على :

ق ⊃ ~ ~ ق

وثمة صيغة تطابقها هى[51] :

~ ~ ق ⊃ ق　　　　2˙14.

وبعطف الصيغتين السابقتين نحصل على :

(ق ⊃ ~ ~ ق) . (~ ~ ق ⊃ ق)

(ب) نضع (ل) بدلاً من (~ ~ ق) فى الصيغة السابقة فيكون الناتج :

(ق ⊃ ل) . (ل ⊃ ق)

ينص تعريف [3] التكافؤ على :

ق ≡ ل = (ق ⊃ ل) . (ل ⊃ ق)　　　　تع

ولما كانت (ل) قد حلت محل (~ ~ ق) ، وتكافىء (ق) حسب نص التعريف فإن : ق ≡ ~ ~ ق

هـ . ط . ث

(51) Ibid., P. 102.

أما قائمة الصدق فتأخذ هذا الشكل البسيط :

ق	≡	~	~ ق
ص	ص	ص	ك
ك	ص	ك	ص

√

مبرهنة [22]

(ق . ل) ≡ (ل . ق)[52]

4·3. $(p \cdot q) \equiv (q \cdot p)$

ـــ البرهان الاستنباطي :

(ا) تنص المبرهنة [16] من هذا النسق على :

(ق . ل) ⊂ (ل . ق)

بوضع (ق) بدلاً من (ق . ل) ينتج :

2·08. ق ⊂ ق

وتلك صورة لمبدأ الهوية التي تطابق :

4·2. ق ≡ ق

(ب) باعادة : (ق . ل) بدلاً من (ق) ، (ل . ق) بدلاً من (ق) ينتج :

(ق . ل) ≡ (ل . ق)

هـ . ط . ث

(52) Ibid., P. 116, 101, 117.

ولا داعي للبرهنة باستخدام قائمة صدق لأنها تكاد تطابق القائمة الخاصة بالمبرهنة [16] .

نكتفي بهذا القدر من نماذج البراهين على بعض المبرهنات التي قدمها « رسل وهوايتهد » في كتابهما المشترك Principia Mathematica ، ولنا عدة ملاحظات ينبغي الاشارة إليها :

1 ــ إننا لم نبرهن على كل ما قدمه كتاب **برنكيبيا** من مبرهنات (نظريات أو قضايا مشتقة) لأن كاتبا **برنكيبيا** أنفسهم لم يفعلا ذلك .

2 ــ ان البراهين المتاحة في **برنكيبيا** موجزة التعبير يغلب عليها طابع السرد الرياضي ، لهذا عمدنا إلى الاسهاب بعض الشيء عند نقلها إلى العربية حتى لا يستغلق فهمها على القارىء غير المتخصص .

3 ــ عدنا إلى عدة مصادر ــ بالاضافة إلى **برنكيبيا** ــ لعرض البرهان الاستنباطي للمبرهنات منها كتب « ستراوصن » و « ريشنباخ » و « كوني » و « ثابت الفندي » و«عزمي اسلام » وقد أشرنا إلى وجه الاستفادة في حينها . لكن يبقى أن نشير إلى أننا لم نلتزم بأسلوب أحدهم ــ لاختلاف أساليب البرهنة عند كل منهم ــ وإنما آثرنا أن نكتب بأسلوب يجمع بين دقة البيان ويسر الفهم ، ويأتي مشتقاً من **برنكيبيا** بصورة عامة .

4 ــ نعرض في الجزء التالي من هذا الفصل لمجموعة من المبرهنات التي جاءت في **برنكيبيا** ، دون برهنة ، والهدف من سردها أن نوضح ثراء نظرية حساب القضايا وما يشتق منها كنسق إستنباطي ، وسنغفل الاشارة إلى مابرهنا على صحته هنا من مبرهنات .

خامساً : صيغ مبرهنات برنكيبا :

(أ) نتائج مباشرة للقضايا الأولية[53]

2·04. [ق ⊂ (ل ⊂ م)] ⊂ [ل ⊂ (ق ⊂ م)]

2·08. ق ⊂ ق

2·14. ~ (~ ق) ⊂ ق

2·15. (~ ق ⊂ ل) ⊂ (~ ل ⊂ ق)

2·16. (ق ⊂ ل) ⊂ (~ ل ⊂ ~ ق)

2·17. (~ ل ⊂ ~ ق) ⊂ (ق ⊂ ل)

2·18. (~ ق ⊂ ق) ⊂ ق

2·25 ق v [(ق v ل) ⊂ ل]

2·26 ~ ق v [(ق ⊂ ل) ⊂ ل]

2·27 ق ⊂ [(ق ⊂ ل) ⊂ ل]

2·3 [ق v (ل v م)] ⊂ [ق v (م v ل)]

2·31 [ق v (ل v م)] ⊂ [(ق v ل) v م]

2·32 [(ق v ل) v م] ⊂ [ق v (ل v م)]

2·33 ق v ل v م = (ق v ل) v م تع

يستخدم التعريف الأخير فى حالة تجنب استخدام الأقواس فقط .

2·36 (ل ⊂ م) ⊂ [(ق v ل) ⊂ (م v ق)]

2·37 (ل ⊂ م) ⊂ [(ل v ق) ⊂ (ق v م)]

2·38 (ل ⊂ م) ⊂ [(ل v ق) ⊂ (م v ق)]

2·4 [ق v (ق v ل)] ⊂ (ق v ل)

2·41 [ل v (ق v ل)] ⊂ (ق v ل)

2·42 [~ ق v (ق ⊂ ل)] ⊂ (ق ⊂ ل)

2·43 [ق ⊂ (ق ⊂ ل)] ⊂ (ق ⊂ ل)

(53) Principia, PP. 98 - 108.

ق ~ ⊂ (ل ∨ ق) ~ 2·45

ل ~ ⊂ (ل ∨ ق) ~ 2·46

(ل ∨ ق ~) ⊂ (ل ∨ ق) ~ 2·47

(ل ~ ∨ ق) ⊂ (ل ∨ ق) ~ 2·48

(ل ~ ∨ ق ~) ⊂ (ل ∨ ق) ~ 2·49

(ل ⊂ ق ~) ⊂ (ل ⊂ ق) ~ 2·5

(ل ~ ⊂ ق) ⊂ (ل ⊂ ق) ~ 2·51

(ل ~ ⊂ ق ~) ⊂ (ل ⊂ ق) ~ 2·52

(ق ⊂ ل) ⊂ (ل ⊂ ق) ~ 2·521

(ل ⊂ ق ~) ⊂ (ل ∨ ق) 2·53

(ل ∨ ق) ⊂ (ل ⊂ ق ~) 2·54

[ل ⊂ (ل ∨ ق)] ⊂ ق ~ 2·55

[ق ⊂ (ل ∨ ق)] ⊂ ل ~ 2·56

[ل ⊂ (ل ⊂ ق)] ⊂ (ل ⊂ ق ~) 2·6

[ل ⊂ (ل ⊂ ق ~)] ⊂ (ل ⊂ ق) 2·61

[ل ⊂ (ل ⊂ ق)] ⊂ (ل ∨ ق) 2·62

[ل ⊂ (ل ∨ ق)] ⊂ (ل ⊂ ق) 2·621

[ل ⊂ (ل ∨ ق ~)] ⊂ (ل ∨ ق) 2·63

[ق ⊂ (ل ~ ∨ ق)] ⊂ (ل ∨ ق) 2·64

[ق ~ ⊂ (ل ~ ⊂ ق)] ⊂ (ل ⊂ ق) 2·65

(ل ⊂ ق) ⊂ [ل ⊂ (ل ∨ ق)] 2·67

(ل ∨ ق) ⊂ [ل ⊂ (ل ⊂ ق)] 2·68

[ق ⊂ (ق ⊂ ل)] ⊂ [ل ⊂ (ل ⊂ ق)] 2·69

[(م ∨ ل) ⊂ (م ∨ ل ∨ ق)] ⊂ (ل ⊂ ق) 2·73

[(م ∨ ق) ⊂ (م ∨ ل ∨ ق)] ⊂ (ق ⊂ ل) 2·74

{ (م ∨ ق) ⊂ [(م ⊂ ل) ∨ ق] } ⊂ (ل ∨ ق) 2·75

2·76 [ق ∨ (ل ⊃ م)] ⊃ [(ق ∨ ل) ⊃ (ق ∨ م)]

2·77 [ق ⊃ (ل ⊃ م)] ⊃ [(ق ⊃ ل) ⊃ (ق ⊃ م)]

2·8 (ل ∨ م) ⊃ [(~ م ∨ ن) ⊃ (ل ∨ ن)]

2·81 [(ل ⊃ (م ⊃ ن)]
⊃ {(ق ∨ ل) ⊃ [(ق ∨ م) ⊃ (ق ∨ ن)]}

2·82 ق ∨ ل ∨ م ⊃ [(ق ∨ ~ م ∨ ن) ⊃ (ق ∨ ل ∨ ن)]

2·83 [ق ⊃ (ل ⊃ م)] ⊃ {[ق ⊃ (م ⊃ ن)] ⊃ [ق ⊃ (ل ⊃ ن)]}

2·85 [(ق ∨ ل) ⊃ (ق ∨ م)] ⊃ [ق ∨ (ل ⊃ م)]

2·86 [(ق ⊃ ل) ⊃ (ق ⊃ م)] ⊃ [ق ⊃ (ل ⊃ م)]

(ب) قضايا ناتجة عن الضرب المنطقي بين قضيتين[54] :

3·1 (ق . ل) ⊃ ~ (~ ق ∨ ~ ل)

3·12 (~ ق ∨ ~ ل) ∨ (ق . ل)

3·2 ق ⊃ [ل ⊃ (ق . ل)]

3·21 ل ⊃ [ق ⊃ (ق . ل)]

3·26 (ق . ل) ⊃ ق

3·27 (ق . ل) ⊃ ل

3·35 [ق . (ق ⊃ ل)] ⊃ ل

3·37 [(ق . ل) ⊃ م] ⊃ [(ق . ~ م) ⊃ ~ ل]

3·4 (ق . ل) ⊃ (ق ⊃ ل)

3·41 (ق ⊃ م) ⊃ [(ق . ل) ⊃ م]

3·42 (ل ⊃ م) ⊃ [(ق . ل) ⊃ م]

3·43 [(ق ⊃ ل) . (ق ⊃ م)] ⊃ [ق ⊃ (ل . م)]

3·44 [(ل ⊃ ق) . (م ⊃ ق)] ⊃ [(ل ∨ م) ⊃ ق]

3·45 (ق ⊃ ل) ⊃ [(ق . م) ⊃ (ل . م)]

(54) Principia, PP. 109 - 114.

3·47 [(ق ⊃ م) . (ل ⊃ ن)] ⊃ [(ق . ل) ⊃ (م . ن)]

3·48 [(ق ⊃ م) . (ل ⊃ ن)] ⊃ [(ق V ل) ⊃ (م V ن)]

(حـ) قضايا عمادها دالة التكافؤ[55] :

4·1 (ق ⊃ ل) ≡ (~ ل ⊃ ~ ق)

4·11 (ق ≡ ل) ≡ (~ ق ≡ ~ ل)

4·12 (ق ≡ ~ ل) ≡ (ل ≡ ~ ق)

4·14 [(ق . ل) ⊃ م] ≡ [(ق . ~ م) ⊃ ~ ل]

4·15 [(ق . ل) ⊃ ~ م] ≡ [(ل . م) ⊃ ~ ق]

4·2 ق ≡ ق

4·21 (ق ≡ ل) ≡ (ل ≡ ق)

4·22 [(ق ≡ ل) . (ل ≡ م)] ⊃ (ق ≡ م)

4·24 ق ≡ (ق . ق)

4·31 (ق V ل) ≡ (ل V ق)

4·32 [(ق . ل) . م] ≡ [ق . (ل . م)]

4·33 [(ق V ل) V م] ≡ [ق V (ل V م)]

4·34 ق . ل . م = (ق . ل) . م تع

4·36 (ق ≡ ل) ⊃ [(ق . م) ≡ (ل . م)]

4·37 (ق ≡ ل) ⊃ [(ق V م) ≡ (ل V م)]

4·38 [(ق ≡ م) . (ل ≡ ن)] ⊃ [(ق . ل) ≡ (م . ن)]

4·39 [(ق ≡ م) . (ل ≡ ن)] ⊃ [(ق V ل) ≡ (م V ن)]

4·4 [ق . (ل V م)] ≡ [(ق . ل) V (ق . م)]

4·41 [ق V (ل . م)] ≡ (ق V ل) . (ق V م)]

4·42 ق ≡ [(ق . ل) V (ق . ~ ل)]

(55) Principia, PP. 115 - 122.

[(ل ~ v ق) . (ل v ق)] ≡ ق 4.43

[(ل . ق) v ق] ≡ ق 4.44

[(ل v ق) . ق] ≡ ق 4.45

(ل ~ v ق ~) ~ ≡ (ل . ق) 4.5

(ل ~ v ق ~) ≡ (ل . ق) ~ 4.51

(ل v ق ~) ~ ≡ ل ~ . ق 4.52

ل v ق ~ ≡ (ل ~ . ق) ~ 4.53

(ل ~ v ق) ~ ≡ ل . ق ~ 4.54

ل ~ v ق ≡ (ل . ق ~) ~ 4.55

(ل v ق) ~ ≡ ل ~ . ق ~ 4.56

ل v ق ≡ (ل ~ . ق ~) ~ 4.57

ل v ق ~ ≡ ل ⊂ ق 4.6

ل ~ . ق ≡ (ل ⊂ ق) ~ 4.61

ل ~ v ق ~ ≡ ل ~ ⊂ ق 4.62

ل . ق ≡ (ل ~ ⊂ ق) ~ 4.63

ل v ق ≡ ل ⊂ ق ~ 4.64

ل ~ . ق ~ ≡ (ل ⊂ ق ~) ~ 4.65

ل ~ v ق ≡ (ل ~ ⊂ ق ~) 4.66

ل . ق ~ ≡ (ل ~ ⊂ ق ~) ~ 4.67

[(ل . ق) ⊂ ق] ≡ (ل ⊂ ق) 4.7

[(ل . ق) ≡ ق] ≡ (ل ⊂ ق) 4.71

[(ل v ق) ≡ ل] ≡ (ل ⊂ ق) 4.72

[(ل . ق) ≡ ق] ⊂ ل 4.73

(ل v ق) ≡ (ل ⊂ ق ~) 4.74

[(م . ل) ⊂ ق] ≡ [(م ⊂ ق) . (ل ⊂ ق)] 4.76

[ق ⊂ (م v ل)] ≡ [(ق ⊂ م) . (ق ⊂ ل)] 4.77

4·78 [(ق ⊃ ل) V (ق ⊃ م)] ≡ [ق ⊃ (ل V م)]

4·79 [(ل ⊃ ق) V (م ⊃ ق)] ≡ [(ل . م) ⊃ ق]

4·8 (ق ⊃ ~ ق) ≡ ~ ق

4·81 (~ ق ⊃ ق) ≡ ق

4·82 [(ق ⊃ ل) . (ق ⊃ ~ ل)] ≡ ~ ق

4·83 [(ق ⊃ ل) . (~ ق ⊃ ل)] ≡ ل

4·84 (ق ≡ ل) ⊃ [(ق ⊃ م) ≡ (ل ⊃ م)]

4·85 (ق ≡ ل) ⊃ [(م ⊃ ق) ≡ (م ⊃ ل)]

4·86 (ق ≡ ل) ⊃ [(ق ≡ م) ≡ (ل ≡ م)]

4·87 [(ق . ل) ⊃ م] ≡ [ق ⊃ (ل ⊃ م)] ≡ [ل ⊃ (ق ⊃ م)]

≡ [(ل . ق) ⊃ م]

وتمثل الصيغة المطولة الأخيرة جماع لمبادىء التصدير والاستيراد وتبادل المواضع فى قضية واحدة .

(د) **قضايا متنوعة**(56) :

5·1 (ق . ل) ⊃ (ق ≡ ل)

5·11 (ق ⊃ ل) V (~ ق ⊃ ل)

5·12 (ق ⊃ ل) V (ق ⊃ ~ ل)

5·13 (ق ⊃ ل) V (ل ⊃ ق)

5·14 (ق ⊃ ل) V (ل ⊃ م)

5·15 (ق ≡ ل) V (ق ≡ ~ ل)

5·16 ~ [(ق ≡ ل) . (ق ≡ ~ ل)]

5·17 [(ق V ل) . ~ (ق . ل)] ≡ (ق ≡ ~ ل)

5·18 (ق ≡ ل) ≡ ~ (ق ≡ ~ ل)

5·19 ~ (ق ≡ ~ ق)

(56) **Principia**, PP. 123 : 126.

(ل ≡ ق) ⊂ (ل ~ . ق ~) 5·21

(ق ~ . ل) ∨ (ل ~ . ق)] ≡ (ل ≡ ق) ~ 5·22

[(ل ~ . ق ~) ∨ (ل . ق)] ≡ (ل ≡ ق) 5·23

[(ل ~ . ق ~) ∨ (ل . ق)] ~ 5·24

[(ق ~ . ل) ∨ (ل ~ . ق)] ≡

[ل ⊂ (ل ⊂ ق)] ≡ (ل ∨ ق) 5·25

[(م . ق) ⊂ (ل . ق)] ≡ [م ⊂ (ل . ق)] 5·3

[(م . ل) ⊂ ق] ⊂ [(ل ⊂ ق) . م] 5·31

[(م . ق) ≡ (ل . ق)] ≡ [(م ≡ ل) ⊂ ق] 5·32

[م ⊂ (ل . ق)] ≡ [م ⊂ (ل . ق)] 5·33

[(م ≡ ل) ⊂ ق] ⊂ [(م ⊂ ق) . (ل ⊂ ق)] 5·35

[(ل ≡ ق) . ل] ≡ [(ل ≡ ق) . ق] 5·36

(ل ⊂ ق) ≡ [(ل ⊂ ق) ⊂ ق] 5·4

[(م ⊂ ل) ⊂ ق] ≡ [(م ⊂ ق) ⊂ (ل ⊂ ق)] 5·41

{ [(م . ق) ⊂ ل] ⊂ ق } ≡ [(م ⊂ ل) ⊂ ق] 5·42

[(م . ل) ⊂ ق] ≡ [(م ⊂ ق) ⊂ (ل ⊂ ق)] 5·44

[ل ≡ (ل ⊂ ق)] ⊂ ق 5·5

[(ل ≡ ق) ≡ ل] ⊂ ق 5·501

[(م ∨ ل) ⊂ ق] ≡ [م ⊂ (ل ~ . ق)] 5·6

(ل ~ . ق) ≡ [ل ~ . (ل ∨ ق)] 5·61

(ل ~ ∨ ق) ≡ [ل ~ ∨ (ل . ق)] 5·62

[(ل . ق ~) ∨ ق] ≡ (ل ∨ ق) 5·63

[(ل ≡ ق) ∨ م] ≡ [(م ∨ ل) ≡ (م ∨ ق)] 5·7

[(م . ق) ≡ م . (ل ∨ ق)] ⊂ (م ~ ⊂ ل) 5·71

[(م ⊂ ق) ≡ (ل ⊂ ق)] ≡ [(م ≡ ل) ⊂ ق] 5·74

خاتمـــة :

عرضنا لهذه المجموعة المتنوعة من النظريات أو المبرهنات ، ورغم كثرتها فانها تقوم على فكرة أساسية هى أن العلاقات أو الاجراءات المنطقية يحكمها الاتساق ، وأن كل ثابت منطقى له معنى محدد ودور ثابت ، كما أن لمجموعة الثوابت علاقات ثابتة بعضها ببعض . كما تؤكد وفرة المبرهنات أن قابلية النسق للاشتقاق واسعة إلى حد بعيد ، وترتبط هذه السعة بالقضايا الأولية وقواعد الاشتقاق والاستدلال . وقد تمسكنا بعرض النسق الاستنباطى كما ورد فى **برنكيبا** ، لأن هذا الكتاب يعد انجيل القرن العشرين فى دقته وشموله ، كما أنه المصدر الأساسى لكافة دراسات المنطق الرمزى ، وكل ما لحق به من دراسات تتعلق بتفسير أو بيان أو شروح ومقترحات ؛ انما جاءت لتدور فى فلك **برنكيبا** سواء كانت مؤيدة لخطة « رسل » و « هوايتهد » أو معارضة لها .

الفصل السابع
نظرية حساب دالاًت القضايا

الفصل السابع
نظرية حساب دالات القضايا
« حساب المحمول »

مقدمة :

نظرية حساب دالات القضايا Functional Culculus of Propositions هى النظرية الثانية من نظريات المنطق الرمزى . وتعنى هذه النظرية بدراسة البناء المنطقي للقضايا ، ومن ثم تهتم بالحساب التحليلي للدالات[1] . ولهذه النظرية عدة أسماء مشتقة من الموضوعات التى تبحثها ؛ فهى نظرية « حساب المحمول » Predicate Culculus ، ونظرية « التسوير » Quantification[2] ، ونظرية المتغيرات الظاهرية Theory of Apparent Variables[3] . لكن ما الذى تضيفه نظرية حساب المحمول للنظرية ذات السبق المنطقى والتى فرغنا منها ؛ نظرية حساب القضايا ؟

يمكن الإجابة على هذا السؤال بعقد مقارنة بين النظريتين فى النقاط التالية :

(1) تهتم نظرية حساب المحمول اهتماماً خاصاً بسور القضية Quantifier الذى يلعب دوراً فى تحديد طبيعة العلاقة ــ الاجراء المنطقى ــ بين عنصريها ، كما تصوغ هذه النظرية سور القضية صياغة رمزية تمايز حسب نوع السور والكم الخاص بالمحمول ، بحيث يصبح المحمول والسور كلاً واحداً .

(2) ترمز نظرية حساب القضايا للقضية ــ بعنصريها الموضوع والمحمول ــ برمز متغير واحد ، بينما ترمز نظرية حساب المحمول لكل عنصر أوحد

(1) Reichenbach, H., Elements of Symbolic Logic, P. 80.

(2) Quine, W., Methods of Logic.

(3) Whitehead & Russell, Principia Mathematica, P. 127.

برمز خاص به ، مما يوسع من نطاق قدرة المنطق فى التعبير الرمزى عما يصدر عنا من أحكام مهما تنوعت ، كما يسر لنا تناول المنطق التقليدى — والقياس الحملى منه على وجه الخصوص — من وجهة نظر نقدية معاصرة .

(3) تميز نظرية حساب المحمول تمييزاً نقدياً بين القضية الشخصية Singular والقضية الحملية Categorical تمييزاً يعكس فضل جهود مناطقة سابقين بهذا الصدد مثل « بيانو » و « فريجه » ، كما يكشف عن بعض أخطاء المنطق التقليدى .

(4) تميز نظرية حساب المحمول أيضاً بين نوعين من القضايا الوجودية ؛ نوع موجب ينطوى على تقرير وجودى لأفراد موضوعه ، ونوع سالب يفتقر لهذا التقرير ، ويقوم هذا التمييز — فى إطار نظرية حساب المحمول — على أسس مخالفة لأسس المنطق التقليدى .

ومن المتفق عليه أنه رغم وجوه التمايز بين نظريتي حساب القضايا وحساب دالات القضايا ، تظل النظرية الأولى أساساً منطقياً للنظرية الثانية ، من حيث استخدام نفس الثوابت المنطقية ودالات الصدق وقيم الصدق وجزء من المصطلح الرمزى ، بل ان كثيراً من الصيغ التحليلية فى حساب القضايا هى ذاتها صيغ تحليلية فى حساب دالات القضايا ، وان عبرنا عنها بمتغيرات جديدة[4] .

ولنبدأ فى عرض المباحث الأساسية لهذه النظرية : المصطلح الرمزى ، دالة القضية ، التقرير الوجودى ، قواعد الاستدلال ، مع نظرة نقدية للمنطقين الأرسطى والتقليدى .

أولاً : المصطلح الرمزى للنظرية :

تستخدم نظرية دالات القضايا أربعة أنواع من قوائم الرموز هى[5] :

(4) Reichenbach, H., Op. Cit., pp. 134 - 5.

(5) Runes. (ed.), Dictionary of Philosophy, item, Logic, formal, P. 173.

ا ــ رموز المتغيرات الفردية Individual Variables ، وهى عبارة عن حروف أبجدية ترمز إلى أشياء جزئية وإلى أسماء أعلام ، مما يأتى موضوعاً فى قضية ، والحروف هى : x ، y ، z ، x^{I} ، y^{I} ، x^{I} ، x^{II} ، y^{II} ، z^{II} ، ونقترح فى صياغتنا الحروف المقابلة لها فى الأبجدية العربية وهى : هـ ، و ، ى ، هـ^{I} ، و^{I} ، ى^{I} ، هـ^{II} ، و^{II} ، ى^{II} .. على التوالى .

ب ــ رموز لمتغيرات القضايا Propositional Variables ، وهى ما سبق استخدامه فى نظرية حساب القضايا : p ، q ، r ، s ، p^{1} ، q^{1} ، r^{1} ، s^{1} وتشير لقضية من فئة بعينها . والمقابل العربى لرموز متغيرات القضايا هو : ق ، ل ، م ، ن ، ق^{I} ، ل^{I} ، م^{I} ، ن^{I} .

حـ ــ رموز المتغيرات الحملية Predicative Variables ، وترمز إلى صفات أو محمولات تسند إلى الموضوعات ، وهى الحروف : F ، G ، H ، J . ونقترح فى الصياغة العربية الحروف س ، ص ، ط ، ع ، وقد إنتقينا حروفاً غير منقوطة ليسهل استخدامها .

د ــ رموز التسوير Quantification وهى نوعان :

1 ــ السور الكلى Universal Quantifire ، ونرمز له بحرف يشير إلى أن الحكم الذى نصدره ينطبق على كل أفراد الموضوع بالوجوب أو بالسلب . وقد اختلفت كتب المنطق حول شكل هذا السور ، وان لم تختلف حول دلالته ؛ ففى برنكيبا يرمز له « رسل » و « هوايتهد » بالحرف [X][6] ، كما يذهب إلى ذلك مناطقة آخرين مثل « فتجنشتين »[7] . ويرمز « تارسكى » للسور الكلى بالحرف A وهو بذلك يميزه عن المتغير (X)[8] . كما تستخدم بعض الكتب الرمز ($\forall$) أو ($\forall_x$) فى الاشارة إلى السور الكلى[9] . وعلى أى حال فإن رمز

(6) Principia, P. 127.

(7) Anscombe, G.E.M., An Introduction to Wittgenstien's Tractatus, P. 22.

(8) تارسكى : مقدمة للمنطق ؛ ص 46 .

(9) McKay, Th., Modern Formal Logic, P. 193
Nolt & Rohatin, Logic, P. 116.
Hodges, W., Logic, P. 197.

السور الكلى يحل محل كلمات مثل : كل ، جميع ، كافة ... الخ ، ونقترح الحرف (كـ) كرمز للسور الكلى ، واقترحناه اختصاراً لكلمة « كل » من ناحية ، ونكتبه على هذه الصورة تمييزاً له عن (ك) عندما نعبر به كحرف عن قيم الصدق فى حالة الكذب .

وعندما نحاول التعبير بلغة رمزية عن قضية بها سور كلى : مثل القضية « كل إنسان ... » ، فإن تعبيرنا عنها يمر بعدة مراحل :

ــ فى كل الحالات التى يكون عليها (هـ) ، فإن (هـ) إنسان .

ــ فى كل حالات (هـ) ، (هـ س) .

ــ فإن رمزنا للسور (كـ) ، تصبح القضية العامة السابقة :

(كـ) (هـ س) .

ولنا هنا ملاحظة تتعلق بصورة دالة القضية وترتيب المتغيرات فيها : فالتعبير الأخير (كـ) (هـ س) يقابله بالانجليزية (F_x) (X) ، ولما كانت (x) تشير إلى الموضوع ويقابلها فى صياغتنا (هـ) ، وتشير (F) إلى الصفة أو المحمول ، ويقابلها (س) ؛ فإن النقل المباشر عن الصيغة (X) (F_x) إلى العربية هو (كـ) (س هـ) لسبق الصفة للموصوف فى اللغة الانجليزية لكن لما كانت الصفة تتبع الموصوف ، ويلحق المحمول بالموضوع فى اللغة العربية ، فإننا آثرنا أن نلتزم بذلك فى صياغتنا لدالات القضايا ، لتصبح صورة القضية « رسل منطقى » : « هـ س » . ونختلف فى ذلك مع معظم كتب المنطق العربية التى نقلت المتغيرات بنفس ترتيبها فى المصادر الأجنبية .

2 ــ السور الجزئى أو الوجودى Existential Quantifire :

ويرمز إلى فرد أو إلى شيء جزئى يوصف بصفة ما أو يسند إليه محمول ، ونعبر عنه فى العربية بكلمة « بعض » ، ويرمز له فى معظم كتب المنطق برمز خاص ($\exists_x$) كما يرمز له فى كتب أخرى برمز مختصر ($\exists$) . ونرمز له فى بحثنا بالحرف (جـ) أول حرف فى كلمة « جزء » فى مقابل رمز السور الكلى (كـ) وهو أول حرف فى كلمة « كل » .

فإن قلنا : « بعض الأطفال ... » كان التعبير الرمزى عنها : (F_x) $\exists_x$ أو (F_x) $\exists$ ، ويعنى « يوجد شيء واحد على الأقل مما يكون طفلاً » ، وننقله إلى المصطلح العربى هكذا : (جـ) (هـ س) .

ومن الملاحظ هنا اقتران كلمة الجزئى بالوجودى بصدد وصف هذا السور ، لأن القضايا الجزئية هى التى تقرر وجوداً واقعياً لأفراد موضوعها دون القضايا الكلية(10) .

ونضيف إلى ما سبق مجموعة الاجراءات المنطقية ، وهى نفس الثوابت المستخدمة فى نظرية حساب القضايا أى رموز دالات الصدق :

$\sim$ ، . ، V ، $\subset$ ، $\equiv$

ثانياً : دالة القضية والسور Propositional Function

دالة القضية هى دالة يتكون مجال القيم فيها من كل القيم الممكنة للمتغير فيها ، بحيث إذا رفعنا المتغير من الدالة ووضعنا محله قيمة ممكنة فإنه يمكن الحكم بالصدق أو بالكذب على القضية فى صورتها الجديدة . ومعنى ذلك أن دالة القضية ليست قضية ، حيث لا يستقيم لها معنى بمفردها ، وإنما تكتسب المعنى وتحتمل القبول أو الرفض ساعة أن نضع للمتغير قيمة . ان قلنا « هـ هو الخليفة الثانى » ، فهذه دالة قضية ، وإن عوضنا عن المتغير « هـ » بقولنا : « عمر بن الخطاب » تنشأ لدينا قضية صادقة : « عمر بن الخطاب هو الخليفة الثانى » . كذلك إن قلنا « هـ إنسان » فتلك دالة قضية ، تصبح قضية صادقة إن قلنا : « سقراط إنسان » ، وتصبح قضية كاذبة إن قلنا « زيوس إنسان » .

ومن الملاحظ فى نظرية دالات القضايا أننا نطلق على القيم التى توضع بدلاً من المتغير فى دالة القضية مصطلح « الثوابت الفردية » Individual Constants وعادة ما تأتى هذه الثوابت مرادفة لأسماء الأعلام Proper Names ، وتعطيها بعض الكتب رموزاً خاصة تمييزاً لها عن بقية رموز النظرية(11) . كما أنه لابد من

(10) McKay, Op. Cit., P. 200.

(11) Ibid., P. 201.

الاشارة إلى الفارق بين دالة القضية وما يعد دالة للمتغير ؛ أشرنا فى فقرة سابقة إلى أن التعبير « هـ إنسان » يعد دالة قضية ، يحدد المحمول فيها « إنسان » قيم المتغير فى الدالة . أما إذا عبرنا عن المحمول برمز وليكن « ع » بحيث تصبح دالة القضية السابقة : « هـ ع » ، فإن « ع » تصبح دالة للمتغير « هـ » كما ورد فى دالة القضية[12] .

ونميز أخيراً بين دالة القضية ودالة الصدق : دالة القضية صورة رمزية لأى قضية بسيطة أو مركبة ، بينما دالة الصدق صورة رمزية لقضية مركبة تحوى ثابتاً منطقياً مثل : (ق ⊃ ل) ، (ق ≡ ل) ... الخ . ومعنى ذلك أن « دالة القضية أعم من دالة الصدق وأشمل ، بحيث يمكن اعتبار كل دالات الصدق قضايا ، لكن ليست كل دالة قضية دالة صدق »[13] .

وتتميز الدالة فى حساب دالات القضايا بوجود السور ، وللسور أهمية خاصة فى هذه النظرية ، حيث أنه إحدى وسائل الحصول على القضايا ، كما أنه يشير إلى نوع الاجراء المنطقى . وقد يكون السور « كلياً » [ك] أو جزئياً « وجودياً » [جـ] ، يشير النوع الأول إلى فكرة أساسية أولية هى « صادق دائماً » أو فى كل الحالات ، ويشير النوع الثانى إلى فكرة أولية أخرى هى « صادق أحياناً » أو فى بعض الحالات .

يبدأ حساب دالات القضايا فى جانب منه بهاتين الفكرتين بلا تعريف ثم يستخدمهما فى تعريف الأفكار الأخرى — أفكار حساب القضايا — مثل السلب والفصل والوصل واللزوم والتكافؤ . ومن هذه التعريفات[14] :

1 — [ك] (هـ س) = ~ [جـ] (~ هـ س)   تع

يعنى الشق الأول من هذا التعريف : فى كل قيم (هـ) يوصف (هـ) بالصفة (س) . بينما يعنى الشق الثانى من التعريف : أنه من الكذب أن يوجد شىء واحد على الأقل من (هـ) لا يتصف بالصفة (س) .

(12) Reichenbach, Op. Cit., P. 82.

(13) محمود زيدان : المنطق الرمزى ، ص 221 .

(14) Strawson, Introduction to Logical Theory, P. 132.

2 ـــ [كـ] (~ هـ س) = ~ [جـ] (هـ س) تع

يعنى الشق الأول أنه فى كل قيم (هـ) لا يتصف (هـ) بالصفة (س) ، ويطابق هذا المعنى أنه من الكذب أن تتصف بعض قيم (هـ) بالصفة (س) .

3 ـــ ~ [كـ] (هـ س) = [جـ] (~ هـ س) تع.[15]

ويعنى هذا التعريف فى شقه الأول أنه من الكذب أن نقول عن كل قيم (هـ) أن (هـ) يوصف بالصفة (س) . ويعنى الشق الثانى منه أنه يوجد شيء واحد على الأقل وهو (هـ) لا يتصف بالصفة (س) .

ولنعرض إمتداداً للتعريفات السابقة ـــ التى يلعب إجراء السلب فيها دوراً أساسياً ـــ مجموعة أخرى من التعريفات أكثر تركيباً يقوم إجراء التكافؤ بالربط بين شقيها فى كل مرة :

4 ـــ ~ [كـ] (~ هـ س) ≡ [جـ] (هـ س)

5 ـــ ~ [جـ] (هـ س . هـ ص) ≡ [كـ] ~ (هـ س . هـ ص)

6 ـــ ~ [جـ] (هـ س V هـ ص) ≡ [كـ] ~ (هـ س V هـ ص)

7 ـــ ~ [جـ](هـ س . ~ هـ ص) ≡ [كـ] ~ (هـ س . ~ هـ ص)

8 ـــ ~ [جـ](هـ س V هـ ص) ≡ [كـ](~ هـ س . ~ هـ ص)

9 ـــ ~ [جـ] (هـ س . هـ ص) ≡ [كـ] (~ هـ س V ~ هـ ص)

تنصب هذه التعريفات على تعريف السور الجزئى [جـ] بالسور الكلى [كـ] من ناحية ، كما تنصب على بيان علاقات التطابق بين الدالات من ناحية أخرى . ويمكن النظر إلى التعريفات السابقة على أنها دالات تحليلية يمكن البرهنة على صدقها باستخدام قوائم الصدق كما هو الحال فى نظرية حساب القضايا ، على أن نحوِّل المتغيرات فى الدالات السابقة : (هـ س) إلى (ق) ، (هـ ص) إلى (ل) ، فتصبح الدالة (8) على سبيل المثال :

(15) Principia, P. 15.

See also, Terrell & Baker : Exercises in Logic, P. 219.

~ (ق V ل) ≡ (~ ق . ~ ل)[16]

وتصبح الدالة (9) :

~ (ق . ل) ≡ (~ ق V ~ ل)

أما بيان العلاقة بين الأسوار فيقوم على أساس أن :

1 ـ السور الجزئى [$\exists_x$] أو [جـ] يكافىء فى معناه [X] ~ أو ~ [كـ] .

2 ـ السور الكلى [X] أو [كـ] يكافىء فى معناه [$\exists_x$] ~ أو ~ [جـ].

ويمكن التعبير عن هذه العلاقة فى الصيغتين[17] :

1 ـ [كـ] (هـ س) ≡ ~ [جـ] (~ هـ س)

2 ـ [جـ] (هـ س) ≡ ~ [كـ] (~ هـ س)

ثالثاً : القضية الحملية :

بالاضافة إلى وجوه الاختلاف بين المنطق الأرسطى والتقليدى من جهة والمنطق الحديث من جهة مقابلة ـ كاستعمال الرموز من ثوابت ومتغيرات واجراءات منطقية متنوعة وكونه نسقاً إستنباطياً يبرهن بالاستنباط قضاياه وقوانينه ـ فإن هناك وجوهاً أخرى للاختلاف ، جاءت نتيجة للتطور الذى طرأ على المنطق ـ وأهمها تغير نظرة المناطقة إلى التصنيف التقليدى والمتواتر للقضية الحملية الذى يأخذ أربع صور :

كلية موجبة A : « كل إنسان فان »
كلية سالبة E : « لا إنسان كامل »
جزئية موجبة I : « بعض الناس حكماء »
جزئية سالبة O : « بعض الناس ليسوا حكماء »

ومن الملاحظ أن هذا هو أبسط تصنيف ممكن للقضايا ، إلا أن التطورات

(16) Strawson, Op. Cit., P. 134.

(17) Quine, Methods of Logic., P. 87.

التى طرأت على المنطق تسجل ثورة على هذا الاعتقاد الأرسطى والتقليدى ، بحيث لا يصبح هذا التصنيف لأنواع القضية الحملية معبراً عن أبسط صور القضايا . فالقضية الكلية أو القضية العامة ليست قضية حملية فى نظر المنطق الحديث ؛ لأن القضية الحملية بالمعنى الدقيق هى تلك التى يسند فيها محمول إلى إسم علم أو إلى شيء جزئى له وجود فى الواقع . ان القضية « كل إنسان فان » هى فى حقيقة الأمر علاقة بين محمولين أو هى قضية مركبة من قضيتين حمليتين ، حتى أن التعبير عنها بالدالة (كل ا هو ب) ليس سوى تعبير عن دالة قضية مركبة من دالتين لقضيتين بسيطتين ترتبطان بأداة شرط : [إذا كان (هـ) هو (ا) ، فإن (هـ) هو (ب) » ، أو نعبر عنها فى صورة أخرى « فى كل القيم الممكنة لـ (هـ) ، إذا كان (هـ) يتصف بالصفة (ا) فإنه يتصف أيضاً بالصفة (ب) » . « ومن ثم لم يعد لدينا قضية حملية وإنما علاقة بين دالتين من دالات القضايا وتصبح كل منهما قضية حملية حين نعطى للمتغير قيمة »[18] .

ويمكن أن نعرض لصياغة القضايا التقليدية فى نطاق نظرية حساب دالات القضايا فيما يلى :

(ا) القضية الكلية الموجبة :

أولى المناطقة اهتماماً خاصاً لهذه القضية ، اهتم بها « فريجه » و « بيانو » و « بيرس » و « برادلى » ، وصاغوها على صورة قضية شرطية متصلة ، وكانت ثورتهم على الشكل التقليدى لها محاولة جادة « للاستغناء عن لغة الموضوع والمحمول واصطناع لغة الدالة والحجة »[19] ، بالاضافة إلى تحليل دقيق للعلاقة بين حدّى القضية الحملية ، مع ما ذهب إليه « فريجه » — على وجه الخصوص — من أن السور فى هذا النوع من القضايا جزء من المحمول ، فالمحمول فى القضية : « كل حُرٍّ يتمتع بالإرادة » هو [كل ... يتمتع بالارادة] وليس الظن السائد بأن المحمول هو [.... يتمتع بالارادة] فقط .

(18) Russell, My Philosophical Development, P. 52.

وانظر : محمود زيدان : المنطق الرمزى ، ص 224 .

(19) محمود زيدان : نفس المرجع ، ص 132 .

وجاء « رسل » ليؤكد ما سبق قوله فى هذا الشأن وأضاف صياغة القضايا الثلاث الأخرى .

يذهب المنطق الحديث فى صياغة القضية الكلية الموجبة مذهباً يشير إلى أنها قضية شرطية متصلة ، وبيان ذلك أنه فى المثال الأشهر « كل إنسان فان » فإن الحدين « إنسان » و « فان » محمولان ، يمكن أن يسندا معاً إلى شيء فردى أو جزئى ، كما يمكن التعبير عنهما معاً فى صورة لزوم ينشأ بين مقدم وتال فى قضية شرطية متصلة صورتها :

$$[X]\ (F_x \supset G_x)$$

وننقلها إلى العربية على هذه الصورة[20] :

[كـ] (هـ س ⊂ هـ ص)

ونقرؤها : « فى كل قيم (هـ) إذا كان (هـ) متصفاً بالخاصة (س) ، فإن ذلك يستلزم أن (هـ) يتصف بالخاصة (ص) .

ب ــ القضية الكلية السالبة :

ينطبق على القضية الكلية السالبة ما ينطبق على الكلية الموجبة من ناحية السور وعلاقة اللزوم داخل الدالة ، مع إضافة إجراء السلب . فالقضية « لا إنسان كامل » تصاغ هى الأخرى فى صورة شرطية مكونة من قضيتين بسيطتين يلعبان دور المقدم والتالى بحيث يكون موضوعهما مشترك . ويمكن صياغة القضية السابقة فى لغة نظرية حساب دالات القضايا كما يلى[21] :

(20) حاولنا أن نعرض دالة هذه القضية فى صورة يسيرة الفهم وتعبر عن طبيعة النظرية التى نعرضها فى آن واحد ، وتتفق مع سياق الجملة فى اللغة العربية ومع المصطلح الرمزى الذى اقترحناه وبخاصة ما يتعلق بالمتغيرات وترتيبها . لأن محاولة تتبع الصور الرمزية كما وردت فى الكتب الغربية توقعنا فى الخلط ، ومن هذه الصور :

Mckay, Op. Cit., P. 205. $(\forall_x : D_x)\ S_x$

Runes, Op. Cit., P. 176. $S_{(x)} \supset_x P_{(x)}$

Nolt, Op. Cit., P. 116. $(\forall_x (S_x \quad P_x)$

(21) Copi, Symbolic Logic, P. 67.

— لنفترض أى شيء فردى ، فإن هذا الشيء إذا كان إنساناً ، فإنه ليس كاملاً .

— فى كل قيم (هـ) ، إذا كان (هـ) إنساناً ، فإن (هـ) ليس كاملاً .

— فى كل قيم (هـ) : (هـ) إنسان ⊂ (هـ) ليس كاملاً .

— $[X](F_x \supset \sim G_x)$

— ونصوغها بالعربية هكذا :

[كـ] (هـ س ⊂ ~ هـ ص)

وتعنى الصورة الرمزية الأخيرة للقضية الكلية السالبة — فى صورتها الشرطية — أن اثبات صفة أو خاصية لفرد يستلزم رفع أو نفى صفة أخرى عن هذا الفرد .

ومن الملاحظ أن القضايا الحملية الكلية بوصفها قضايا شرطية متصلة فإن صورتها الرمزية تستند إلى ثابت اللزوم [⊂] كإجراء منطقى أساسى لدالة القضية سواء كانت موجبة أو سالبة .

(جـ) القضية الجزئية الموجبة :

تختلف القضايا الجزئية (موجبة وسالبة) عن القضايا الكلية فى أمرين : يُرمز للسور الجزئى بالعلامة [$\exists_x$] ونعبر عنه فى العربية بالسور [جـ] ، كما أن الاجراء المنطقى داخل الدالة نعبر عنه بثابت الوصل (.) أى واو العطف .

يمكن التعبير عن القضية الجزئية الموجبة « بعض الناس حكماء » بأكثر من طريقة[22] :

— يوجد فرد واحد على الأقل مما يتصف بكونه إنساناً وحكيماً .

— يوجد فرد واحد على الأقل من ذلك النوع الذى يكون إنساناً وحكيماً .

— يوجد فرد واحد على الأقل وليكن (هـ) ، بحيث يكون (هـ) إنساناً وحكيماً .

(22) Ibid.

ــ ونعبر عن ذلك بلغة حساب دالات القضايا أو حساب المحمول :

$$[\exists_x] (F_x \cdot G_x)$$

أو : [جـ] (هـ س . هـ ص)

(د) القضية الجزئية السالبة :

وتأتى صياغتها على صورة الجزئية الموجبة مع وضع ثابت السلب قبل القضية البسيطة الثانية . فالقضية : « بعض الناس ليسوا حكماء » يتم صياغتها فى صورة رمزية على النحو التالى :

ــ يوجد على الأقل فرد واحد مما يتصف بكونه إنساناً ولكنه ليس حكيماً .

ــ يوجد على الأقل فرد واحد من ذلك النوع الذى يكون إنساناً ولا يكون حكيماً .

ــ يوجد على الأقل فرد واحد وليكن (هـ) ، بحيث يكون (هـ) إنساناً و (هـ) ليس حكيماً .

ــ وننتهى إلى الصياغة الرمزية :

$$[\exists_x] (F_x \cdot \sim G_x)$$

أو : [جـ] (هـ س . ~ هـ ص)

رابعاً : التقرير الوجودى فى القضايا الحملية :

يقصد بالتقرير الوجودى أن تتضمن قضية ما الاشارة إلى وجود واقعى محسوس لأفراد موضوعها . وكان الاعتقاد السائد فى المنطق التقليدى هو أن القضية الكلية تنطوى على تقرير وجود واقعى لأفراد الموضوع ، وقد انتهى المنطق الرمزى إلى بيان فساد هذا الاعتقاد ، كما انتهى إلى أن القضية الجزئية موجبة وسالبة هى التى تقرر وجوداً واقعياً لأفراد موضوعها .

وقد لاحظنا صياغة المناطقة للقضية الكلية فى صورة قضية شرطية متصلة ، لا تقرر شيئاً بذاتها ، بل تعلق وجود شيء أو حتى حدوثه على وجود شيء آخر قد نفترض وجوده ؛ فإذا قلنا : « إذا كان العزم قوياً فالنجاح حليفنا » ، فهذا قول لا يقرر أن العزم قوى بالفعل أو أن هناك عزماً .

أما القضايا الجزئية والتى تبدأ بقولنا : « يوجد فرد واحد على الأقل » فإنها تقرر هذا الوجود الواقعى . ومن ثم فإن التصنيف الرباعى للقضية الحملية يمكن النظر إليه على أساس جديد هو : القضايا الوجودية الموجبة والقضايا الوجودية السالبة . ويلخص الشكل التالى وجهة نظر المنطق الحديث(23) :

التقرير	الكم	موجبة المحمول	سالبة المحمول
وجودى سالب	كلى	كل ا هو ب [ك] (هـ س ⊃ هـ ص)	لا ا هو ب [ك] (هـ س ⊃ ~ هـ ص)
وجودى موجب	جزئى	بعض ا هو ب [جـ] (هـ س . هـ ص)	بعض ا ليس ب [جـ] (هـ س . ~ هـ ص)

ا ــ القضايا الوجودية الموجبة :

هى القضايا الجزئية ، سورها جزئى (جـ) والاجراء المنطقى الأساسى بها هو ثابت الوصل (.) ، وهى نوعان : الجزئية الموجبة والجزئية السالبة .

ترى نظرية حساب المحمول أن القضية الجزئية تكون صادقة إذا كان موضوعها له أفراد ، وتكون كاذبة إذا كان موضوعها فارغاً أو ليس له ما صدقات بمعنى أننا افترضنا كذبها منذ البداية عندما وضعنا لها موضوعاً فارغاً .

وإذا كانت القضايا الجزئية هى وحدها التى تقرر وجوداً واقعياً لأفراد موضوعها ، فلا يعنى ذلك أن الرمز الوجودى الجزئى [$\exists_x$] هو المظهر الوحيد لهذا التقرير ، ذلك أنه يمكن ترجمة الرمز الوجودى الجزئى إلى رمز وجودى كلى دون تغيير فى المعنى ؛ فالقضية : « الذئاب موجودة » تعنى : « يوجد شىء واحد على الأقل مما يكون ذئباً » . وصورتها الرمزية : [جـ] (هـ س) ، إلا أنه يمكن التعبير عنها أيضاً بقولنا : « ليس كل شىء مما تكون له خاصة الذئب » ، وصورتها الرمزية : ~ [ك] (هـ س) التى

(23) McKay, Th., Modern Formal Logic, P. 205.

تساوى أو تكافىء بدورها قولنا : « يوجد شيء واحد على الأقل مما يكون ذئباً »[24] .

أما القضية الجزئية الموجبة « بعض الناس حكماء » فتعنى أنه « من الكذب أن يكون كل الناس حكماء » . أما الصورة الرمزية للقضية الأولى فهى :

[جـ] (هـ س . هـ ص) .

والصورة الرمزية للقضية الثانية هى :

~ [ک] (هـ س . هـ ص)

ويمكن أن نرمز إليها أيضاً بالصيغة :

~ [ک] (هـ س ⊃ ~ هـ ص)

مع ملاحظة أن الصيغة الأخيرة ليست صيغة وجودية سالبة وإنما هى صيغة وجودية موجبة . ويمكن لنا تبرير الصيغة الأخيرة بمقارنتها بالصيغة الأولى ، وذلك فى ضوء أحد تعريفات « دالة الوصل » مما عرضنا له فى نظرية حساب القضايا كما يلى :

— نعلم أن (ق . ل) ≡ ~ (ق ⊃ ~ ل) تع

— ونفترض هنا تطابق الصيغتين :

[جـ] (هـ س . هـ ص) ، ~ [ک] (هـ س ⊃ ~ هـ ص)

— فإن حذفنا الأسوار [جـ] ، [ک] بقى لنا :

(هـ س . هـ ص) ، ~ (هـ س ⊃ ~ هـ ص)

— بالتعويض (ق) بدلاً من (هـ س) ، (ل) بدلاً من (هـ ص) ينتج :

(ق . ل) ، ~ (ق ⊃ ~ ل)

ونحن نزعم تطابقهما فى نظرية حساب دالات القضايا وهو أمر سبق اثباته فى نظرية حساب القضايا بالتعريف .

(24) Copi, Introduction to Logic, PP. 343 - 5.

أما القضية الوجودية الموجبة الأخرى فهى الجزئية السالبة فى المنطق التقليدى ، كقولنا « بعض الفلاسفة لا يتزوجون » ، وصورتها الرمزية :

[جـ] (هـ س . ~ هـ ص)

وتُصنَّف الجزئية السالبة على أنها موجبة من حيث تقرير الوجود الواقعى لأحد أفراد موضوعها على الأقل ، لأن المقصود من انكار صفة أو خاصة معينة عن فرد واحد فى سياق الحديث الذى تتناوله القضية أن يشير إلى وجود ذلك الفرد .

ويمكن التعبير عن القضية السابقة بقول آخر : « من الكذب أن نقول عن كل فيلسوف أنه متزوج » ونعبر عن ذلك بصيغة رمزية تكافىء الصيغة الأولى :

~ [كـ] (هـ س ⊃ هـ ص)

ويمكن لنا أن نتيقن من تطابق أو تكافؤ الدالتين ان احتكمنا إلى قائمة صدق للتحقق من صدق الدالة التى تجمعهما معاً كما يلى :

ـــ { [جـ] (هـ س . ~ هـ ص) } ≡ { ~ [كـ] (هـ س ⊃ هـ ص) }

ـــ بحذف الأسوار :

(هـ س . ~ هـ ص) ≡ ~ (هـ س ⊃ هـ ص)

ـــ التعويض بمتغيرات حساب القضايا :

(ق . ~ ل) ≡ ~ (ق ⊃ ل)

ـــ قائمة الصدق :

ق	.	~ ل	≡	~	(ق	⊃	ل)
ص	ك	ك	ص	ك		ص	
ص	ص	ص	ص	ص		ك	
ك	ك	ك	ص	ك		ص	
ك	ك	ص	ص	ك		ص	
	×		√	×			

ب ــ القضايا الوجودية السالبة :

يقصد بالقضايا الوجودية السالبة تلك القضايا الكلية ــ فى نظر المنطق التقليدى ــ سواء كانت موجبة أو سالبة . نعبر عن القضية الكلية الموجبة « كل فيلسوف حكيم » فى صورة رمزية :

[كـ] (هـ س ⊂ هـ ص)

وتُقرأ : « مهما يكن من أمر الفلاسفة جميعاً [كـ] ، فإن أى فرد نسميه فيلسوفاً (س) يلزم [⊂] أن يتصف بالحكمة (ص) . يرى المنطق الحديث فى القضية الكلية قضية وجودية سالبة لا تشير إلى وجود واقعى بمعنى أنها يمكن أن تكون صادقة حتى ولو لم يوجد لها ماصدقات فى الواقع . إذا قلنا « كل سكان القمر حكماء » ، فتلك قضية كلية موجبة تظل صادقة حتى لو لم تعثر على ساكن واحد على سطح القمر . ومن ثم فإن القضية السابقة تساوى قضية أخرى تقول : « لا يوجد أحد ممن نسميهم « سكان القمر » ولا يكون حكيماً » . نعبر عنها فى الصيغة :

~ [جـ] (هـ س . ~ هـ ص)

ولكى نتحقق من صحة ما نزعم من أن :

{ [كـ] (هـ س ⊂ هـ ص) } ≡ { ~ [جـ] (هـ س . ~ هـ ص) }

نعود إلى أحد تعريفات دالة اللزوم :

(ق ⊂ ل) ≡ ~ (ق . ~ ل) تع

فنجد أن الدالتين متطابقتين .

وينطبق على القضية الكلية السالبة ما ينطبق على الكلية الموجبة من ناحية افتقارها إلى تقرير وجود لأفراد موضوعها ومن ناحية تعريف دالتها بدالات أخرى وإن اختلف بينهما شكل السور . ونكتفى هنا بمثال واحد :

« لا واحد من بنى الانسان بخالد »

قضية كلية سالبة صورتها الرمزية :

[ك] (هـ س ⊃ ~ هـ ص)

ونقرؤها : « مهما يكن حال بنى الانسان ، فإنه متى كان الواحد منهم إنساناً فإنه لن يكون خالداً » . ويكافىء هذا القول قولاً آخر : « لا يوجد فرد مما يكون إنساناً وخالداً فى نفس الوقت » . ويمكن أن نصوغ العبارة الأخيرة صياغة رمزية :

~ [جـ] (هـ س . هـ ص)

ومعنى ذلك أن الصورتين الرمزيتين متساويتين :

[ك] (هـ س ⊃ ~ هـ ص) ≡ ~ [جـ] (هـ س . هـ ص)

وبيان ذلك أن :

(ق ⊃ ~ ل) ≡ ~ (ق . ل)

ونثبت ذلك بقائمة صدق :

ق	⊃	~ ل	≡	~	(ق . ل)
ص	ك	ك	ص	ك	ص
ص	ص	ص	ص	ص	ك
ك	ص	ك	ص	ص	ك
ك	ص	ص	ص	ص	ك
	×		√	×	

خامساً : نظرة نقدية للمنطق الصورى القديم :

انتهينا فى الفقرات السابقة إلى أن القضية الكلية لا تفيد تقريراً وجودياً لأفراد موضوعها ، بينما يتحقق ذلك للقضية الجزئية . ومن هنا تنشأ بعض المفارقات والأخطاء عند النظر فيما يعرف بقواعد مربع تقابل القضايا .

لتحقق من اختلاف وجهات النظر بين المنطق القديم والمنطق الحديث بصدد موضوع التقابل بين القضايا .

ا ــ التقابل بين القضايا [التصور التقليدى] :

ينشأ التقابل بين أربعة أنواع أساسية من القضايا الحملية : الكلية الموجبة [كل ا هو ب] (A) ، الكلية السالبة [لا ا هو ب] (E) ، الجزئية الموجبة [بعض ا هو ب] (I) ، الجزئية السالبة [بعض ا ليس ب] (O) .

وللتقابل أربع صور هى :

1 ــ تقابل بالتناقض Contradiction :.وينشأ بين القضايا A و O من جهة ، كما ينشأ بين E و I من جهة ثانية . وحكمه : أن القضيتين المتناقضتين لا تصدقان معاً ولا تكذبان معاً .

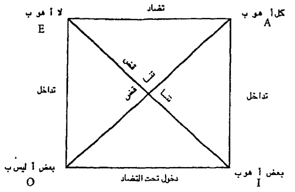
2 ــ تقابل بالتضاد Contrariety : وينشأ بين القضيتين A و E الكليتين . وهما لا تصدقان معاً ولكنهما قد تكذبان معاً ، بمعنى أن صدق احداهما يستلزم كذب القضية الأخرى ، بينما كذب احداهما لا يستلزم صدق الأخرى بالضرورة .

3 ــ تقابل بالتداخل Subalternation ينشأ بين A و I من جهة ، كما ينشأ بين E و O . وحكم التداخل أنه إذا صدقت الكلية صدقت الجزئية المتداخلة معها ، والعكس ليس صحيحاً ، كما أنه إذا كذبت الجزئية كذبت الكلية المتداخلة معها ، إلا أن العكس ليس صحيحاً .

4 ــ تقابل بالدخول تحت التضاد Sub-Contrariety ، وينشأ بين القضيتين : I ، O . وحكمه أن القضيتين الداخلتين تحت التضاد لا تكذبان معاً وقد تصدقان ، فكذب احداهما يستلزم صدق الأخرى بينما لا يستلزم صدق احداهما كذب الأخرى بالضرورة .

وقبل أن نستنبط صور الأحكام التى يمكن أن تفيدها قواعد التقابل التقليدى ، نسوق الشكل الشهير لمربع التقابل(25) :

(25) انظر على سبيل المثال :
على سامى النشار : المنطق الصورى ، ص 314 : 329 .
عزمى اسلام : أسس المنطق الرمزى ، ص 290 .
Copi, Introduction to Logic, P. 350.



ب ــ أحكام التقابل التقليدى :

لنعرض الآن لأحكام التقابل بين القضايا فى ضوء القواعد التقليدية فى صورة صيغ رمزية ، بحيث نستخدم ثابت اللزوم فى الاشارة إلى الانتقال من التسليم بقضية للتسليم بقضية أخرى أو بنقيضها ، ونرمز للقضية بأحد الحروف [A ، E ، I ، O] كما نرمز لنقيض القضية باضافة ثابت السلب [~] إليها . مثال على ذلك أن قولنا : « إذا صدقت الكلية الموجبة [A] كذبت الجزئية السالبة [O] المتناقضة معها » نعبر عنه رمزياً : $(O \sim \subset A)$ ، وهكذا بالنسبة لبقية الأحكام .

1 ــ أحكام التناقض[26] :

$(O \sim \subset A)$ ، $(O \subset A \sim)$

$(I \sim \subset E)$ ، $(I \subset E \sim)$

$(E \sim \subset I)$ ، $(E \subset I \sim)$

$(A \sim \subset O)$ ، $(A \subset O \sim)$

(26) عزمى إسلام : الاستدلال الصورى ، حـ 1 ، ص : 25 .

2 ــ أحكام التضاد :

$(A \sim \subset E)$ ، $(E \sim \subset A)$

3 ــ أحكام التداخل :

$(A \sim \subset I \sim)$ ، $(I \subset A)$

$(E \sim \subset O \sim)$ ، $(O \subset E)$

4 ــ أحكام الدخول تحت التضاد :

$(I \subset O \sim)$ ، $(O \subset I \sim)$

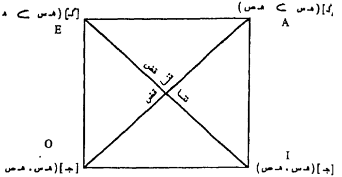
ونلاحظ أننا أغفلنا الحالات التي يُعلّق فيها الحكم في التقابل بالتضاد والتداخل والدخول تحت التضاد ، لأنه عندما نعلم صدق أو كذب قضية لا نعلم على وجه اليقين طبيعة الحكم على القضية التي تقابلها بالصدق أو بالكذب . وسوف نرجيء التحقق من صدق هذه الدالات حتى نعرض للتصور الحديث .

حـ ــ التقابل بين القضايا [التصور الحديث] :

يحتوي مربع التقابل في صورته الجديدة على علاقة أساسية وحيدة هي علاقة التناقض[27] . ولم يعد ثمة موضع أو مبرر لاقامة علاقات التضاد والتداخل والدخول تحت التضاد ، لأن القول بها أو التسليم بقواعدها يناقض قواعد المنطق الحديث في صياغة القضايا ، كما يناقض الاجراءات المنطقية الحديثة .

نعرض أولاً لمربع التقابل في صورته الرمزية الحديثة[28] :

(27) Strawson, Op. Cit., P. 168.
(28) Copi, Op. Cit., P. 350.



ومن أهم وجوه الاختلاف بين أحكام التقابل التقليدى والتقابل الحديث أن القواعد التقليدية تنص على أن القضيتين المتضادتين لا تصدقان معاً ، أى إذا صدقت [A] يجب أن تكذب [E] ، لكن هذا القانون الذى يعد بديهياً يصبح فاسداً إذا لم يكن لموضوع القضية التى نتحدث عنها ماصدقات فى الواقع ، أى عندما تصبح القضايا الكلية [A ، E] صادقة . وبيان ذلك أن دالة قضية مثل (هـ س) فى دالة القضية الكلية (هـ س ⊂ هـ ص) ليس لها قيم أو ماصدقات يمكن التعويض بها ، وبصرف النظر عما نرمز إليه بالمتغير (ص) فإن دالات القضايا الكلية :

(هـ س ⊂ هـ ص)

(هـ س ⊂ ~ هـ ص)

يمكن الحكم عليها بالصدق فقط ولا يمكن الحكم عليها بالكذب ، انها قضايا شرطية متصلة تصدق حتى ولو لم يكن لها ماصدقات فى الواقع . يعنى ذلك من وجهة نظر معاصرة أن القضيتين الكليتين يصدقان معاً ولا ينشأ بينهما علاقة تضاد بالمعنى التقليدى[29] .

(29) Ibid.

لنتحقق الآن من مدى صحة الأحكام التقليدية فى ضوء المعايير الحديثة :

(1) (A ⊂ ~ E)

{ [ك] (هـ س ⊂ هـ ص) } ⊂ [~ [ك] (هـ س ⊂ ~ هـ ص) }

تلك كانت صيغة الحكم الأول من أحكام التضاد ، ثم نقلناه إلى لغة نظرية حساب دالات القضايا ، وننقله إلى لغة نظرية حساب القضايا ليسهل الحكم على مدى صحته :

[(ق ⊂ ~ ل) ⊂ ~ (ق ⊂ ل)]

ق ⊂ ل	⊂	~	(ق ⊂ ~ ل)
ص	ص	ص	ك
ك	ص	ك	ص
ص	ك	ك	ص
ص	ك	ك	ص

≠

نلاحظ أن الدالة تصدق فى حالتين وتكذب فى حالتين مما يدل على أنها دالة تركيبية ، لا تصلح أن تكون قانوناً أو قاعدة منطقية .

(2) (E ⊂ ~ A)

{ [ك] (هـ س ⊂ ~ هـ ص) ⊂ ~ [ك] (هـ س ⊂ هـ ص) }

(ق ⊂ ~ ل) ⊂ ~ (ق ⊂ ل)

ونتحقق من صدق قاعدة التضاد بقائمة صدق :

ق	⊂	~ ل	⊂	~	(ق	⊂	ل)
	ك		ص	ك		ص	
	ص		ص	ص		ك	
	ص		ك	ك		ص	
	ص		ك	ك		ص	

≠

وهناك وجه آخر للاختلاف بين التقابل التقليدى والحديث : يرى المنطق القديم أن القضية الكلية إذا كانت صادقة فإن القضية الجزئية المتداخلة معها لابد أن تكون صادقة . وبمقارنة ذلك بما توصلنا إليه بخصوص القضايا الكلية والقضايا الجزئية ، فإن القضايا الكلية (موجبة وسالبة) — بما أنه ليس لها ماصدقات — قضايا صادقة ، بينا قد تكون القضايا الجزئية (موجبة وسالبة) قضايا كاذبة . وفى هذه الحالة فإن صدق الكل لا يستلزم ولا ينطوى على صدق الجزء المندرج تحته ، كما كانت تنص على ذلك قاعدة التداخل فى مربع التقابل التقليدى . بل انه إذا لزم أن تنطوى القضية الكلية :

[A] : { [كـ] (هـ س ⊂ هـ ص) }

على قضية ؛ فإنها تستلزم القضية :

[جـ] (هـ س ⊂ هـ ص) .

ويلاحظ أن القضية الأخيرة ليست قضية جزئية موجبة ، ذلك أن صيغة الجزئية الموجبة :

[I] : { [جـ] (هـ س . هـ ص) ،

والتى تقرر وجود فرد واحد على الأقل له الصفة (س) والصفة (ص) معاً . بينا تثبت قضية دالتها [جـ] (هـ س ⊂ هـ ص) أنه يوجد شيء يتمتع بالصفة (س) وقد لا يتمتع بالصفة (ص) .

لننظر الآن فى أحكام التداخل وهى أربعة ، نصوغها بلغة حساب دالات القضايا ، ثم ننقلها إلى لغة حساب القضايا ونحكم على مدى صحتها بالارتكان إلى قوائم الصدق :

(1) (A ⊂ I)

{ [كـ] (هـ س ⊂ هـ ص) ⊂ [جـ] (هـ س . هـ ص) }

(ق ⊂ ل) ⊂ (ق . ل)

ق	⊂	ل	⊂	ق	.	ل
	ص		ص		ص	
	ك		ص		ك	
	ص		ك		ك	
	ص		ك		ك	

≠

من الواضح كذب الدالة فى حالتين كما تثبت قائمة الصدق ، كما أننا لا نتوقع أن تستلزم قضية لزوم قضية وصل . كذلك فإن بقية أحكام التقابل بالتداخل تعد أحكاماً تركيبية وهى :

(2) (~ I ⊂ ~ A)

ونصوغ هذا الحكم بلغة دالات القضايا :

{ ~ [جـ] (هـ س . هـ ص) ⊂ ~ [كـ] (هـ س ⊂ هـ ص) }

ونصوغه بلغة حساب القضايا :

~ (ق . ل) ⊂ ~ (ق ⊂ ل)

ويطلعنا الاحتكام إلى قائمة الصدق كذب هذه الدالة فى حالتين أيضاً ، فهى اذن دالة تركيبية وليست قاعدة منطقية .

(3) (E ⊂ O)

وتعنى هذه القاعدة أن صدق القضية الكلية السالبة يستلزم صدق القضية الجزئية السالبة المتداخلة معها ، وننقلها إلى لغة حساب دالات القضايا :

{ [ك] (هـ س ⊂ ~ هـ ص) ⊂ [جـ] (هـ س . ~ هـ ص) }

وفى لغة حساب القضايا :

(ق ⊂ ~ ل) ⊂ (ق . ~ ل)

ق	⊂	~ ل	⊂	ق	.	~ ل ؛
	ك		ص		ك	
	ص		ص		ص	
	ص		ك		ك	
	ص		ك		ك	
			≠			

(4) (~ O ⊂ ~ E)

{ ~ [جـ] (هـ س . ~ هـ ص) ⊂ ~ [ك] (هـ س ⊂ ~ هـ ص) }

[~ (ق . ~ ل) ⊂ ~ (ق ⊂ ~ ل)]

تعنى هذه الدالة أن كذب القضية الجزئية السالبة يستلزم كذب القضية الكلية السالبة ، وقد سبق أن لاحظنا فساد دالة مشابهة هى الدالة رقم (2) (~ I ⊂ ~ A) ، فلنحتكم إلى قائمة صدق لبيان ما تنطوى عليه هذه الدالة :

~	(ق . ~ ل)	⊂	~	(ق ⊂ ~ ل)
ص	ك	ص	ص	ك
ك	ص	ص	ك	ص
ص	ك	ك	ك	ص
ص	ك	ك	ك	ص

$\neq$

وهناك وجه ثالث للاختلاف بين أحكام التقابل فى المنطق القديم والمنطق الحديث . يرى المنطق القديم أن القضيتين [I ، O] لا تكذبان معاً وقد تصدقان طبقاً لقاعدة لدخول تحت التضاد . بينا يرى المنطق الحديث غير ذلك ؛ انه ان أفترضنا أن (هـ س) دالة قضية ليس لها قيم أو بدائل صادقة ، فانه بصرف النظر عما تعنيه (هـ ص) التى ترتبط بها بثابت الوصل ، فإن دالات القضايا الجزئية :

(هـ س . هـ ص)

(هـ س . ~ هـ ص)

بوصفها دالات وصل تعطف قضيتين — إحداهما كاذبة — تصبح كاذبة . وفى مثل هذه الحالة فإن القضيتين الجزئيتين [I ، O] ذات السور الوجودى تكذبان معاً ، وهنا لا ينطبق عليها قانون الدخول تحت التضاد سالف الذكر . فلنتحقق من ذلك بمراجعة صيغ الأحكام السابقة :

(1) (~ I ⊂ O)

وتعنى هذه الدالة أن كذب الجزئية الموجبة يستلزم صدق الجزئية السالبة ، بينا يرى المنطق الحديث أنه يمكن كذبهما معاً . فلنتأكد من إتساق أحكام التقابل بمعناها الحديث مع ما تقره قائمة الصدق .

{ ~ [جـ] (هـ س . هـ ص) ⊂ [جـ] (هـ س . ~ هـ ص) }

~ (ق . ل) ⊂ (ق . ~ ل)

~	(ق . ل)	⊂	(ق . ~ ل)
ك	ص	ص	ك
ص	ك	ص	ص
ص	ك	ك	ك
ص	ك	ك	ك

$\neq$

(2) (~ O ⊂ I)

كما تعنى هذه الدالة أن كذب القضية الجزئية السالبة يستلزم صدق القضية الجزئية الموجبة . أثبت المنطق الحديث غير ذلك :

{ ~ [جـ] (هـ س . ~ هـ ص) ⊂ [جـ] (هـ س . هـ ص) }

~ (ق . ~ ل) ⊂ (ق . ل)

~	(ق . ~ ل)	⊂	ق . ل
ص		ص	ص
ك		ص	ك
ص		ك	ك
ص		ك	ك

$\neq$

(د) صحة قواعد وأحكام التناقض :

الأحكام الوحيدة التى يبقى عليها المنطق الحديث فى مربع التقابل بين القضايا هى أحكام التناقض بين [O ، A] وبين [I ، E] . بل ان محاولة التحقق من صحة هذه الأحكام أو الصيغ الرمزية المعبرة عنها يطلعنا على أنه يمكن تبادل مواضع المقدم والتالى ، بمعنى أن اللزوم متبادل بين شقى كل دالة . لنراجع إذن مجموعة أحكام التناقض :

O ~ ⊂ A (I)

ويعنى أن صدق الكلية الموجبة يستلزم كذب الجزئية الموجبة ، وصورة هذا الحكم بلغة حساب دالات القضايا :

{ [ك] (ﻫ س ⊂ ﻫ ص) ⊂ ~ [جـ] (ﻫ س . ~ ﻫ ص) }

أما صورته بلغة حساب القضايا :

(ق ⊂ ل) ⊂ ~ (ق . ~ ل)

~ ل)	.	(ق	~	⊂	ل	⊂	ق
	ك		ص	ص		ص	
	ص		ك	ص		ك	
	ك		ص	ص		ص	
	ك		ص	ص		ص	

√

توضح قائمة الصدق صدق الدالة صدقاً منطقياً وفى كل الحالات مما يؤكد أنها صيغة تحليلية ، بل إن هناك تطابقاً بين قيم الصدق فى شطرى الدالة ؛ مما يفيد استخدام ثابت التكافؤ محل ثابت اللزوم الرئيسى بها لتصبح أحد تعريفات اللزوم التى أشرنا إليها فى فصل سابق :

[(ق ⊂ ل) ≡ ~ (ق . ~ ل)] تع

(2) (~ A ⊂ O)

{ ~ [ك] (هـ س ⊂ هـ ص) ⊂ [جـ] (هـ س . ~ هـ ص) }

~ (ق ⊂ ل) ⊂ (ق . ~ ل)

~	(ق	⊂	ل)	⊂	ق	.	~ ل
ك		ص		ص		ك	
ص		ك		ص		ص	
ك		ص		ص		ك	
ك		ص		ص		ك	

√

الدالة صادقة صدقاً منطقياً ، وهناك تطابق بين قيم الصدق بين شطرى الدالة فهى دالة تكافؤ أيضاً :

~ (ق ⊂ ل) ≡ (ق . ~ ل)

(3) (E ⊂ ~ I)

وينص هذا الحكم عن أن صدق القضية الكلية السالبة يستلزم كذب القضية الجزئية الموجبة . أما صياغته بلغة دالات القضايا :

{ [ك] (هـ س ⊂ ~ هـ ص) ⊂ ~ [جـ] (هـ س . هـ ص) }

كذلك ننقله إلى لغة حساب القضايا :

(ل . ق) ~ ⊂ (ل ~ ⊂ ق)

(ل	.	ق)	~	⊂	ل ~	⊂	ق
	ص		ك	ص		ك	
	ك		ص	ص		ص	
	ك		ص	ص		ص	
	ك		ص	ص		ص	

√

ونستنتج من النظر فى قائمة الصدق أننا حيال دالة تكافؤ أيضاً :

(ل . ق) ~ ≡ (ل ~ ⊂ ق)

(I ⊂ E ~) (4)

يستلزم كذب الكلية السالبة صدق الجزئية الموجبة .

~ [ك] (هـ س ⊂ ~ هـ ص) ⊂ [جـ] (هـ س . هـ ص)

(ل . ق) ⊂ (ل ~ ⊂ ق) ~

ويفيد التحقق من هذه الدالة أنها دالة تكافؤ أيضاً :

(ل . ق) ≡ (ل ~ ⊂ ق) ~

ان بدلنا مواضعها نتج لنا تعريف الوصل :

(ل ~ ⊂ ق) ~ ≡ (ل . ق) تع

(E ~ ⊂ I) (5)

ويفيد هذا الحكم أن صدق الجزئية الموجبة يستلزم كذب الكلية السالبة .

{ [جـ] (هـ س . هـ ص) ⊂ ~ [ك] (هـ س ⊂ ~ هـ ص) }

(ل ~ ⊂ ق) ~ ⊂ (ل . ق)

وبالنظر فى هذه الدالة نتحقق من أنها عين الدالة السابقة تعريف ثابت الوصل :

(ق . ل) ≡ ~ (ق ⊃ ~ ل) تع

وقد سبق أن برهنا على صحته بقائمة صدق فى مواضع سابقة .

(6) (~ I ⊃ E)

كذب الجزئية الموجبة يستلزم صدق الكلية السالبة .

{~ [ج] (ه س . ه ص) ⊃ [ك] (ه س ⊃ ~ ه ص)}

~ (ق . ل) ⊃ (ق ⊃ ~ ل)

~	(ق . ل)	⊃	ق ⊃ ~ ل
ك	ص	ص	ك
ص	ك	ص	ص
ص	ك	ص	ص
ص	ك	ص	ص
		√	

الدالة صادقة تحليلية ومتكافئة :

~ (ق . ل) ≡ (ق ⊃ ~ ل)

(7) (O ⊃ ~ A)

ينص هذا الحكم على أن صدق الجزئية السالبة يستلزم كذب الكلية الموجبة . وصورة هذه القاعدة برمزية دالات القضايا :

{[ج] (ه س . ~ ه ص) ⊃ ~ [ك] (ه س ⊃ ه ص)}

ونعبر عن هذه الدالة بلغة حساب القضايا :

(ق . ~ ل) ⊂ ~ (ق ⊂ ل)

ق . ~ ل	⊂	~	(ق ⊂ ل)
ك	ص	ك	ص
ص	ص	ص	ك
ك	ص	ك	ص
ك	ص	ك	ص

√

النتيجة تفيد دالة تكافؤ :

(ق . ~ ل) ≡ ~ (ق ⊂ ل)

(A ⊂ O ~) (8)

يستلزم كذب الجزئية السالبة صدق الكلية الموجبة :

~ [جـ] (هـ س . ~ هـ ص) ⊂ [كـ] (هـ س ⊂ هـ ص)

~ (ق . ~ ل) ⊂ (ق ⊂ ل)

وهذه الصيغة تتحول إلى تعريف للّزوم ان قمنا بتبديل مواضع السابق واللاحق فيها ، وحل ثابت التكافؤ محل ثابت اللزوم :

(ق ⊂ ل) ≡ ~ (ق . ~ ل)　　تع

(هـ) أحكام تناقض القضايا دالات تحليلية :

ثبت من النظر فى الدالات السابقة أن أحكام التقابل بالتناقض بين القضايا تنطوى على صيغ تحليلية صادقة صدقاً منطقياً خالصاً . يمكن لنا أن نعيد صياغة الدالات السابقة بلغة حساب دالات القضايا ـــ موضوع هذا

الفصل ـــ على أن يكون الاجراء المنطقى الأساسى فى الدالة هو التكافؤ :

(1) { [ك] (ه س ⊂ ه ص) ≡ ~ [جـ] (ه س . ~ ه ص) }
(2) { ~ [ك] (ه س ⊂ ه ص) ≡ [جـ] (ه س . ~ ه ص) }
(3) { [ك] (ه س ⊂ ~ ه ص) ≡ ~ [جـ] (ه س . ه ص) }
(4) { ~ [ك] (ه س ⊂ ~ ه ص) ≡ [جـ] (ه س . ه ص) }
(5) { [جـ] (ه س . ه ص) ≡ ~ [ك] (ه س ⊂ ~ ه ص) }
(6) { ~ [جـ] (ه س . ه ص) ≡ [ك] (ه س ⊂ ~ ه ص) }
(7) { [جـ] (ه س . ~ ه ص) ≡ ~ [ك] (ه س ⊂ ه ص) }
(8) { ~ [جـ] (ه س . ~ ه ص) ≡ [ك] (ه س ⊂ ه ص) }

نشأ عن اقتراح المناطقه لقواعد منطقية جديدة ترتبط بتطوير المنطق الرمزى والعمل على جعله صورياً خالصاً كشف وجوه غير قليلة لقصور فى قواعد ومباحث المنطق التقليدى ، بادرنا هنا إلى الاشارة لبعضها ، ونخصص جانباً من الفصل القادم للبعض الآخر .

سادساً : الصيغ التحليلية :

هى دالات صادقة صدقاً منطقياً خالصاً ، تدل على ما وصلته نظرية من النظريات من سعة وشمول وإتساق بين عناصرها ، كما تشير إلى ما بلغه الجهاز الرمزى وقواعد الاستدلال فى النظرية من دقة فى التعبير والاستدلال معاً . ولنظرية دالات القضايا رصيد كبير من الدالات التحليلية وان كان جانباً هاماً منه يرتد إلى نظرية حساب القضايا .

لنعرض نماذج من صيغ تحصيلات الحاصل[30] :

(ا) صيغ تحليلية لاجراءات وصل أو فصل :

(1) { [ك] (ه س . ه ص) ≡ [ك] (ه س) . [ك] (ه ص) }
(2) { [ك] (ه س) V [ك] (ه ص) } ⊂ { [ك] (ه س V ه ص) }

(30) Reichenbach, H., Elements of Symbolic Logic, PP. 134 - 5.

(3) [ك] (هـ س v هـ ص) ⊂ {[ك] (هـ س) v [جـ] (هـ ص)}

(4) [ك] (هـ س ⊂ هـ ص) ⊂ {[ك] (هـ س) ⊂ [ك] (هـ ص)}

(5) [ك] (هـ س ⊂ هـ ص) ⊂ {[جـ] (هـ س) ⊂ [جـ] (هـ ص)}

(6) [ك] (هـ س ≡ هـ ص) ⊂ {[ك] (هـ س) ≡ [ك] (هـ ص)}

(7) [ك] (هـ س ≡ هـ ص) ⊂ {[جـ] (هـ س) ≡ [جـ] (هـ ص)}

(8) {[ك] (هـ س) . [ك] (هـ س ⊂ هـ ص)} ⊂ [ك] (هـ س)

(9) [جـ] (هـ س . هـ ص) ⊂ {[جـ] (هـ س) . [جـ] (هـ ص)}

(10) [جـ] (هـ س v هـ ص) ≡ {[جـ] (هـ س) v [جـ] (هـ ص)}

(11) [جـ] (هـ س v هـ ص) ≡ {[ك] (هـ س) ⊂ [جـ] (هـ ص)}

(12) {[جـ] (هـ س) ⊂ [جـ] (هـ ص)} ⊂ [جـ] (هـ س ⊂ هـ ص)

(13) {[جـ] (هـ س) ⊂ [ك] (هـ ص)} ⊂ [ك] (هـ س ⊂ هـ ص)

(14) {[جـ] (هـ س) . [ك] (هـ ص)} ⊂ [جـ] (هـ س . هـ ص)

(15) [ك] (ا . هـ س) ≡ {ا . [ك] (هـ س)}

(16) [ك] (ا v هـ س) ≡ {ا v [ك] (هـ س)}

(17) [ك] (ا ⊂ هـ س) ≡ {ا ⊂ [ك] (هـ س)}

(18) [ك] (هـ س ⊂ ا) ≡ {[جـ] (هـ س) ⊂ ا}

(19) [ك] (هـ س ≡ ا) ⊂ {[ك] (هـ س) ≡ ا}

(20) [ك] (ا) ≡ ا

(21) [جـ] (ا . هـ س) ≡ {ا . [جـ] (هـ س)}

(22) [جـ] (ا v هـ س) ≡ {ا v [جـ] هـ س}

(23) [جـ] (ا ⊂ هـ س) ≡ {ا ⊂ [جـ] (هـ س)}

(24) [جـ] (هـ س ⊂ ا) ≡ {[ك] (هـ س) ⊂ ا}

(25) {[جـ] (هـ س) ≡ ا} ⊂ {[جـ] (هـ س) ≡ ا}

(26) {[جـ] (ا) ≡ ا}

ب ـ صيغ تحليلية خاصة باجراء السلب :

(27) ~ [ك] (هـ س) ≡ [جـ] (~ هـ س)

(28) ~ [جـ] (هـ س) ≡ [ك] (~ هـ س)

(29) [ك] (~ هـ س) ⊂ ~ [ك] (هـ س)

(30) ~ [جـ] (هـ س) ⊂ [جـ] (~ هـ س)

جـ ـ صيغ ـ تحليلية ـ للداخل :

(31) [ك] (و س) ⊂ (هـ س)

(32) (هـ س) ⊂ [جـ] (و س)

(33) [ك] (هـ س) ⊂ [جـ] (هـ س)

(د) صيغ ذات سورين :

(34) { [ك] (هـ ، و) س } ≡ { [ك] (و ، هـ) س }

وتلك صيغة مختصرة للصيغة :

{ [ك] (هـ س) ك (و س) } ≡ { [ك] (و س) [ك] (هـ س) }

(35) { [جـ] (هـ ، و) س } ≡ { [جـ] (و ، هـ) س }

(36) { [جـ]، [ك] (هـ ، و) س } ⊂ { [ك، ، [جـ] (هـ ، و) س }

(37) { [جـ]،[ك] (هـ س • و ص) } ≡ { [ك]،[جـ] (هـ س • و ص) }

(38) 〈 [جـ]،[ك] (هـ س V و ص) } ≡ { [ك]،[جـ] (هـ س V و ص) }

(39) { [جـ]،[ك] (هـ س ⊂ و ص) } ≡ { [ك]،[جـ] (هـ س ⊂ و ص) }

(40) { [ك] (هـ ، و) س V (هـ ، و) ص } ⊂

〈 { [جـ]،[ك] (هـ،و) س } V { [ك]،[جـ] (هـ،و) ص } 〉

سابعاً : قواعد ومبادىء الاستدلال :

يقوم النسق الاستنباطى على مجموعة من العناصر الأساسية ، أشرنا إلى بعضها فى مدخل هذا الفصل وهى التعريفات وعرضنا لجانب من قضايا

تحصيل الحاصل ، ونعرض هنا مجموعة من القواعد والمبادىء التى تسهم فى الاستدلال الاستنباطى فى نظرية دالات القضايا ، ونكتفى بها دون خوض فى تفصيلات النسق الاستنباطى ، على أساس أن نظرية حساب دالات القضايا تستخدم جانباً واسعاً من عناصر النسق الاستنباطى لنظرية حساب القضايا وهو ما عرضنا له بالتفصيل فى فصل سابق .

(ا) قواعد الاستدلال[31] :

(1) (ك) (هـ س)
―――――――
و س

(2) و س
―――――――
[جـ] هـ س

(3) [ك] (هـ س) V [ك] (هـ ص)
―――――――
[ك] (هـ س V هـ ص)

(4) [جـ] (هـ س • هـ ص)
―――――――
[جـ] (هـ س) • [جـ] (هـ ص)

(ب) المبادىء الأساسية للاستدلال :

تشتق هذه المبادىء من قواعد ومبادىء الاستدلال الخاصة بالقضايا المركبة ، وذلك بأن تحل دالات القضايا محل متغيرات القضايا . وسوف نسوق لكل مبدأ منطقى صورتين احداهما ذات سور كلى والأخرى ذات سور جزئى .

(31) Terrell, D. S. Baker, **Exercises In Logic**. P. 219.

وقد أولى بعض الكتاب أهمية خاصة لنظرية دالات القضايا أو التسوير كنسق استنباطى ، ومن هؤلاء على سبيل المثال :ـــ

- Quine, W. O., **Methods of Logic**, P. 167.
- Strawson, **Introduction to Logical Theory**, P. 125.
- Copi, I., **Symbolic Logic**, P. 71.
- Reichenbach, **Elements of Symbolic Logic**, P. 125.
- McKay, **Modern Formal Logic**, P. 214.

(1) مبدأ التبسيط : Simplification

السور الكلى : [ك] (هـ س . هـ ص)
―――――――――――――
[ك] هـ س

ويمكن صياغته على هذه الصورة :

{ [ك] (هـ س . هـ ص) } ⊂ [ك] هـ س

وبلغة حساب القضايا :

(ق . ل) ⊂ ل

السور الجزئى : [جـ] (هـ س . هـ ص)
―――――――――――――
[جـ] هـ س

(2) مبدأ الوصل : Conjunction

سور كلى : { [ك] هـ س . [ك] هـ ص } ⊂ [ك] (هـ س . هـ ص)

سور جزئى: { [جـ] (هـ س) . [ك] (هـ ص) } ⊂ [جـ] (هـ س . هـ ص)

{ [ك] (هـ س) . [جـ] (هـ ص) } ⊂ [جـ] (هـ س . هـ ص)

(3) مبدأ الاضافة[32] Addition

سور كلى : [ك] (هـ س) ⊂ [ك] (هـ س V هـ ص)

ق ⊂ (ق V ل)

سور جزئى: [جـ] (هـ س) ⊂ [جـ] (هـ س V هـ ص)

(4) مبدأ الامتصاص : Absorption

سور كلى : [ك] (هـ س ⊂ هـ ص) ⊂ { [ك] (هـ س . هـ ط) ⊂
(هـ ص . هـ ط) }

سور جزئى : [جـ] (هـ س ⊂ هـ ص) ⊂ { [جـ] (هـ س . هـ ط) ⊂
(هـ ص . هـ ط) }

(ق ⊂ ل) ⊂ [(ق . م) ⊂ (ل . م)]

(32) Ibid., P. 220.

(5) القياس الشرطى : Hypothetical Syll.

ولهذا المبدأ ثلاث صور هى :

1 - 5 [ك] (هـ س ⊂ هـ ص)
[ك] (هـ ص ⊂ هـ ط)

∴ [ك] (هـ س ⊂ هـ ط)

2 - 5 [جـ] (هـ س ⊂ هـ ص)
[ك] (هـ ص ⊂ هـ ط)

∴ [جـ] (هـ س ⊂ هـ ط)

3 - 5 [ك] (هـ س ⊂ هـ ص)
[جـ] (هـ ص ⊂ هـ ط)

∴ [جـ] (هـ س ⊂ هـ ط)

(6) قياس إثبات التالى : Modus Ponens

ولهذا المبدأ ثلاث صور هى :

1 - 6 [ك] (هـ س ⊂ هـ ص)
[ك] هـ س

∴ [ك] هـ ص

ويمكن نقل هذه الصورة إلى لغة حساب القضايا :

[(ق ⊂ ل) . ق] ⊂ ل

2 - 6 [جـ] (هـ س ⊂ هـ ص)
[ك] هـ س

∴ [جـ] هـ ص

3 - 6   [كـ] (هـ س ⊂ هـ ص)
[جـ] هـ س

∴ [جـ] هـ ص

7 — قياس نفى المقدم[33] : Modus Tollens

1 - 7   [كـ] (هـ س ⊂ هـ ص)
[كـ] ~ (هـ ص)

∴ [كـ] ~ (هـ س)

2 - 7   [جـ] (هـ س ⊂ هـ ص)
[كـ] ~ (هـ ص)

∴ [جـ] ~ (هـ س)

3 - 7   [كـ] (هـ س ⊂ هـ ص)
[جـ] ~ (هـ ص)

∴ [جـ] ~ (هـ س)

وصورة هذا القياس أو المبدأ بلغة حساب القضايا :

[(ق ⊂ ل) . ~ ل] ⊂ ~ ق

8 — قياس الاحراج المثمر : Constructive Dilemma

وفيه تثبت النتيجة التالى فى كل من القضيتين الشرطيتين الواردتين أولاً ، وذلك باثبات المقدم فى هاتين القضيتين ، وتكاد تطابق صورة هذا النوع من القياس صورة قياس اثبات التالى . ولهذا النوع من القياس أربع صور ؛ واحدة منها ذات سور كلي فى كافة مقدماتها والنتيجة ، بينما تحوى بقية الصور سورين كليين وسور جزئى فى المقدمات والنتيجة فيها ذات سور جزئى :

(33) Ibid., P. 221.

1 - 8
[كـ] (هـ س ⊂ هـ ط)
[كـ] (هـ ص ⊂ هـ ع)
[كـ] (هـ س ∨ هـ ص)
____
∴ [كـ] (هـ ط ∨ هـ ع)

ويمكن التعبير عن هذه الصورة باللغة الرمزية لحساب القضايا :

ق ⊂ ل
م ⊂ ن
ق ∨ م
____
∴ ل ∨ ن

ويأخذ القياس السابق شكل دالة تحليلية :

{ [(ق ⊂ ل) . (م ⊂ ن)] . (ق ∨ م) } ⊂ (ل ∨ ن)

2 - 8
[جـ] (هـ س ⊂ هـ ط)
[كـ] (هـ ص ⊂ هـ ع)
[كـ] (هـ س ∨ هـ ص)
____
∴ [جـ] (هـ ط ∨ هـ ع)

3 - 8
[كـ] (هـ س ⊂ هـ ط)
[جـ] (هـ ص ⊂ هـ ع)
[كـ] (هـ س ∨ هـ ص)
____
∴ [جـ] (هـ ط ∨ هـ ع)

4 - 8
[كـ] (هـ س ⊂ هـ ط)
[كـ] (هـ ص ⊂ هـ ع)
[جـ] (هـ س ∨ هـ ص)
____
∴ [جـ] (هـ ط ∨ هـ ع)

٩ ــ قياس الاحراج الهدمي : .Destructive Dil

وفيه تنفى النتيجة المقدم فى كل من القضيتين الشرطيتين ، وذلك بنفى التالين فيهما باضافة مقدمة استثنائية . ومن ثم فهو يماثل قياس نفى المقدم . ونعرض لأربعة نماذج تمثل استخدام حساب دالات القضايا :

9 - 1
[كـ] (هـ س ⊂ هـ ط)
[كـ] (هـ ص ⊂ هـ ع)
[كـ] (~ هـ ط V ~ هـ ع)
____
∴ [كـ] (~ هـ س V ~ هـ ص)

ونصوغ هذه الصورة القياسية فى صيغة رمزية من حساب القضايا :

{ [(ق ⊂ ل) . (م ⊂ ں)] . (~ ل V ~ ں) } ⊂
(~ ق V ~ م)

وهى الأخرى صيغة تحليلية لأنها أحد المبادىء الأساسية لنظرية الاستنباط .

9 - 2
[جـ] (هـ س ⊂ هـ ط)
[كـ] (هـ ص ⊂ هـ ع)
[كـ] (~ هـ ط V ~ هـ ع)
____
∴ [جـ] (~ هـ س V ~ هـ ص)

9 - 3
[كـ] (هـ س ⊂ هـ ط)
[جـ] (هـ ص ⊂ هـ ع)
[كـ] (~ هـ ط V ~ هـ ع)
____
∴ [جـ] (~ هـ س V ~ هـ ص)

9 - 4
[كـ] (هـ س ⊂ هـ ط)
[كـ] (هـ ص ⊂ هـ ع)

[جـ] (~ هـ ط V ~ هـ ع)

∴ [جـ] (~ هـ س V ~ هـ ص)

10 ــ قياس استثنائي منفصل[34] : Disjunctive Syllo.

يتكون من مقدمتين : الكبرى شرطية منفصلة ، والصغرى حملية استثنائية وقد عرضناه في أحد فصول هذا الكتاب بلغة نظرية حساب القضايا ونعرضه الآن في لغة دالات القضايا في ثلاثة نماذج تجمعها صورة منطقية واحدة :

1 - 10

[كـ] (هـ س V هـ ص)
[كـ] (~ هـ س)

∴ [كـ] هـ ص

[(ق V ل) . (~ ق)] ⊃ ل

2 - 10

[جـ] (هـ س V هـ ص)
[كـ] ~ هـ س

∴ [جـ] هـ ص

3 - 10

[كـ] (هـ س V هـ ص)
[جـ] ~ هـ س

∴ [جـ] هـ ص

(34) Ibid., P. 222.

الفصل الثامن

القياس الحملى فى ضوء نظرية
حساب دالات القضايا

الفصل الثامن

القياس الحملى فى ضوء نظرية حساب دالات القضايا

مقدمــة :

نظرية القياس الحملى نمط من الاستدلال على قضية حملية ــ نتيجة ــ من قضيتين حمليتين هما مقدمات القياس . ويتميز القياس من بين مباحث المنطق بخاصية استناده إلى ثلاث قضايا ، بينما تدور معظم المباحث الأخرى على بحث العلاقة بين قضيتين .

مثال على قياس حملى[1] :

كل حيوان فان
كل إنسان حيوان

∴ كل إنسان فان

نلاحظ أن بكل مقدمة حداً يظهر فى النتيجة ، وأن بكل مقدمة أيضاً حداً يظهر فى المقدمة الأخرى[2] . بمعنى أن ثمة علاقة هوية أو تطابق بين حدين فى المقدمتين هما فى الحقيقة حد واحد هو الحد الأوسط Middle term (حيوان فى المثال السابق) . أما ما يظهر فى النتيجة من حدود فهما حدان : الحد الأكبر Major term ، ويأتى محمولاً للنتيجة وتحتويه المقدمة الكبرى Major primise ، والحد الأصغر Minor term ويأتى موضوعاً للنتيجة وتحتويه المقدمة الصغرى Minor primise .

ويرى « لوكاشيفتش » أن القياس الأرسطى يشكل قضية لزومية يمكن الحكم عليها بالصدق أو بالكذب ، وهو لذلك يختلف عن القياس التقليدى ،

(1) Prior, A. N., "Logic, Traditional". Ed. in Encyc-of Philosophy, Vol 5 P. 37.

(2) Strawson, Introduction to Logical Theory, P. 158.

فالأخير ليس قضية ، ومن ثم فهو ليس صادقاً ولا كاذباً ، وإنما يمكن أن يكون صحيحاً أو فاسداً[3] . أما القضية اللزومية التى تعبر عن طبيعة القياس وتعتمدها كل الأقيسة الأرسطية نموذجاً لها فهى :

(ف . ل) ⊂ م

مقدم القضية اللزومية يتكون من مقدمتين معطوفتين (ف ، ل) ، وتالى القضية يتمثل فى النتيجة (م) .

وجاء القياس الأرسطى على ثلاثة أشكال ولكل شكل عدة ضروب . ونتعرف على كل شكل ونميزه عن غيره بموضع الحد الأوسط فى المقدمتين ؛ يأتى الحد الأوسط موضوعاً فى المقدمة الكبرى ومحمولاً فى المقدمة الصغرى للشكل الأول . وفى الشكل الثانى يأتى الحد الأوسط محمولاً فى المقدمتين ، بينما يأتى الحد الأوسط موضوعاً فى مقدمتى الشكل الثالث .

أما الشكل الرابع الذى تواضعت كتب المنطق على نسبته إلى « جالينوس »[4] فإن « لوكاشيفتش » يعارض هذا الاتجاه ويرى أن « أرسطو » كان يعلم ويقبل كل أضرب الشكل الرابع مثل بقية أضرب الأشكال الأخرى ، وكل ما حدث أن « أرسطو » لم يكن لديه متسعاً من وقت يرتب فيه كل مكتشفاته الجديدة فترك تتمة عمله المنطقى إلى تلميذه « ثاوفراسطس »[5] . ومهما كان من حماس « لوكاشيفتش » لمنطق « أرسطو » ، فاننا نميل إلى تأييد رأيه بهذا الصدد ذلك أنه من المنطقى أن يلم « أرسطو » بشكل للقياس نعكس فيه موضع الحد الأوسط كما يأتى فى الشكل الأول ، انه الشكل الرابع الذى يأتى ذلك الحد فيه محمولاً فى المقدمة الكبرى وموضوعاً فى المقدمة الصغرى .

وإذا رمزنا إلى الحد الأوسط بالرمز [و] ، وإلى الحد الأكبر بالرمز [ك] ، وإلى الحد الأصغر بالرمز [ص] ، مع اعتبار موضع الحد الأوسط فى

(3) لوكاشيفتس : **نظرية القياس الأرسطية** ، ص 36 ، 37 .
(4) طبيب وفيلسوف يونانى عاش فى روما فى القرن الثانى الميلادى .
(5) لوكاشيفتش : المرجع السابق ، ص 43 ، ص 55 .

كل شكل ، فإنه يمكن أن نقدم صورة رمزية للأشكال الأربعة فيما يأتى[6] :

	الشكل الأول	الشكل الثانى	الشكل الثالث	الشكل الرابع
المقدمة الكبرى	و ك	ك و	و ك	ك و
المقدمة الصغرى	ص و	ص و	و ص	و ص
النتيجة	ص ك	ص ك	ص ك	ص ك

ويحتوى كل شكل من الأشكال الأربعة على مجموعة من الضروب Moods المنتجة ، تتمايز فيما بينها فى ضوء تنوع القضايا التى يحتويها كل ضرب من حيث الكم والكيف . ولا تؤلف كافة احتمالات الجمع بين القضايا أقيسة منتجة أو صحيحة ، بل ان هناك قواعد للانتاج منها ما هو عام ينطبق على كل الأقيسة ومنها ما هو خاص بكل شكل . وقد ثبت نجاح هذه القواعد لدى المناطقة فى عصور مختلفة ، لكن هل مازالت قواعد الانتاج فى القياس الحملى صالحة حتى الآن ، وتؤدى إلى نتائج صحيحة فى كل الحالات ؟

إن الاجابة على هذا السؤال مع محاولة التحقق من صحة ضروب القياس الحملى هى مهمة رئيسية لنظرية دالات القضايا . وسنحاول فى هذا الفصل أن نعرض للضروب المختلفة للأشكال الأربعة فى لغة رمزية ــ تستوعب الموضوع والمحمول فى كل قضية حملية ــ تتميز بها نظرية حساب دالات القضايا أو حساب المحمول .

نستعيد أولاً الصورة الرمزية للقضايا الحملية :

A : $[X]\,(F_x \supset G_x)$

E : $[X]\,(F_x \supset \sim G_x)$

(6) Quine, Methods of Logic, P. 76, See also :
Prior, Op. Cit., P. 37.

$$I \quad : \{\exists_x\}(F_x \cdot G_x)$$

$$O \quad : [\exists_x](F_x \cdot \sim G_x)$$

ونصوغها بالعربية :

ك . م : [كـ] (هـ س ⊂ هـ ص)

ك . س : [كـ] (هـ س ⊂ ~ هـ ص)

ج . م : [جـ] (هـ س . هـ ص)

ج . س : [جـ] (هـ س . ~ هـ ص)

أما الصورة الرمزية للضروب المنتجة فى الأشكال الأربعة حسب التصور الأرسطى والتقليدى فهى[7] :

ضروب الشكل الأول :

1 ــ {[كـ] (هـ س ⊂ هـ ص) . [كـ] (هـ ط ⊂ هـ س)]}
⊂
[كـ] (هـ ط ⊂ هـ ص)

2 ــ {[كـ] (هـ س ⊂ ~ هـ ص) . [كـ] (هـ ط ⊂ هـ س)}
⊂
[كـ] (هـ ط ⊂ ~ هـ ص)

3 ــ {[كـ] (هـ س ⊂ هـ ص) . [جـ] (هـ ط . هـ س)}
⊂
[جـ] (هـ ط . هـ ص)

4 ــ {[كـ] (هـ س ⊂ ~ هـ ص) . [جـ] (هـ ط . هـ س)}
⊂
[جـ] (هـ ط . ~ هـ ص)

(7) Church, A. "Formal Logic", Ed. in Dictionary of Philosophy ed. by, Runes, P. 177.

ضروب الشكل الثانى :

1 ـ {[كـ] (هـ س ⊂ ~ هـ ص) . [كـ] (هـ ط ⊂ هـ ص)}
⊂
[كـ] (هـ ط ⊂ ~ هـ س)

2 ـ {[كـ] (هـ س ⊂ هـ ص) . [كـ] (هـ ط ⊂ ~ هـ ص)}
⊂
[كـ] (هـ ط ⊂ ~ هـ س)

3 ـ {[كـ] (هـ س ⊂ ~ هـ ص) . [جـ] (هـ ط . هـ ص)}
⊂
[جـ] (هـ ط . ~ هـ س)

4 ـ {[كـ] (هـ س ⊂ هـ ص) . [جـ] (هـ ط . ~ هـ ص)}
⊂
[جـ] (هـ ط . ~ هـ س)

ضروب الشكل الثالث :

1 ـ {[كـ] (هـ س ⊂ هـ ص) . [كـ] (هـ س ⊂ هـ ط)}
⊂
[جـ] (هـ ط . هـ ص)

2 ـ {[جـ] (هـ س . هـ ص) . [كـ] (هـ س ⊂ هـ ط)}
⊂
[جـ] (هـ ط . هـ ص)

3 ـ {[كـ] (هـ س ⊂ هـ ص) . [جـ] (هـ س . هـ ط)}
⊂
[جـ] (هـ ط . هـ ص)

4 ـ {[كـ] (هـ س ⊂ ~ هـ ص) . [كـ] (هـ س ⊂ هـ ط)}
⊂
[جـ] (هـ ط . ~ هـ ص)

5 — {[ ] [جـ] (هـ س . ~ هـ ص) . [ ] [ك] (هـ س ⊂ هـ ط)}
⊂
[جـ] (هـ ط . ~ هـ ص)

6 — {[ ] [ك] (هـ س ⊂ ~ هـ ص) . [ ] [جـ] (هـ س . هـ ط)}
⊂
[جـ] (هـ ط . ~ هـ ص)

ضروب الشكل الرابع :

1 — {[ ] [ك] (هـ س ⊂ هـ ص) . [ ] [ك] (هـ ص ⊂ هـ ط)}
⊂
[جـ] (هـ ط . هـ س)

2 — {[ ] [ك] (هـ س ⊂ هـ ص) . [ ] [ك] (هـ ص ⊂ ~ هـ ط)}
⊂
[ك] (هـ ط ⊂ ~ هـ س)

3 — {[ ] [جـ] (هـ س . هـ ص) . [ ] [ك] (هـ ص ⊂ هـ ط)}
⊂
[جـ] (هـ ط . هـ س)

4 — {[ ] [ك] (هـ س ⊂ ~ هـ ص) . [ ] [ك] (هـ ص ⊂ هـ ط)}
⊂
[جـ] (هـ ط . ~ هـ س)

5 — {[ ] [ك] (هـ س ⊂ ~ هـ ص) . [ ] [جـ] (هـ ص . هـ ط)}
⊂
[جـ] (هـ ط . ~ هـ س)

نضيف إلى ما سبق ضروباً قياسية أخرى تحتوى على القضية الشخصية Singular proposition ، تلك القضية التى وحد التقليديون بينها وبين القضية

الكلية ؛ حتى أعلن « فريجه » تمييزاً حاسماً بينهما[8] ، وأشار إلى أن القضية الشخصية قضية حملية بالمعنى الدقيق ، بينما رأى أن القضية الكلية ليست حملية ، كما أشرنا إلى ذلك فى موضع سابق . نعرض الآن أربعة ضروب تنتمى إلى الشكلين الأول والثانى تحتوى على القضية الشخصية كمقدمة صغرى ونتيجة[9] .

1 ـ { [ك] (هـ س ⊃ هـ ص) . (و س) } ⊃ (و ص)

2 ـ { [ك] (هـ س ⊃ ~ هـ ص) . (و س) } ⊃ ~ و ص

3 ـ { [ك] (هـ ص ⊃ ~ هـ س) . (و س) } ⊃ ~ و ص

4 ـ { [ك] (هـ ص ⊃ هـ س) . ~ و س } ⊃ ~ و ص

ننتقل الآن بعد هذه المقدمة المطولة إلى محاولة البرهنة على صحة ضروب القياس الحملى فى صورته التقليدية بالاستناد إلى قوائم الصدق كأسلوب معاصر فى اثبات صحة الدالات أو كذبها .

أولاً : الشكل الأول :

يكتسب الشكل الأول أهمية خاصة كنموذج للاستدلال القياسى عند « أرسطو » والتقليديين . وتبلغ عدد الاحتمالات الممكنة لقيام الضروب ستة عشر ضرباً ، إلا أن المنتج منها هو أربعة ضروب فقط . ويقوم القياس بصفة عامة ـــ والشكل الأول منه بوجه خاص ـــ على مبدأ « المقول على الكل وعلى اللا واحد » ويفسر بعض المناطقة هذا المبدأ على أساس ماصدقى :

« يتكون قياس كامل إذا ما كان لدينا ثلاثة حدود ترتبط مع بعضها بحيث يكون الأصغر متضمناً فى ما صدق الأوسط والأوسط متضمناً فى ما صدق الأكبر »[10] .

ويعبر « كينز » عن هذا الاتجاه بقوله : « ما يحمل إيجاباً أو سلباً على حد مستغرق ، ينبغى أن يحمل فى نفس الحالة على كل شىء مندرج تحته »[11] . وقد

(8) محمود زيدان : **المنطق الرمزى** ، ص 137 .

(9) Church, Op. Cit., P. 177.

(10) على سامى النشار : المنطق الصورى ، ص : 391

(11) نفس المرجع ، ص 393 .

طبق المدرسيون المبدأ السابق على أقيسة الشكل الأول فذهبوا بصدد الأضرب الموجبة إلى أن ما ينطبق على التالى ينطبق على المقدم ، كما ذهبوا بصدد الأضرب السالبة إلى أن كل ما يسلب عن التالى يسلب عن المقدم . ولو استعدنا الصورة التى صاغ بها أرسطو الأقيسة كما أشرنا إليها فى الفصل الأول وفى مقدمة هذا الفصل ، وجدنا أنها تأخذ طابع اللزوم .

نعرض الآن لضروب الشكل الأول المنتجة ، وسنعقب على كل ضرب بمحاولة صياغته فى لغة حساب دالات القضايا ، ثم ننقله إلى اللغة الرمزية لحساب القضايا حتى يسهل الحكم على صحته . سنلاحظ أن لكل ضرب إسماً تعارف عليه المناطقة يكتب بحروف لاتينية على نوعين : متحركة تعبر عن نوع المقدمات : A ، E ، I ، O ، وساكنة تعبر عن عمليات رد ضروب الأشكال الثانى والثالث والرابع لضروب الشكل الأول[12] .

1 - 1 الضرب الأول : Barbara

أهم ضروب الشكل الأول ، ومن ثم فهو أهم ضروب القياس الحملى عامة ، لأنه ينتج فى نظر « أرسطو » والتقليديين القضية الكلية الموجبة أهم أنواع القضايا وأساس بناء العلم . يتكون من مقدمتين كليتين موجبتين ونتيجة كلية موجبة أيضاً . صاغ « أرسطو » هذا الضرب هكذا :

إذا كان ا محمولاً على كل ب
وكان ب محمولاً على كل حـ
فإن ا محمول على كل حـ[13]

ونصوغه بلغة أكثر يسراً :

(12) Church, Op. Cit., P. 177.

(13) صاغ « أرسطو » نتيجة الضرب الأول من الشكل الأول هكذا فى بعض الأحيان وفى أحيان أخرى أضاف إليها كلمة « بالضرورة » : « فإن ا محمول بالضرورة على كل جـ » ، اشارة إلى الضرورة القياسية .
راجع : لوكاشيفتش : **نظرية القياس الأرسطية** ، ص 23 .
وقارن : على سامى النشار : **المنطق الصورى** ، ص : 409 .

كل ب هو ا
كل حـ هو ب
∴ كل حـ هو ا

كل الكرماء أسخياء
كل سكان القمر كرماء

∴ كل سكان القمر أسخياء

ويمكن أن ننقل هذا المثال على الضرب الأول إلى لغة حساب دالات القضايا :

[كـ] (هـ س ⊂ هـ ص)
[كـ] (هـ ط ⊂ هـ س)

∴ [كـ] (هـ ط ⊂ هـ ص)

ونضع الصورة السابقة فى لغةِ حساب القضايا بحيث يحل متغير قضوى واحد محل متغيرين فى كل قضية ، فيحل (ق) محل (هـ س) ، ويحل (ل) محل (هـ ص) ، ويحل (م) محل (هـ ط) . ترتبط المقدمتان باجراء الوصل (.) ويشكلان معاً مقدماً يرتبط بالتالى وهو نتيجة القياس باجراء اللزوم . نستبعد الأسوار من الصيغة الجديدة لأن دورها هو مجرد تحديد الاجراء المنطقى داخل كل قضية ؛ فالسور الكلى يشير إلى استخدام اجراء اللزوم بين عنصرى الدالة ، بينما يشير السور الجزئى إلى استخدام اجراء الوصل بينهما . ومن ثم فالضرب السابق :

{[كـ] (هـ س ⊂ هـ ص) . [كـ] (هـ ط ⊂ هـ س) } ⊂
[كـ] (هـ ط ⊂ هـ ص)

يصبح :

[(ق ⊂ ل) . (م ⊂ ق)] ⊂ (م ⊂ ل)

، نضع صيغة الضرب الأول فى قائمة صدق :

ل	$\subset$	م	$\subset$	ق	$\subset$	م	.	ل	$\subset$
	ص		ص		ص	ص	ص	ص	ص
	ص		ص		ص	ك	ص	ص	ص
	ك		ص		ص	ص	ك	ك	ك
	ص		ص		ص	ك	ك	ك	ك
	ص		ص		ك	ص	ك	ص	ص
	ص		ص		ص	ك	ص	ص	ص
	ك		ص		ك	ص	ك	ك	ص
	ص		ص		ص	ك	ص	ك	ص
	×		√				×		

لاحظ أن جميع قيم الصدق تحت الثابت الرئيسى فى الدالة وهو إجراء م الثالث جاءت صادقة ، ومن ثم فالضرب منتج وصحيح ويعد دالة أو ة تحليلية صادقة صدقاً منطقياً . أما خطوات الأجراءات المنطقية داخل الصدق فقد أحطنا بها فى أكثر من موضع سابق .

يمكن أن نسوق على الصيغة الرمزية السابقة برهنة موجزة كما يلى :

نفترض حالة كذب فى قيم الصدق التى وردت تحت الثابت الرئيسى [اللزوم الثالث] .

نعلم أن دالة اللزوم تكذب إذا صدق المقدم [ثابت الوصل] وكذب التالى [النتيجة] .

$$(ل \subset م) \quad \subset \quad [(ق \subset م) \, . \, (ل \subset ق)]$$
$$ك \qquad ك \qquad\qquad ص$$

ويمكن أن نتحقق من افتراض صدق المقدم وما ينشأ عن ذلك من تعديل لقيم صدق متغيرات النتيجة ، كما نفترض ــ بالاضافة إلى ذلك ــ كذب المقدم ، ونستقصى ما تكون عليه علاقة النتيجة بالمقدمات فى الحالتين :

ــ نفترض صدق (ن ، ل) معاً ، ثم صدق (م ، ن) معاً ، ويعنى ذلك صدق (م ، ل) فى النتيجة كما صدُقا فى المقدمات طبقاً لمبدأ الهوية ، وفى هذه الحالة فلابد من صدق النتيجة ــ التى افترضنا كذبها ــ ويترتب على ذلك صدق ثابت اللزوم الرئيسى .

ــ نفترض صدق (ن) وكذب (ل) ، وصدق (م) وكذب (ن) حتى نحصل على دالات لزوم كاذبة يصدق مقدمها ويكذب تاليها ، فإن قمنا باجراء الوصل بينهما كانت دالة الوصل التى تجمع المقدمتين كاذبة [ك] . حتى إذا قمنا بإجراء اللزوم الرئيسى بين الوصل والنتيجة ، جاء اللزوم صادقاً . ننتهى إذن إلى صدق الدالة فى كافة الحالات .

يعنى ذلك سلامة الضرب الأول من الشكل الأول من وجهة نظر منطقية حديثة سواء إستعنا بقائمة الصدق أو لجأنا إلى البرهنة الموجزة .

2 - 1 الضرب الثانى Celarent

يتكون من مقدمتين كليتين كبراهما سالبة وصغراهما موجبة ونتيجة كلية سالبة ، ولا يختلف هذا الضرب كثيراً فى صياغته عن الضرب الأول ، اللهم إلا بإضافة ثابت السلب إلى الحد الأكبر ، الذى يظهر محمولاً فى النتيجة .

لا واحد من المصريين بخيل
كل السكندريين مصريون

∴ لا واحد من السكندريين بخيل

أما الصورة الرمزية للضرب الثانى :

[ك] (هـ س ⊂ ~ هـ ص)
[ك] (هـ ط ⊂ هـ س)

∴ [ك] (هـ ط ⊂ ~ هـ ص)

، لغة حساب القضايا :

ق ⊂ ~ ل) . (م ⊂ ق)] ⊂ (م ⊂ ~ ل)

أما التحقق منها بقائمة صدق فيتم كما يلى :

م ⊂ ~ ل	⊂	ق	⊂	م	.	~ ل	⊂	
ك	ص		ص	ص	ك	ك	ك	[illegible]
ص	ص		ص	ك	ك	ك	ك	[illegible]
ص	ص		ص	ص	ص	ص	ص	[illegible]
ص	ص		ص	ك	ص	ص	ص	[illegible]
ك	ص		ك	ص	ك	ك	ص	[illegible]
ص	ص		ص	ك	ص	ك	ص	[illegible]
ص	ص		ك	ص	ك	ص	ص	[illegible]
ص	ص		ص	ك	ص	ص	ص	[illegible]
×	√				×			

يتضح من قائمة الصدق صدق كافة قيم الصدق الواردة تحت الثابت
يسى ، ومن ثم فالدالة تحليلية والقياس منتج وصحيح .
وثمة طريقة أخرى للتحقق من صدق دالة القياس :

[(ق ⊂ ~ ل) . (م ⊂ ق)] ⊂ (م ⊂ ~ ل)

بأن نطبق مبدأ الاستبدال بحيث تحل (ل) محل (~ ل) ، فنحصل على :

[(ق ⊃ ل) . (م ⊃ ق)] ⊃ (م ⊃ ل)

وهى نفس صيغة الضرب الأول والتى ثبت صدقها وصحتها بأكثر من طريقة .

1 - 3 الضرب الثالث : Darii

يتكون من مقدمة كبرى كلية موجبة ، ومقدمة صغرى جزئية موجبة ، ونتيجة جزئية موجبة .

كل الفلاسفة مفكرون
بعض العلماء فلاسفة

∴ بعض العلماء مفكرون

ونصوغ القياس فى لغة حساب دالات القضايا :

[كـ] (هـ س ⊃ هـ ص)
[جـ] (هـ ط . هـ س)

∴ [جـ] (هـ ظ . هـ ص)

وفى لغة حساب القضايا ننقله إلى الصيغة :

[(ق ⊃ ل) . (م . ق)] ⊃ (م . ل)

عبرنا عن القضية الكلية (المقدمة الكبرى) بدالة لزوم ، وعبرنا عن القضية الجزئية (المقدمة الصغرى والنتيجة) بدالة وصل ، أما البرهنة على صدق الصيغة كلها فيتم كما يلى :

ق	⊂	ل	.	م	.	ق	⊂	م	.	ل
ص	ص	ص	ص	ص	ص		ص		ص	
ص	ص	ص	ك	ك	ك		ص		ك	
ص	ك	ك	ك	ص	ص		ص		ك	
ص	ك	ك	ك	ك	ك		ص		ك	
ك	ص	ص	ك	ص	ك		ص		ص	
ك	ص	ص	ك	ك	ك		ص		ك	
ك	ص	ك	ك	ص	ك		ص		ك	
ك	ص	ك	ك	ك	ك		ص		ك	
			×				√		×	

الاستدلال القياسي صحيح كما تثبت ذلك قيم الصدق تحت الثابت الرئيسي ، ويلاحظ أن قيم الصدق تحت إجراء الوصل بين المقدمتين جاءت مرة واحدة صادقة وكذبت فى بقية الحالات ، وكلما كان المقدم كاذباً كنا أقرب إلى صدق دالة اللزوم — الثابت الرئيسي — التي نستنتجها بين الوصل الأول [علاقة المقدمتين] والوصل الثالث [النتيجة] .

1-4 الضرب الرابع : **Ferio**

يتكون هذا الضرب من مقدمة كبرى كلية سالبة ومقدمة صغرى جزئية موجبة ونتيجة جزئية سالبة . ورغم أن الجزئية السالبة يمكن أن نحصل عليها كنتيجة من مقدمات أخرى ، إلا أن تحديد هاتين المقدمتين على هذا الترتيب يأتى تطبيقاً لشروط تكوين الشكل الأول وهى : كلية المقدمة الكبرى وإيجاب المقدمة الصغرى لدواعى تتعلق باستغراق الحد الأوسط مرة على الأقل فى احدى المقدمتين .

مثال على الضرب الرابع :

لا مؤمن مرتكب للفواحش
بعض المصريين مؤمن

بعض المصريين لا يرتكب الفواحش

وصورته الرمزية :

[كـ] (هـ س ⊃ ~ هـ ص)
[جـ] (هـ ط . هـ س)

∴ [جـ] (هـ ط . ~ هـ ص)

[(ق ⊃ ~ ل) . (م . ق)] ⊃ (م . ~ ل)

وإذا استبدلنا (ل) بـ (~ ل) فى الدالة السابقة ، نحصل على دالة سبق إثبات صحتها :

[(ق ⊃ ل) . (م . ق)] ⊃ (م . ل)

كما يمكن البرهنة على صحة الدالة السابقة بقائمة صدق :

ق	⊃	~ ل	.	م	.	ق	⊃	م	.	~ ل
ص	ك	ك	ك	ص	ص		ص		ك	
ص	ك	ك	ك	ك	ك		ص		ك	
ص	ص	ص	ص	ص	ص		ص		ص	
ص	ص	ص	ك	ك	ك		ص		ك	
ك	ص	ك	ك	ص	ك		ص		ك	
ك	ص	ك	ك	ك	ك		ص		ك	
ك	ص	ص	ك	ص	ك		ص		ص	
ك	ص	ص	ك	ك	ك		ص		ك	
			×				√		×	

ثانياً : الشكل الثانى :

تعرف ضروب الشكل الثانى بموضع الحد الأوسط الذى يأتى محمولاً فى المقدمتين ، ويرتبط بموضع الحد الأوسط فى هذا الشكل قاعدة تنص على أن تكون احدى المقدمتين سالبة حتى تستغرق محمولها ـــ وهو الحد الأوسط ـــ مرة واحدة على الأقل . ويترتب على القاعدة السابقة أن تأتى نتائج كل ضروب هذا الشكل سالبة . وللشكل الثانى أربعة ضروب هى :

2 - 1 الضرب الأول : Cesare

يتكون من مقدمة كبرى كلية سالبة ، ومقدمة صغرى كلية موجبة ، ونتيجة كلية سالبة . مثال ذلك :

لا واحد من الموحدين بمشرك
كل عبدة الأصنام مشرك

∴ لا واحد من عبدة الأصنام بموحد

ويمكن صياغة هذا الضرب بلغة حساب دالات القضايا ثم حساب القضايا كما يلى :

[ك] (ه س ⊃ ~ ه ص)
[ك] (ه ط ⊃ ه ص)

∴ [ك] (ه ط ⊃ ~ ه س)

[(ن ⊃ ~ ل) . (م ⊃ ل)] ⊃ (م ⊃ ~ ن)

ويمكن أن نعبر عن هذه الصيغة بقولنا : لنفترض أن (ن) غير مؤكدة فى أى شيء من (ل) ، بينما تأتى (ل) لازمة عن ـــ ومؤكدة فى ـــ كل (م) ، فإن ذلك يستلزم أن (ن) لا تنتمى إلى أى فرد من (م) . ويصوغ المناطقة قاعدة هذا الضرب وبقية ضروب الشكل الثانى فى قولهم :

« المعنيان اللذان يكون أحدهما فى حالة تقابل ، والآخر فى حالة هوية مع ثالث مشترك ، يكونان فيما بينهما فى حالة تقابل »[14] .

ويمكن التحقق من صحة الضرب السابق بوضع صيغته الرمزية فى قائمة صدق كما يلى :

ق	⊃	~ ل	.	م	⊃	ل	⊃	م	⊃	~ ق
ص	ك	ك	ك	ص	ص	ص	ص		ك	ك
ص	ك	ك	ك	ك	ص	ص	ص		ص	ك
ص	ص	ص	ك	ص	ك	ك	ص		ك	ك
ص	ص	ص	ص	ك	ص	ك	ص		ص	ك
ك	ص	ك	ص	ص	ص	ص	ص		ص	ص
ك	ص	ك	ص	ك	ص	ص	ص		ص	ص
ك	ص	ص	ك	ص	ك	ك	ص		ص	ص
ك	ص	ص	ص	ك	ص	ك	ص		ص	ص
			×				√		×	

الدالة صحيحة ومنتجة طبقاً للتصورين التقليدى والحديث . وكما أشرنا فى البرهنة الموجزة على ضرب سابق ، فإن افتراض كذب الدالة ـــ وهى دالة لزوم ـــ يستوجب صدق المقدم [الوصل بين المقدمتين] وكذب التالى [اللزوم الرابع بالنتيجة] وهذا لم يحدث قط فى قائمة الصدق ، كما أن محاولة افتراضه يتناقض مع ما تقره الدالة ، كما يتناقض مع مبدأ الهوية الذى يلزمنا بوضع نفس قيم الصدق لكل متغير فى حالة كونه موجباً ونقيض هذه القيم إن جاء المتغير مسلوباً .

(14) عبد الرحمن بدوى : المنطق الصورى والرياضى ، ص 193 .

2 - 2 الضرب الثانى : Camestres

وهو بمثابة تبديل لمواضع المقدمتين فى الضرب السابق حيث يتكون من كلية موجبة كمقدمة كبرى ، وكلية سالبة كمقدمة صغرى ، ونتيجة قضية كلية سالبة :

كل مؤمن يصلى
لا كافر يصلى

∴ لا كافر مؤمن

ونصوغ الضرب فى لغة دالات القضايا :

[كـ] (هـ س ⊂ هـ ص)
[كـ] (هـ ط ⊂ ~ هـ ص)

∴ [كـ] (هـ ط ⊂ ~ هـ س)

وننقله إلى لغة حساب القضايا

[(ق ⊂ ل) · (م ⊂ ~ ل)] (م ⊂ ~ ق)

نلاحظ أن صورة النتيجة هى عين نتيجة الضرب السابق ؛ وذلك لا ـ المقدمات هى هى مع استبدال مواضعها .

ويمكن البرهنة على صحة وسلامة هذا الضرب وغيره بطريقة استنباطية وذلك برده إلى صورة قياسية أثبتنا أنها صحيحة وتحليلية[15] :

— نصوغ أولاً الضرب السابق فى صورة دالات قضايا :

{ [كـ] (هـ س ⊂ هـص) · [كـ] (هـ ط ⊂ ~ هـ س) }

⊂

[كـ] (هـ ط ⊂ ~ هـ س)

(15) عزمى إسلام : الاستدلال الصورى ، جـ 2 ، ص 81 .

ـــ بتطبيق قاعدة اللزوم العكسي على المقدمة الأولى تصبح :

(~ هـ ص ⊂ ~ هـ س)

ـــ بتطبيق قاعدة تبادل المواضع بالنسبة للمقدمتين ، يأخذ الضرب الصورة :

{[كـ] (هـ ط ⊂ ~ هـ ص) . [كـ] (~ هـ ص ⊂ ~ هـ س) }

⊂

(هـ ط ⊂ ~ هـ س)

ـــ بتطبيق مبدأ التعويض : بحيث يحل (ى) بدلاً من (هـ ط) ، ويحل (ل) بدلاً من (~ هـ ص) ، ويحل (م) بدلاً من (~ هـ س) ، تصبح الصورة الرمزية للضرب :

[(ى ⊂ ل) . (ل ⊂ م)] ⊂ (ى ⊂ م)

وهى إحدى صور مبدأ القياس التى تأكدنا من سلامتها فى أكثر من موضع سابق .

أما اثبات سلامة الصيغة الأولى استناداً إلى قائمة صدق فيتم على هذا النحو :

ى ⊂ ل	.	م ⊂ ~ ل	⊂	م ⊂ ~ ى
ص	ك	ك	ص	ك
ص	ص	ص	ص	ص
ك	ك	ص	ص	ك
ك	ك	ص	ص	ص
ص	ك	ك	ص	ص
ص	ص	ص	ص	ص
ص	ص	ص	ص	ص
ص	ص	ص	ص	ص
	×		√	×

3 - 2 الضرب الثالث : Festino

ويتكون من قضية كلية سالبة كمقدمة كبرى ، وقضية جزئية موجبة كمقدمة صغرى ، ونتيجة جزئية سالبة :

لا واحد من المسلمين   يهودى
بعض سكان فلسطين   يهودى

∴ بعض سكان فلسطين ليس مسلماً

وصورة هذا الضرب برمزية دالات القضايا هى :

{ [ک] (هـ س ⊃ ~ هـ ص) . [جـ] (هـ ط . هـ ص) }
⊃
[جـ] (هـ ط . ~ هـ س)

ويلاحظ أن نتيجة الضرب قضية جزئية تقرر وجوداً لأفراد موضوعها ، فى الوقت الذى احتوى فيه القياس على قضية كلية لا تقرر وجوداً ، وقد استمدت النتيجة شرعيتها من المقدمة الصغرى فى القياس التى جاءت جزئية . أما صورة الضرب السابق برمزية حساب القضايا فهى :

[(ق ⊃ ~ ل) . (م . ل)] ⊃ (م . ~ ق)

أما إثبات سلامتها بقائمة صدق فيتم هكذا :

ق	⊂	~ ل	.	م	.	ل	⊂	م	.	~ ق
ص	ك	ك	ك	ص	ص	ص	ص		ك	ك
ص	ك	ك	ك	ك	ك	ص	ص		ك	ك
ص	ص	ص	ك	ص	ك	ك	ص		ك	ك
ص	ص	ص	ك	ك	ك	ك	ص		ك	ك
ك	ص	ك	ص	ص	ص	ص	ص		ص	ص
ك	ص	ك	ك	ك	ك	ص	ص		ك	ص
ك	ص	ص	ك	ص	ك	ك	ص		ص	ص
ك	ص	ص	ك	ك	ك	ك	ص		ك	ص
			×				√		×	

نلاحظ أن إجراء الوصل الأول لم يصدق إلا فى الصف الأفقى الخامس وارتبطت قيمة الصدق هذه بقيمة صادقة تحت الوصل الثالث وفى نفس الصف ، وإلا كذب إجراء اللزوم ــ الثابت الرئيسى ــ الذى يجمع بينهما كمقدم وتالٍ فى صيغة لزوم هى صورة كل الأقيسة من هذا النوع . الصيغة إذن صادقة صدقاً منطقياً وتحليلية .

2 - 4 الضرب الرابع : Baroco

ويتكون من مقدمة كبرى كلية موجبة ومقدمة صغرى جزئية سالبة ، والنتيجة جزئية سالبة . ومثال على هذا الضرب :

كل منافق مضلل
بعض المادحين ليس مضللاً

∴ بعض المادحين ليس منافقاً

وصورة هذا الضرب بلغة دالات القضايا :

[ك] (هـ س ⊂ هـ ص)
[جـ] (هـ ط . ~ هـ ص)

∴ [جـ] (هـ ط . ~ هـ س)

وفى لغة حساب القضايا :

[(ق ⊂ ل) . (م . ~ ل)] ⊂ (م . ~ ق)

ويمكن البرهنة على صدق هذه الدالة صدقاً منطقياً بإعادة صياغتها فى صورة دالة قياس أثبتنا سلامتها كصيغة تحليلية ، وذلك باتباع الخطوات التالية[16] :

— نقوم بتبديل مواضع الحدود فى المقدمة الكبرى لتصبح الصيغة :

[(~ ل ⊂ ~ ق) . (م . ~ ل)] ⊂ (م . ~ ق)

— باستخدام مبدأ التعويض ، بحيث يحل (ل) محل (~ ل) ، ويحل (ق) بدلاً من (~ ق) نحصل على :

[(ل ⊂ ق) . (م . ل)] ⊂ (م . ق)

— إذا وضعنا (ق) محل (ل) بالتبادل ، حصلنا على الصيغة :

[(ق ⊂ ل) . (م . ق)] ⊂ (م . ل)

وهى نفس الصيغة التى أثبتنا صدقها وسلامتها للضرب الثالث من الشكل الأول .

ونعود لنثبت صدق وسلامة الصيغة الأصلية للضرب بالاستعانة بقائمة صدق :

(16) المرجع السابق ، ص : 83 .

و	⊂	ل	.	م	.	~ ل	⊂	م	.	~ و
ص	ص	ص	ك	ص	ك	ك	ص	ص	ك	ك
ص	ص	ص	ك	ك	ك	ك	ص	ك	ك	ك
ص	ك	ك	ك	ص	ص	ص	ص	ص	ك	ك
ص	ك	ك	ك	ك	ك	ص	ص	ك	ك	ك
ك	ص	ص	ك	ص	ك	ك	ص	ص	ص	ص
ك	ص	ص	ك	ك	ك	ك	ص	ك	ك	ص
ك	ص	ك	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص
ك	ص	ك	ك	ك	ك	ص	ص	ك	ك	ص
			×				√		×	

الصيغة الرمزية سليمة وصحيحة ، وهى كغيرها من الصور الرمزية لضروب الشكلين الأول والثانى تعد بمثابة صيغ تحليلية وقواعد للاستدلال . إذن لا تناقض حتى الآن بين قواعد المنطق الأرسطى والتقليدى من جهة وقواعد المنطق الحديث . وهذا ما سيكشف عنه النظر فى الشكلين القادمين .

ثالثاً : الشكل الثالث :

يتميز الشكل الثالث بوجود الحد الأوسط فيه موضوعاً فى المقدمتين . وعدد الضروب المنتجة لهذا الشكل ستة ضروب طبقاً للتصور الأرسطى جميعها قضايا جزئية . فهل يراها المنطق الحديث منتجة أيضاً ، سوف نتحقق من ذلك الآن :

3 - 1 الضرب الأول : Darapti

يتكون من مقدمتين كليتين موجبتين ، ونتيجة جزئية موجبة . قال المنطق التقليدى بجزئية النتيجة مخافة الوقوع فى مغبة استغراق حد فى النتيجة لم يكن مستغرقاً فى إحدى المقدمتين ، خاصة أن الحد المستغرق فى مقدمتين وهو

الموضوع هو نفسه الحد الأوسط الذى يرفع من النتيجة . مثال على الضرب الأول من الشكل الثالث :

كل المصريين يعشقون الحرية
كل المصريين كرماء

∴ بعض الكرماء يعشق الحرية

ومن وجهة نظر تقليدية ، فان ضرورة أن توضع نتيجة هذا القياس جزئية موجبة ، هى أنه — بالاضافة إلى قواعد الاستدلال القياسى — توجد فئات غير المصريين تعشق الحرية ، كما توجد فئات أخرى تتصف بالكرم ، وليس شرطاً أن يكون كل كريم عاشقاً للحرية أو العكس . لكن لأن المصريين قد جمعوا بين الوصفين ، وهم جزء من كل ، جاءت النتيجة جزئية .

تحمس « أرسطو » لتطبيق قواعد القياس على هذا الضرب مثل غيره من الضروب المنتجة فى رأيه ، إلا أن هذا الضرب اكتسب أهمية كبيرة لدى المناطقة المعاصرين ، حيث أن الأسباب التى دعت « أرسطو » للأخذ بقواعد معينة ليضمن صحة هذا الضرب ، هى نفس الأسباب التى أوقعته فى الخطأ وأفسدت قياسه فى نظر المناطقة المعاصرين .

لنضع الضرب السابق فى صيغة دالات قضايا :

[كـ] (هـ س ⊂ هـ ص)
[كـ] (هـ س ⊂ هـ ط)

∴ [جـ] (هـ ط . هـ ص)

وننقل الصيغة الأخيرة إلى رمزية حساب القضايا :

[(ق ⊂ م) . (ق ⊂ ل)] ⊂ (م . ل)

ونتساءل من منظور معاصر : كيف تستلزم دالتا لزوم — في المقدمتين — دالة وصل في النتيجة ؟ يعود السبب في ذلك إلى الأهمية الكبرى التي كان يسبغها « أرسطو » على القضية الكلية ، حيث كان يعتقد أنها تنطوي على تقرير وجودي لأفراد موضوعها ، بمعنى أن موضوع القضية الكلية الموجبة « كل إنسان فان » ينبغي أن يكون له أفراد في الواقع ، ولم يدر بخلده أن قضية كهذه تحوي علاقة بين محمولين لا أكثر .

لقد خطأ المنطق الرمزي « أرسطو » في هذا الاعتقاد ؛ فليس من الضروري أن تتضمن القضية الكلية تقريراً وجودياً ، بل تنطوي القضية الجزئية على هذا التقرير . وسبب فساد الضرب السابق هو الانتقال غير المشروع منطقياً من حالة لا نقرر فيها وجود شيء إلى تقرير هذا الوجود ؛ وكأن المنطق المعاصر يطالب « أرسطو » بأن يضع نتيجة كلية موجبة للقياس موضع الخلاف ، وهذا المطلب هو عين ما كان « أرسطو » والمنطق التقليدي يتحاشى الوقوع فيه .

وقد لاحظ المرحوم دكتور /عزمي إسلام أن العلامة « ابن تيمية » قد وجّه نقداً مشابهاً للمنطق الأرسطي في كتابه **الرد على المنطقين** ، حين ميز بين ما يوجد في الأذهان وما يوجد في الأعيان ، توجد الكليات في الأذهان وتشكل معرفة ذهنية غير واضحة إذا قورنت بتلك المعرفة الجليّة الواضحة الناشئة عما هو موجود في الواقع الخارجي من موجودات جزئية . والقياس عندما يستدل بالكل على أفراده يصبح استدلالاً متناقضاً ، إذ ينبغي علينا أن نستدل على صحة الكلي بناء على صحة الجزئي ، وليس العكس ، « فالاستدلال بالكليات على أفرادها استدلال بالخفيّ على الجليّ » أو « هو استدلال على الأجلى بما هو أخفى »[18] .

(17) عزمي إسلام : **دراسات في المنطق** ، ص 44 : 46 .

(18) ابن تيميه : **الرد على المنطقين** ، ص 135 نقلا عن المرجع السابق ص : 46 .

لنتحقق إذن من فساد الضرب السابق كاستدلال من خلال قائمة صدق :

ق	⊂	ل	.	ق	⊂	م	⊂	م	.	ل
ص	ص	ص	ص		ص	ص	ص		ص	
ص	ص	ص	ك		ك	ك	ص		ك	
ص	ك	ك	ك		ص	ص	ص		ك	
ص	ك	ك	ك		ك	ك	ص		ك	
ك	ص	ص	ص		ص	ص	ص		ص	
ك	ص	ص	ص		ص	ك	ك		ك	
ك	ص	ك	ص		ص	ص	ك		ك	
ك	ص	ك	ص		ص	ك	ك		ك	
			×				√		×	

نلاحظ أن قيم الصدق فى الصفوف الثلاثة الأخيرة تحت ثابت اللزوم قد جاءت كاذبة ، ومن ثم فالدالة المعبرة عن الضرب الأول من الشكل الثالث دالة تركيبية ، ومن ثم فالقياس فاسد .

ويقدم المناطقة المعاصرون حلاً — يحمل وجهة نظرهم — للمشكلة التى يثيرها هذا الضرب ، يتمثل فى اضافة ثابت الوصل إلى المقدمات ، بمعنى اضافة قضية جزئية تفيد وجود أعضاء للقضية (ق) مما يتيح لنا — أو بالأحرى يبرر — إستنتاج قضية جزئية ، ويضمن بالتالى صحة الاستدلال . وتأخذ الصيغة الجديدة للاستدلال الصورة التالية :

{ [(ق ⊂ ل) . (ق ⊂ م)] . ق } ⊂ (م . ل)

ويمكن التحقق من صحة هذه الصيغة باجراء العمليات المنطقية الموجودة فى الصورة السابقة مع إضافة إجراء جديد ، هو استخراج علاقة الوصل بين الوصل الأول و (ق) :

ق ⊂ ل	.	ق ⊂ م	.	ق	⊂	م . ل
ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص
ص	ك	ك	ك	ص	ص	ك
ك	ك	ص	ك	ص	ص	ك
ك	ك	ك	ك	ص	ص	ك
ص	ص	ص	ك	ك	ص	ص
ص	ص	ص	ك	ك	ص	ك
ص	ص	ص	ك	ك	ص	ك
ص	ص	ص	ك	ك	ص	ك
			×		√	×

جاءت قيم الصدق تحت ثابت اللزوم الثالث ــ الثابت الرئيسى ــ كلها صادقة مما يشير إلى أن الصيغة الحالية صيغة تحليلية .

3 - 2 الضرب الثانى : Disamis

يتكون من مقدمة كبرى جزئية موجبة ، ومقدمة صغرى كلية موجبة ، والنتيجة قضية جزئية موجبة . مثال على هذا الضرب :

بعض الانسان جسم
كل إنسان حيوان

∴ بعض الحيوان جسم

وصورته الرمزية بدالات القضايا :

[جـ] (هـ س . هـ ص)
[كـ] (هـ س ⊂ هـ ط)

∴ [جـ] (هـ ط . هـ ص)

وننقله إلى رمزية حساب القضايا :

[(ق . ل) . (ق ⊃ م)] ⊃ (م . ل)

ويمكن البرهنة على هذه الدالة بردها إلى دالة ثبت صدقها :

ـــ نغير مواضع المقدمتين بالتبادل فتصبح الصيغة السابقة :

[(ق ⊃ م) . (ق . ل)] ⊃ (م . ل)

ـــ نقترح أن تحل (ل) محل (م) والعكس فى المقدمتين فينتج :

[(ق ⊃ ل) . (ق . م)] ⊃ (م . ل)

والصيغة الأخيرة التى توصلنا إليها بطريق استنباطى هى عين الصورة الرمزية للضرب الثالث من الشكل الأول ، والتى سبق اثبات صحتها .

ونعود إلى الصيغة الرمزية للضرب كما تنقلها لنا لغة حساب القضايا لنبرهن على صدقها بقائمة صدق ، لنجد أن جميع قيم الصدق الواردة تحت ثابت اللزوم الرئيسى فى الصيغة صادقة ؛ فالاستدلال صحيح .

ق . ل	.	ق ⊃ م	⊃	م . ل
ص	ص	ص	ص	ص
ص	ك	ك	ص	ك
ك	ك	ص	ص	ك
ك	ك	ك	ص	ك
ك	ك	ص	ص	ص
ك	ك	ص	ص	ك
ك	ك	ص	ص	ك
ك	ك	ص	ص	ك
	×		√	×

3 - 3 الضرب الثالث : Datisi

يتكون هذا الضرب من قضية كلية موجبة كمقدمة كبرى ، وقضية جزئية موجبة كمقدمة صغرى ، أما النتيجة فتأتى جزئية موجبة .

كل إنسان حيوان

بعض الانسان جسم

∴ بعض ماهو جسم حيوان

ونصوغه بلغة دالات القضايا :

[ك] (هـ س ⊂ هـ ص)

[جـ] (هـ س . هـ ط)

∴ [جـ] (هـ ط . هـ ص)

وننقل الضرب إلى لغة حساب القضايا :

[(ق ⊂ ل) . (ق . م)] ⊂ (م . ل)

ويمكن رد هذه الصيغة إلى صيغة الضرب الثالث من الشكل الأول ، وذلك إذا أجرينا عكساً مستوياً للمقدمة الثانية ، فنحصل على الضرب Darii الذى سبق اثبات صحته :

[(ق ⊂ ل) . (م . ق)] ⊂ (م . ل)

أما اثبات صحة دالة هذا الضرب Datisi بقائمة صدق ، فها هو :

ق	⊂	ل	.	ق	.	م	⊂	م	.	ل
	ص		ص		ص		ص		ص	
	ص		ك		ك		ص		ك	
	ك		ك		ص		ص		ك	
	ك		ك		ك		ص		ك	
	ص		ك		ك		ص		ص	
	ص		ك		ك		ص		ك	
	ص		ك		ك		ص		ك	
	ص		ك		ك		ص		ك	

الاستدلال صحيح ، وصورته الرمزية دالة تحليلية . وان قارنا قائمة الصدق هذه بقائمة الصدق الخاصة بالضرب Darii وجدنا أن قيم الصدق تحت كافة الاجراءات التى قمنا بها فى القائمتين [⊂ ، . ، . ، ⊂ ، .] جاءت متطابقة .

3 - 4 الضرب الرابع : Felapton

يتكون من مقدمة كبرى قضية كلية سالبة ، ومقدمة صغرى قضية كلية موجبة ، وتأتى النتيجة قضية جزئية سالبة ، تأسياً بنفس القواعد الخاصة بالضرب الأول من هذا الشكل .

لا واحد من المرضى يصوم
كل المرضى يتألمون

∴ بعض المتألمين لا يصومون

ونصوغ القياس السابق فى لغة حساب دالات القضايا :

[ك] (هـ س ⊂ ~ هـ ص)
[ك] (هـ س ⊂ هـ ط)

∴ [جـ] (هـ ط . ~ هـ ص)

أما صورتها الرمزية فى حساب القضايا فهى :

[(ق ⊃ ~ ل) . (ق ⊃ م)] ⊃ (م . ~ ل)

ولما كانت المقدمات كلية والنتيجة جزئية وبينهما علاقة لزوم فلا تتوقع صدق الدالة ، وانما تكذب فى بعض الحالات كما كان الحال بالنسبة للضرب Darapti .

ق ⊃ ~ ل	.	ق ⊃ م	⊃	م . ~ ل
ك	ك	ص	ص	ك
ك	ك	ك	ص	ك
ص	ص	ص	ص	ص
ص	ك	ك	ص	ك
ص	ص	ص	ك	ك
ص	ص	ص	ك	ك
ص	ص	ص	ص	ص
ص	ص	ص	ك	ك

تكذب قيم الصدق فى ثلاث حالات ، ومن ثم فهى دالة تركيبية غير تحليلية ، ويقترح المنطق المعاصر ــ ما سبق أن اقترحه بصدد الضرب Darapti ــ اضافة مقدمة جزئية وجودية للمقدمات على أن تكون موجبة ، لتصبح الدالة فى صورتها الرمزية الجديدة :

{[(ق ⊃ ~ ل) . (ق ⊃ م)] . ق } ⊃ (م . ~ ل) .

وهى دالة صادقة تماماً ومن ثم فهى صيغة تحليلية ، ويكفى للتأكد من صحتها أن يحل (لُ) محل (~ ل) حتى تصبح الصيغة الناتجة هى عين الصيغة Darapti بعد تعديلها والتى برهنا على صحتها .

3 - 5 الضرب الخامس : Bocardo

ويتكون من مقدمة كبرى قضية جزئية سالبة ، ومقدمة كبرى قضية كلية موجبة ، أما النتيجة فقضية جزئية سالبة . واستنتاج نتيجة (قضية جزئية) من مقدمتين احداهما جزئية (أى وجودية) يوحى بصحة هذا الضرب كاستدلال .

بعض العلماء ليسوا مؤمنين
كل العلماء يخلصون فى عملهم

∴ بعض المخلصين فى عملهم ليسوا مؤمنين

[جـ] (هـ س . ~ هـ ص)
[كـ] (هـ س ⊂ هـ ط)

∴ [جـ] (هـ ط . ~ هـ ص)

[(ق . ~ ل) . (ق ⊂ م)] ⊂ (م . ~ ل)

والصيغة صحيحة ، ويثبت ذلك بقائمة الصدق :

ق . ~ ل	.	ق ⊂ م	⊂	م . ~ ـ
ك	ك	ص	ص	ص
ك	ك	ك	ص	ك
ص	ص	ص	ص	ص
ص	ك	ك	ص	ك
ك	ك	ص	ص	ك
ك	ك	ص	ص	ك
ك	ك	ص	ص	ص
ك	ك	ص	ص	ك
	×		√	×

القياس صحيح ، ويمكن أن نستدل إستنباطياً على صحته بعدة خطوات :

- استبدال (ل) بـ (~ ل) .
- ثم يحل (ل) محل (م) والعكس .
- تبادل مواضع المقدمتين .
- تبادل مواضع متغيرات المقدمة الثانية فينتج لنا الصورة الرمزية للضرب : Darii

[(ق ⊂ ل) . (م . ق)] ⊂ (م . ل)

3 - 6 الضرب السادس : Ferison

ويتكون من قضية كلية سالبة كمقدمة كبرى ، وقضية جزئية موجبة كمقدمة صغرى ، والنتيجة جزئية سالبة .

لا مشرقي عدواني
بعض المشرقين علماء

∴ بعض العلماء ليس عدوانياً

[كـ] (هـ س ⊂ ~ هـ ص)
[جـ] (هـ س . هـ ط)

∴ [جـ] (هـ ط . ~ هـ ص)

[(ق ⊂ ~ ل) . (ق . م)] ⊂ (م . ~ ل)

وهذه صيغة استدلالية صحيحة . ويثبت ذلك استخدام قائمة صدق

ق ⊂ ~ ل	.	ق . م	⊂	م . ~ ل
ك	ك	ص	ص	ك
ك	ك	ك	ص	ك
ص	ص	ص	ص	ص
ص	ك	ك	ص	ك
ص	ك	ك	ص	ك
ص	ك	ك	ص	ك
ص	ك	ك	ص	ص
ص	ك	ك	ص	ك
	×		√	×

رابعاً : الشكل الرابع :

يأتى الحد الأوسط فى الشكل الرابع محمولاً فى المقدمة الكبرى ، وموضوعاً فى المقدمة الصغرى ، عكس موضعه فى الشكل الأول . وكانت ضروب هذا الشكل المنتجة تبلغ فى نظر المنطق القديم خمسة ضروب ، فهل مازالت تعد ضروباً صحيحة من وجهة نظر المنطق الحديث ؟ هذا هو موضوع بحثنا .

4 - 1 الضرب الأول : Bramantip

ويتكون من مقدمتين كليتين موجبتين ، ونتيجة جزئية موجبة . مثله فى ذلك مثل الضرب الأول من الشكل الثالث وان اختلف موضع الحد الأوسط بينهما .

كل المخطوطات نادرة
كل نادر يبحث عنه العلماء

∴ بعض مايبحث عنه العلماء المخطوطات

وصورة هذا القياس برمزية دالات القضايا :

[كـ] (هـ س ⊂ هـ ص)
[كـ] (هـ ص ⊂ هـ ط)

∴ [جـ] (هـ ط . هـ س)

ورغم أن النتيجة هنا تتسق منطقياً وواقعياً مع ما سبقها من مقدمات ـ من منظور تقليدى ـــ إلا أنها تخالف قواعد المنطق الرمزى باستنتاج قضايا ذات مدلول وجودى لأفراد موضوعها من قضايا فارغة هى القضايا الكلية . ومن فإن ما سبق أن انطبق على الضرب الأول من الشكل الثالث ينطبق على هـ الضرب ؛ من ناحية تحديد الخطأ وأسباب الوقوع فيه وسبل اصلاحه اصلا- منطقياً . ونصوغ الاستدلال السابق فى صورة رمزية بلغة حساب القضايا

[(ق ⊂ ل) . (ل ⊂ م)] ⊂ (م . ق)

وتلك صيغة دالة تركيبية تصدق فى بعض الحالات وتكذب فى حالات أخرى . ونتأكد من ذلك ان أقمنا قائمة صدق ، حيث نجد أن قيم الصد تحت ثابت اللزوم الثالث هى : [ص ، ص ، ص ، ص ، ك ، ص ، ك ك] . وسبيل اصلاح صيغة هذا الاستدلال هو اضافة قضية وجود للمقدمات : [جـ] (هـ س) تشير إلى فئة موجودة بالفعل وليست فارغة نستبدل (ق) بها ، لتصبح الصيغة :

{ [(ق ⊂ ل) . (ل ⊂ م)] . ق } ⊂ (م . ق)

ونتأكد من صحتها كاستدلال بقائمة صدق :

ق	⊂	ل	.	ل	⊂	م	.	ق	⊂	م	.	ق
	ص		ص		ص		ص		ص		ص	
	ص		ك		ك		ك		ص		ك	
	ك		ك		ص		ك		ص		ص	
	ك		ك		ص		ك		ص		ك	
	ص		ص		ص		ك		ص		ك	
	ص		ك		ك		ك		ص		ك	
	ص		ص		ص		ك		ص		ك	
	ص		ض		ص		ك		ص		ك	
							×				×	

جاء الاستدلال سليماً ، وتحققت سلامته منذ اللحظة التى جاءت فيها جميع قيم صدق ثابت الوصل ــ الذى يربط المقدمات ــ السابق للقضية الوجودية (ق) كاذبة ، باستثناء الصف الأفقى الأول الذى تأتى جميع قيم صدقه صادقة . وذلك على أساس أن القياس قضية لزوم نحرص فيها على ألا يكون المقدم صادقاً والتالى كاذباً .

4 - 2 الضرب الثانى : Camenes

يتكون من مقدمة كبرى قضية كلية موجبة ، ومقدمة صغرى قضية كلية سالبة ، ونتيجة قضية كلية سالبة . وقد يتوقع القارىء أن تأتى النتيجة قضية جزئية سالبة أسوة بما حدث فى الضرب السابق ، إلا أن ذلك سيتحقق فى ضرب تالٍ تشغل فيه قضية كلية سالبة موقع المقدمة الكبرى .

كل سكان كوكب المشترى أحرار
لا واحد من الأحرار يقطن كوكب الأرض

∴ لا واحد ممن يقطنون الأرض من سكان المشترى

كـ] (هـ س ⊂ هـ ص)
[كـ] (هـ ص ⊂ ~ هـ ط)

∴ [كـ] (هـ ط ⊂ ~ هـ س)

ونصوغ نفس الضرب فى صورة رمزية لنظرية حساب القضايا :

[(ق ⊂ ل) . (ل ⊂ ~ م)] ⊂ (م ⊂ ~ ق)

ويثبت التحقق من هذه الصيغة أنها صيغة صادقة صدقاً منطقياً سواء بطريقة استنباطية أو باستخدام قائمة صدق .

4 - 3 الضرب الثالث : Dimaris

ويتكون من مقدمة كبرى قضية جزئية موجبة ، ومقدمة صغرى قضية كلية موجبة ، والنتيجة قضية جزئية موجبة . ومثالنا عليه :

بعض الطلاب   حاضرون
كل الحاضرين   سعداء

∴ بعض السعداء طلاب

ويأخذ هذا المثال الصورة الرمزية فى حساب دالات القضايا :

[جـ] (هـ س . هـ ص)
[كـ] (هـ ص ⊂ هـ ط)

∴ [جـ] (هـ ط . هـ س)

ويأخذ صورة رمزية أخرى فى لغة حساب القضايا :

[(ق . ل) . (ل ⊂ م)] ⊂ (م . ق)

وهى صيغة سليمة من الناحية المنطقية :

ق	.	ل	.	ل	⊂	م	⊂	م	.	ق
	ص		ص		ص		ص		ص	
	ص		ك		ك		ص		ك	
	ك		ك		ص		ص		ص	
	ك		ك		ص		ص		ك	
	ك		ك		ص		ص		ك	
	ك		ك		ك		ص		ك	
	ك		ك		ص		ص		ك	
	ك		ك		ص		ص		ك	
			×				√		×	

4 - 4 الضرب الرابع : Fesapo

ويتكون من قضية كلية سالبة كمقدمة كبرى ، وقضية كلية موجبة كمقدمة صغرى ، ونتيجته قضية جزئية سالبة :

لا عزيز النفس ذليل

كل ذليل مهين

∴ بعض المهين ليس عزيز النفس

لم تأت النتيجة قضية كلية سالبة « لا مهين عزيز النفس » ، لأن ذلك يؤدى بنا — حسب قواعد المنطق الصورى القديم — إلى استغراق الحد « مهين » وهو لم يكن مستغرقاً فى المقدمة الصغرى التى جاء محمولاً بها وهى قضية كلية موجبة لا تستغرق محمولها . أما من وجهة نظر المنطق الصورى الحديث ، فلم يفد كل هذا التحوط من الوقوع فى الخطأ ، وهو استنتاج قضية وجودية من مقدمات كلية فارغة . أما صيغة القياس السابق بلغة دالات القضايا فهى :

[ك] (هـ س ⊂ ~ هـ ص)
[ك] (هـ ص ⊂ هـ ط)

∴ [جـ] (هـ ط . ~ هـ س)

وبلغة حساب القضايا :

[(ن ⊂ ~ ل) . (ل ⊂ م)] ⊂ (م . ~ ن)

وتثبت قائمة الصدق أن هذه الصيغة ليست صحيحة ، حيث ترد بعض قيم الصدق كاذبة تحت ثابت اللزوم الرئيسى . وسبيل اصلاح هذه الصيغة — وكل قياس من هذا النوع — هو اجراء تعديل على نوع الاجراءات المنطقية التى تربط بين المقدمات ، وتؤلف المقدم فى قضية لزومية ، أعنى اضافة أو عطف قضية وجودية على المقدمات هى [جـ] (هـ س) أو (ن) . لتصبح صيغة الاستدلال :

{ [(ن ⊂ ~ ل) . (ل ⊂ م)] . ن } ⊂ (م . ~ ن)

وهى صيغة صحيحة تشير إلى سلامة الاستدلال فى صورته الجديدة .

4 - 5 الضرب الخامس : Fresion

ويتكون هذا الضرب من قضية كلية سالبة كمقدمة كبرى وقضية جزئية موجبة كمقدمة صغرى ، ثم النتيجة قضية جزئية سالبة :

لا مُصْلح مطمئن
بعض المطمئنين مؤمنون

∴ بعض المؤمنين ليس مصلحاً

[ك] (هـ س ⊂ ~ هـ ص)
[جـ] (هـ ص . هـ ط)

∴ [جـ] (هـ ط . ~ هـ س)

[(ق ⊂ ~ ل) . (ل . م)] ⊂ (م . ~ ق)

ولنتأكد من سلامة هذا الضرب :

ق ⊂ ~ ل	. ل	. م	⊂	م . ~ ق
ك	ك	ص	ص	ك
ك	ك	ك	ص	ك
ص	ك	ك	ص	ك
ص	ك	ك	ص	ك
ص	ص	ص	ص	ص
ص	ك	ك	ص	ك
ص	ك	ك	ص	ص
ص	ك	ك	ص	ك
	×		√	×

إذن الصيغة تحليلية والقياس سليم .

لاحظنا فى استعراض ضروب الأشكال الأربعة أنه لا تناقض بين شقى المنطق الصورى [القديم والحديث] إلا فى حالة استنتاج قضايا ذات سور وجودى تقرر واقعاً لأفراد موضوعها ــ فرد واحد على الأقل ــ من قضايا كلية فارغة تفتقر موضوعاتها إلى هذا الوجود .

خامساً : أقيسة ذات مقدمة شخصية :

قلنا فى موضع سابق أن القضية الشخصية هى القضية الحملية بالمعنى الدقيق . وتورد الكتب المنطقية المتخصصة أربعة ضروب لأقيسة تأتى المقدمات الكبرى فيها كلية [موجبة أو سالبة] بينما المقدمة الصغرى فيها قضية شخصية ، ومن ثم فالنتيجة هى الأخرى قضية شخصية . لنعرض الآن لهذه الضروب التى تحمل أسماء لاتينية من الشكل الأول والثانى .

5 - 1 الضرب الأول : **Barbara**

كل الزعماء مناضلون
عبد الناصر زعيم

∴ عبد الناصر مناضل

وصورة هذا الضرب فى حساب دالات القضايا :

{ [كـ] (هـ س ⊂ هـ ص) . (و س) } ⊂ (و ص)

وصيغته فى حساب القضايا :

[(ق ⊂ ل) . ق] ⊂ ل

ولنبرهن على صدق وصحة هذه الدالة :

ق	⊂	ل	.	ق	⊂	ل
	ص		ص	ص	ص	ص
	ك		ك	ص	ص	ك
	ص		ك	ك	ص	ص
	ص		ك	ك	ص	ك
			×		√	×

5 - 2 الضرب الثانى : **Celarent**

لا واحد من المجاهدين خائن
عمر المختار أحد المجاهدين

∴ عمر المختار ليس خائناً

وصورة هذا القياس الرمزية :

{ [ك] (هـ س ⊂ ~ هـ ص) . (و س) } ⊂ ~ و ص

وفى حساب القضايا :

[(ق ⊂ ~ ل) . ق] ⊂ ~ ل

ويمكن البرهنة أيضاً على صدق هذه الدالة القياسية :

ق ⊂ ~ ل	.	ق	⊂	~ ل
ك	ك	ص	ص	ك
ص	ص	ص	ص	ص
ص	ك	ك	ص	ك
ص	ك	ك	ص	ص
	×		√	×

5 - 3 الضرب الثالث : **Cesare**

لا واحد من أهل الجنة يَصْلَى النار
أبو لهب يَصْلَى النار

∴ أبو لهب ليس من أهل الجنة

وصورة هذا القياس فى لغة دالات القضايا :

{ [ك] (هـ ص ⊂ ~ هـ س) . (و س) } ⊂ ~ و ص

ونصوغه فى حساب القضايا هكذا :

[(ل ⊂ ~ ق) . ق] ⊂ ~ ل

وتثبت قائمة الصدق أن هذا القياس صيغة تحليلية أيضاً :

ل ⊂ ~ ن	.	ن	⊂	~ ل
ك	ك	ص	ص	ك
ص	ص	ص	ص	ص
ص	ك	ك	ص	ك
ص	ك	ك	ص	ص
	×		√	×

3 - 5 ــ الضرب الرابع : Camestres

كل الشهداء في الجنة
«كاهانا» لن يدخل الجنة

∴ «كاهانا» ليس شهيداً

وصورة هذا الضرب بدالات القضايا :

{ [ك] (هـ ص ⊂ هـ س) . ~ و س } ⊂ ~ و ص

وصورته بحساب القضايا :

[(ل ⊂ ن) . ~ ن] ⊂ ~ ل

وهي صيغة تحليلية أيضاً :

ل ⊂ ن	.	~ ن	⊂	~ ل
ص	ك	ك	ص	ك
ص	ك	ك	ص	ص
ك	ك	ص	ص	ك
ص	ص	ص	ص	ص
	×		√	×

خاتمـــة :

آثرنا أن نسير غور بعض مباحث المنطق الصورى القديم أرسطياً وتقليدياً ، مسلحين بأدوات بحث جديدة وضعها المناطقة المحدثون . وكان الهدف بيان الشوط الذى قطعه المنطق الصورى الحديث فى تحقيق درجة أعلى من الصورية والبساطة والقدرة على الاشتقاق . ولا شك أن ما تكشف لنا عند عرض نظريتى حساب القضايا وحساب دالات القضايا يشير إلى مدى ما أحرزه المناطقة من تقدم فيما يتعلق بالحساب التحليلى على الأقل ، فليس ما نقدمه هنا هو جماع مباحث المنطق الصورى الحديث وإنما نعنى بجانب منه ، يتعلق بمحاولة استعراض جوانب من الحساب التحليلى للنظريات .

الفصل التاسع
نظرية حساب الفئات

الفصل التاسع

نظرية حساب الفئات

مقدمــة :

نظرية حساب الفئات Calculus of Classes هى ثالث نظريات المنطق الرمزى التى نعرضها فى هذا البحث المنطقى . وتمتد جذور هذه النظرية فى رأى بعض المناطقة إلى نظرية القياس فى المنطق التقليدى(1) ، إلا أن أول من حاول صياغتها كنظرية هو « جورج بول G. Boole » [1815 - 1864] ، وان عبَّرت محاولته عن رغبة فى اقامة المنطق على أسس رياضية ، بحيث ينتمى المنطق إلى علم الجبر على وجه الخصوص(2) . وقد عرض « بول » نظريته فى كتابيه الشهيرين : **التحليل الرياضى للمنطق** [1847] ، **قوانين الفكر** [1954](3) .

وقد أسهم فى تطوير مهمة « بول » مجموعة من المناطقة مثل : « جيفونز » و « بيرس » و « شرويدر » و « هنتنجتن » ، وذلك بتصحيح بعض القواعد التى اقترحها مع إضافة ثوابت جديدة ، وان كانت تصورات هؤلاء جميعاً تدور حول اقامة النظرية على نموذج جبرى ، وفى مقابل هؤلاء تشكل جانب منطقى خالص يمثله « فريجه » و « بيانو » ، رأى أصحابه أن المنطق هو الأساس الذى تشتق منه التصورات الرياضية . وجاء « رسل » ليفيد من الجانبين وان كان يميل إلى الدفع بالاتجاه اللوجستيقى إلى أبعد مدى ممكن(4) .

يمكن أن نعرّف فئة ما Class ولتكن [أ] بأنها « مجموع الموضوعات أو الأشياء التى لها خاصة معينة هى [أ] » ، وهذا تعريف شديد العمومية أشار

(1) Reichenbach, H., **Elements of Symbolic Logic**, P. 200.

(2) Kneale, W. & M., **The Development of Logic**, PP. 404 - 5.

(3) **The Mathematical Analysis of Logic.**

An Investigation of the Laws of thought on which are founded the Mathematical Theories of Logic and Probabilities.

(4) محمود زيدان : المنطق الرمزى ، ص 247 - 249 .

فى بدايته إلى « مجموع » وأشار فى نهايته إلى « خاصة » أو صفة تجمع أعضاء الفئة ، مما يعنى أن هناك تعريفين للفئة ؛ تعريف ماصدقى وتعريف مفهومى . التعريف الماصدقى للفئة : « تتألف الفئة من كل الحدود التى تعوّض فى دالة قضية ، بحيث تحدّد كل دالة قضية فئة ما »[5] . ويُقصد بذلك أن بكل دالة متغيرات argument ، ان وضعنا محلها قيماً صادقة جاءت الدالة صادقة ، أما ان وضعنا قيماً غير ملائمة فان الدالة تصبح كاذبة . مثال ذلك إن قلنا : « هـ رئيس جمهورية فى القرن العشرين » ، وعوضنا عن المتغير [هـ] بقيم من نوع : « شارل ديجول » و « جمال عبد الناصر » و « جوزيف تيتو » كانت الدالة صادقة ، أما ان عوضنا بقيم أخرى مثل : « نابليون » ، « جان جاك روسو » و « أفلاطون » تصبح الدالة والقضية الناتجة عنها كاذبتين . وتنشأ علاقة تكافؤ صورى بين دالتين لفئتين لهما نفس الأعضاء ، كذلك فإن الدالتين المتكافئتان من الناحية الصورية ــ تصدق احداهما ان صدقت الأخرى ــ يشيران إلى نفس الفئة[6] .

أما التعريف المفهومى للفئة فيركز على الخاصة أو الخواص التى يشترك فيها جميع أفراد مجموعة ما ، لكن بحيث لا يؤدى بنا هذا القول إلى تصور الفئة رمزاً له وجوده المستقل ؛ فقد أدخل « هوايتهد » و « رسل » الفئات إلى نسقهم المنطقى بوصفها رموزاً ناقصة فقط ، ليست قائمة بذاتها ، وانما تكتسب معنى عندما يحتويها سياق أو قضية . ومن ثم فالفئات هى بمثابة « مواضعات رمزية أو لغوية لا تتمتع بتلك الواقعية الأصيلة التى يتمتع بها أعضاء نفس الفئة حالة كونهم أفراداً »[7] . ويعنى ذلك أن الفئة تكتسب وجودها من الأعضاء المنتمين لها ، حتى ولو كان هناك عضو واحد ، أما ان كانت فئة بلا أعضاء على الاطلاق فهى فئة فارغة Null Class أو بالأحرى فئة لا وجود لها .

ورغم أن كلمة « فئة » Class لم يستخدمها المنطق التقليدى ، إلا أن نفس معناها كان متضمناً فيما أسماه المنطق التقليدى بالحدود « Terms » ، لكن علينا أن نلاحظ تمييزاً هاماً قامت نظرية الفئات لبيانه ، وهو أن الحدود التى تشير إلى

(5) **Principia**, P. 187.

(6) Ibid., See also : **Dictionary of Philosophy**, item, Class, P. 56.

(7) **Principia**, P. 72.

أسماء أعلام ليست فئات ، وبالتالى فها هنا حدود فى القضية الحملية تشير إلى فئات وهناك حدود تشير إلى أفراد ، ولا يمكن أن تكون الحدود هنا وهناك من نوع واحد . وسوف يتضح هذا الأمر جلياً عند وضع المصطلح الرمزى .

أولاً ــ المصطلح الرمزى :

تستخدم نظرية حساب الفئات مجموعة من الرموز كثوابت ومتغيرات ، ويلاحظ أن بعض هذه الرموز يخصها وحدها ، ويعود البعض الآخر ــ ثوابت بالذات ــ إلى نظرية حساب القضايا ، كما تعود بعض المتغيرات إلى نظرية حساب دالات القضايا . وإذا كانت الثوابت بوصفها اجراءات منطقية ثابتة لا تتغير بين منطقى وآخر ، فإن المتغيرات ليست موضع اتفاق تام بين المناطقة وإن كانت تؤدى نفس الدور لدى كل منهم[8] . نعرض لمفردات المصطلح الرمزى لنظرية حساب الفئات فيما يلى :

1 ــ أعضاء الفئة :

يرمز للأعضاء بالحروف X ، Y ، Z ، ونرمز لها فى العربية بالحروف هـ ، و ، ى . وهى نفس الحروف ومقابلها كما وردت فى نظرية دالات القضايا .

2 ــ رموز الفئات :

تعددت تلك الرموز بتعدد الكتب الهامة فى المنطق ، فهناك من يستخدم الحروف اليونانية Φ ، Ψ ، K ، وهناك من يستخدم الحروف الحديثة F ، G ، H أو A ، B ، C . سنرمز نحن للفئات بالحروف الأبجدية ا ، ب ، ج[9] .

(8) قارن :

- Strawson, P. F., **Introduction to Logical Theory**, Ch. 4.
- Reichenbach, Op. Cit., Ch. V.
- Copi, I. M., **Symbolic Logic**, Ch. 7.
- Quine, W. O., **Methods of Logic**, PP. IV, 38.

(9) نستخدم الحرف (ج) هنا بهذا الشكل تمييزاً له عن نفس الحرف الذى نستخدمه كسور للقضية الوجودية ويأخذ الشكل [جـ] .

3 ــ عضوية الفرد فى فئة :

يستخدم فى الاشارة إليها الحرف الخامس من حروف الهجاء اليونانى (ϵ) اختصاراً للكلمة اليونانية ($\epsilon\sigma\tau\iota$) وتعنى الرابطة is . فإن أردنا التعبير عن انتاء العضو (هـ) إلى الفئة (أ) ، أى (X) إلى الفئة (A) ، فإننا نكتب الصيغة :

(هـ ϵ أ) أى ($X \epsilon A$)

ونقرؤها :

(هـ عضو فى الفئة أ) أى (X epsilon A)[10]

وهذا المعنى مشتق من الرياضيات ، وأول من استخدمه « بيانو » ، ونجده مستخدماً بوضوح فى نظرية المجموعات Sets . أما نفى القضية السابقة فنرمز له بالرمز $\notin$ ونستخدمه فى التعبير عن قضية من نوع (هـ لا ينتمى إلى أ) أو (هـ $\notin$ أ)[11] .

4 ــ الفئة الشاملة : Universal Class

هى فئة تتسع لكل الفئات التى يمكن أن تندرج تحتها . انها فئة تحتوى على كل الأشياء أو الحوادث موضع الحديث . وكان الجهاز الرمزى لجورج بول يرمز لهذه الفئة بالرمز [U] أو الواحد الصحيح [1] سنرمز لها نحن بالرمز [V] متابعين فى ذلك حساب برنكيبيا .

5 ــ الفئة الفارغة : Null Class

هى فئة ليس لأفرادها وجود ، أى ليس لها أمثلة جزئية موجودة بالفعل ، كفئة الدائرة المربعة ، الحصان المجنح ... انها فئة بلا أعضاء ، ويشار إليها بالرمز Λ أو الرمز ϕ .

(10) Reichenbach, Op. Cit., P. 192.

(11) Green, J. A. Sets and Groups, P. 1 & Greenstein. **Dictionary of Logical Terms and Symbols**, P. 12.

6 ــ احتواء فئة فى فئة : Class inclusion

هو أشمل من عضوية الفرد فى فئة ، ويُرمز له بالرمز ⊂ حسب الأسلوب الأوروبى فى الكتابة ، وسنعكس وضع هذا الرمز عند كتابته فى أسلوب عربى بحيث يصبح ⊃ . نعبر عن احتواء الفئة (ا) فى الفئة (ب) بالصيغة :

ا ⊃ ب

7 ــ وجود الفئة :

يقال عن فئة أنها موجودة إذا كان هناك عضو واحد على الأقل ينتمى إلى تلك الفئة ، فنرمز إلى قولنا « ا موجود » بالصيغة : (∃ ! a) وبالعربية : (جـ ! ا)[12] .

8 ــ رموز منطقية للسلب والضرب والجمع والمساواة :

هناك مجموعة من العمليات المنطقية التى تستخدم فى نظريتى حساب القضايا وحساب الفئات ، وتؤدى رموز هذه العمليات نفس الدور فى النظريتين إذا كنا نبحث فى عضوية فرد فى فئة . أما ان تناولنا علاقة فئة بفئة فإن نظرية حساب الفئات تستخدم رموزاً جديدة خاصة بها ومن هذه الرموز :

8-1 رمز السلب :

(ــــ) ويقصد به أن يكون تتمة للفئة أو إكمالاً لها ، بحيث تكوّن الفئة ونقيضها أو تتمتها الفئة الشاملة . وسلب فئة يشير إلى فئة تجعل الصيغة (هـ ∈ ا) قضية كاذبة ، فإن أردنا أن نسلب القضية السابقة قلنا : (هـ ∈ – ا) أو (هـ ـــ ∈ ا) .

8-2 الضرب المنطقى :

ورمزنا له قبل ذلك بـ : واو العطف ، (٠) ، (X) ونرمز له هنا بالرمز.

(12) Principia, P. 29.

∩ الذى يشير إلى الضرب المنطقى بين فئتين[13] . وناتج هذا الضرب هى فئة تتألف من أعضاء الفئتين معاً . فإن قلنا (هـ ∈ ا) و (هـ ∈ ب) فإن ذلك يعنى (ا ∩ ب) .

8 - 3 الجمع المنطقى :

ويقابل رمز الفصل (V) فى نظرية حساب القضايا ، وترمز له نظرية حساب الفئات بالرمز U . والجمع المنطقى بين فئتين هو فئة من هم أعضاء فى فئة (ا) أو فى فئة أخرى (ب) أو فيهما معاً ، ونعبر عن ذلك بالصيغة (ا U ب) .

8 - 4 المساواة :

ورمزها علامة (=) ، وتربط بين فئتين لهما نفس الأعضاء ، وتشبه فكرة التكافؤ (≡) فى حساب القضايا ، إلا أن التساوى ينشأ كعلاقة بين الفئات ، بينما ينشأ التكافؤ بين أعضاء فى فئات . وهناك أيضاً علامة عدم المساواة ≠ كمقابل لعلامة المساواة .

ثانياً : العمليات المنطقية لحساب الفئات :

يمكن إجراء نفس العمليات المنطقية لحساب القضايا فى حساب الفئات ، ورغم أن لكل منهما ثوابته المنطقية التى تشير إلى تلك العمليات إلا أن لكل ثابت نفس الدلالة المنطقية فى النظريتين . لنعرض لنماذج من هذه العمليات :

ا ـــ السلب : Negation

يمكن أن يستخدم السلب فى تعريف التمام (– ا) للفئة (ا) ، أو الفئة السالبة ، بمعنى أن سلب الفئة (ا) يتألف من مجموعة حدود ولتكن (هـ) بحيث يمكن تكذيب الصيغة (هـ ∈ ا)[14] .

(13) يشير نفس الرمز ∩ إلى عملية التقاطع Intersection بين مجموعتين فى الرياضيات ، بحيث إذا كان (ا) ، (ب) مجموعتين فإن تقاطعهما (ا ∩ ب) يشكل فئة تشمل كل العناصر التى تنتمى إلى ا ، ب معاً . انظر : Green, Op. Cit. P. 4

(14) Principia, P. 27.

وهناك حدود من نوع آخر لا تعد الصيغة (هـ ∈ ا) صادقة بالنسبة لها ولا كاذبة ، بل تصبح بلا معنى ، ومثل هذه الحدود ليست أعضاء فى سلب الفئة (ا) . ومن ثم فإن سلب الفئة (ا) هو فئة الحدود التى ليست أعضاء بها ، انها فئة [كـ] (هـ ~ ∈ ا) . ويمكن أن نسوق تعريفاً لذلك :

- ا = [كـ] (هـ ~ ∈ ا)   تع(15)

وهناك تعريف آخر للعلاقة بين قضايا سالبة :

(هـ ∈ - ا) ≡ (هـ ~ ∈ ا)(16)

ذلك أن قولنا : « هـ عضو فى فئة ليس ا » يكافىء قولنا : « هـ ليس عضوا فى الفئة ا » . وثمة تعريف ثالث :

(هـ ∈ــ ا) = - (هـ ∈ ا)

ويعني أن قولنا : « هـ ليس عضواً فى ا » يساوى قولنا : « من الكذب التسليم بأن هـ عضو فى ا » .

ب ـــ الجمع المنطقى (الفصل) :

ثابت السلب ثابت أحادى ، أما بقية الثوابت المنطقية فإنها ثوابت ثنائية تعبر بصورة أو بأخرى عن ارتباط بين قضيتين . وثابت الفصل من هذه الثوابت ويستخدم فى حساب القضايا وفى حساب الفئات .

والجمع المنطقى لفئتين (ا ، ب) هو فئة تتشكل من حدود كليهما : (ا ∪ ب) وتعريفه :

ا ∪ ب = [كـ] (هـ ∈ ا) v (هـ ∈ ب)   تع(17)

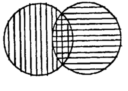
أما ان نظرنا إلى عملية الجمع المنطقى مرتبطاً بقضايا ، فإن تعريفه يأخذ هذا الشكل :

هـ ∈ ا ∪ ب ≡ (هـ ∈ ا) v (هـ ∈ ب)

(15) Ibid., P. 27 & P. 207.
(16) Ibid.
(17) Ibid., P. 27 & P. 207.

وقد استخدمنا فى التعريفين رمزين للفصل أى للجمع المنطقى [∪ ، V] ، استخدمنا الرمز [∪] للدلالة على الجمع بين الفئات ، بينما استخدمنا الرمز [V] للدلالة على الجمع بين أعضاء الفئات .

ويتضح معنى الفصل أو الجمع المنطقى بين فئتين بالنظر فى هذا الشكل :



ب   أ

تتعين الفئة (أ) بالمنطقة ذات الخطوط الأفقية ، بينما تتعين الفئة (ب) بالمنطقة ذات الخطوط الرأسية ، وتتعين الفئة الشاملة (أ V ب) أو (أ + ب) بكل المناطق المظللة بخطوط رأسية وأفقية بما فيها الجزء ذى الخطوط المتقاطعة . ومن البديهى أن هذا الجزء يحسب مرة واحدة فقط[18] . مثال ذلك أنه عندما يشير أ ، ب إلى نوعين من المجتمعات ، فإن الفئة الشاملة بينهما تتعين بكل الأشخاص ممن هم أعضاء فى واحد من هذين المجتمعين على الأقل . وإذا كان هناك شخص فى المجتمعين فإنه يحسب مرة واحدة فى الفئة الشاملة . وعندما يخطط المجتمعان للقاء مشترك بينهما فإن الأشخاص الذين يحضرون مثل هذا اللقاء ينطوون تحت الفئة الشاملة للمجتمعين .

ونستطيع أن نشير إلى مجموعة من القوانين الخاصة بالجمع المنطقى :

1 — أ ∪ أ = أ[19]

2 — أ ∪ ب = ب ∪ أ

3 — [أ ∪ ب ∪ و] = [(أ ∪ ب) ∪ و][20]

(18) Reichenbach, Op. Cit., P. 194.

(19) Principia, P. 209.

(20) Ibid., P. 211.

4 ـ (ا U ب) ـ ب = ا ـ ب

5 ـ ا U ب = ا U (ب ـ ا)[21]

كما يمكن الاشارة إلى مجموعة من العمليات المنطقية الخاصة بالجمع المنطقى بين الفئات :

1 ـ الجمع المنطقى لفئة شاملة مع فئة فارغة يساوى الفئة الشاملة[22] :

$1 = 0 + 1$ ، $1 = 0 \cup 1$

$U = \phi + U$ ، $V = \Lambda \cup V$

والصيغ الأربعة متطابقة فى المعنى وان اختلفت الرموز فيها ، وسوف نستخدم رموز الصيغة الأخيرة فيما بعد .

2 ـ الجمع المنطقى لأى فئة مع الفئة الشاملة يساوى الفئة الشاملة :

$U = U \cup$ ا

$V = V \cup$ ا

3 ـ الجمع المنطقى لأى فئة مع الفئة الفارغة يساوى تلك الفئة[23] :

ا $= \phi \cup$ ا

ا $= \Lambda \cup$ ا

حـ ـ الضرب المنطقى [الوصل] :

ناتج الضرب المنطقى Logical product بين فئتين ا ، ب يتمثل فى فئة مشتركة Common Class بينهما ، إنها فئة تتألف من الحدود الأعضاء فى الفئتين فى نفس الوقت . ونرمز لذلك بالصيغة (ا $\cap$ ب) وننقل عن برنكيبا هذا التعريف :

ا $\cap$ ب = [كـ] (هـ $\in$ ا) . (هـ $\in$ ب) تع[24]

(21) Ibid.

(22) Greenstein, Op. Cit., P. 15.

(23) Ibid., P. 16.

(24) Principia. P. 27 & Green, Op. Cit., P. 4.

ويمكن أن يشتق من هذا التعريف علاقة تكافؤ على هذه الصورة :

$$\text{هـ} \in (\text{ا} \cap \text{ب}) \equiv (\text{هـ} \in \text{ا}) \cdot (\text{هـ} \in \text{ب})$$

وتعني هذه الصيغة أن القول بأن « هـ عضو في فئة هي حاصل الضرب المنطقي بين فئتين ا ، ب » يكافىء القول بالضرب المنطقي بين « هـ عضو في ا » و « هـ عضو في ب »[25] .

وإذا عدنا ونظرنا إلى الشكل السابق الذى يوضح تقاطع الفئتين (ا ، ب) ، وجدنا أن الفئة المشتركة تتعين بالمنطقة المظللة بخطوط متقاطعة فقط . فإذا قلنا « الزهور الحمراء » فاننا نشير إلى فئة مشتركة بين فئة الزهور وفئة الأشياء الحمراء ، أى أنها حصيلة ضرب الفئتين فى بعضهما[26] . كما قد ينشأ الاشتراك بين شيء أو شخص فى فئتين معاً مثل قولنا : « خالد بن الوليد قائد طموح » فالقادة فئة ، والطامحون فئة أخرى ، وثمة فئة ثالثة ينتمى إليها « خالد » تختلف عن الفئتين . كذلك الحال ان قلنا : « أحمد طالب مستنير » و « أميرة فتاة مهذبة » فإن كلاً منهما ينتمى إلى فئة مشتركة تنتج عن ضرب فئتين معاً ، ويستبعد كل مثال — أو بالأحرى فئته المشتركة — الفئات المناقضة لها .

ونستطيع أن نقرر بصفة عامة أن الفئة المشتركة أصغر من الفئتين اللتين تشتركان فى تكوينها ، اللهم إلا فى بعض الحالات التى تتساوى فيها مع أحد الفئتين ، لكن من المؤكد أنها لن تكون أكبر منهما على الاطلاق . أما الفئة الشاملة — فى مقابل ذلك — فانها أكبر من كل من الفئتين ، اللهم إلا فى بعض الحالات التى تتساوى فيها مع أحد الفئتين ، إلا أنها ليست أصغر منهما .

ويمكن أن نشير إلى مجموعة من القوانين الخاصة بالضرب المنطقى :

1 — $\text{ا} \cap \text{ا} = \text{ا}$ [27]

2 — $\text{ا} \cap \text{ب} = \text{ب} \cap \text{ا}$

(25) Ibid.

(26) Reichenbach, Op. Cit., P. 195.

(27) **Principia**, P. 209.

3 ـ (ا ∩ ب) ∩ و = ا ∩ (ب ∩ و)

4 ـ ا ∩ ب ∩ و = (ا ∩ ب) ∩ و   تع

5 ـ ا ـ ب = ا ـ (ا ∩ ب)[28]

وهناك مجموعة من العمليات الخاصة بالضرب المنطقى بين الفئات المختلفة[29] :

1 ـ حاصل الضرب المنطقى لفئة شاملة بفئة فارغة يساوى الفئة الفارغة :

ا ∩ صفر = صفر

$U \cap \phi = \phi$

$V \cap \Lambda = \Lambda$

2 ـ حاصل الضرب المنطقى لأى فئة بفئة شاملة يساوى تلك الفئة :

ا ∩ U = ا

ا ∩ V = ا

3 ـ حاصل الضرب المنطقى لأى فئة بفئة فارغة يساوى الفئة الفارغة :

ا ∩ ϕ = ϕ

ا ∩ Λ = Λ

كما أن هناك مجموعة من القواعد والقوانين المنطقية التى تشمل عمليتى الجمع والضرب ، منها على سبيل المثال :

1 ـ الجمع المنطقى لفئة مع حاصل ضربها بفئة ثانية يساوى الفئة الأولى[30] :

ا ∪ (ا ∩ ب) = ا

2 ـ الضرب المنطقى لفئة مع حاصل جمعها وفئة ثانية يساوى الفئة الأولى :

ا ∩ (ا ∪ ب) = ا

(28) **Principia**, P. 212.

(29) Greenstein, Op. Cit., P. 15.

(30) **Principia**, P. 210.

3 ـــ ان الجمع المنطقى لحاصل الضرب المنطقى بين فئتين ، مع حاصل الضرب المنطقى للفئة الأولى وسلب الفئة الثانية يساوى الفئة الأولى :

(ا ∩ ب) ∪ (ا ∩ ـــ ب) = ا

4 ـــ ان الضرب المنطقى لحاصل الجمع المنطقى بين فئتين فى حاصل الجمع المنطقى للفئة الأولى وسلب الفئة الثانية يساوى الفئة الأولى[31] :

(ا ∪ ب) ∩ (ا ∪ ـــ ب) = ا

يرتبط الحديث عن الفئة المشتركة والفئة الشاملة بحديث سَادَ فى المنطق التقليدى عن الماصدق والمفهوم . والمقصود بمفهوم حد معين هو ما يعنيه هذا الحد ، وثمة قاعدة تقرر أنه كلما زاد نطاق المفهوم إتساعاً ضاق وقل عدد أفراد الماصدق ، والعكس صحيح . التصور « زهرة حمراء » له مفهوم أوسع من التصور « زهرة » والسبب هو إضافة الصفة « أحمر » إلى التصور « زهرة » . يتفق مع هذا القول بأن ماصدق التصور « زهرة حمراء » أصغر من ماصدق التصور « زهرة » .

والحقيقة أن ما يقال عن زيادة فى المفهوم ـــ أو فى المحتوى ـــ هو اضافة فئة ثانية أو خاصية باستخدام « واو العطف » . ولهذا فإن الحديث عن فئة مشتركة بين تصورين يصحبه فى العادة نقص فى عدد الماصدقات . أما عندما يرتبط تصوران بالأداة « أو » فان عدد الماصدقات يزداد نتيجة لظهور فئة شاملة . مثال ذلك أن فئة الأشياء الحمراء أو الزهور هى أكبر عددا من كل فئة على حدة . ويقابل ذلك تقليل فى نطاق المفهوم ، ويؤكد ذلك استخدامنا للأداة « أو » ، مثال ذلك : أن للتصور « والد » مفهوماً أقل من التصور « أم » ، ذلك لأنه ـــ والد ـــ قابل للتعريف على أنه « أم أو أب » ، وعند اضافة هذا التعديل إلى القانون التقليدى فإنه يتفق مع العلاقات الماصدقية التى سبق أن قررناها للفئة المشتركة والفئة الشاملة[32] .

(31) Op. Cit., P. 16.

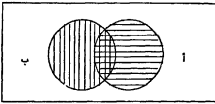
(32) Reichenbach, Op. Cit., P. 196.

د ــ علاقة اللزوم :

يمكن أن ينطبق ما قلناه على عمليات الجمع والضرب المنطقى على بقية الاجراءات المنطقية ، ومن بينهـا اللزوم المنطقى بين فئتين . ويمكن تعريف اللزوم باستخدام مفردات نظرية حساب الفئات الرمزية :

هـ ∈ (ا ⊂ ب) = (هـ ∈ ا) ⊃ (هـ ∈ ب)

ولما كان (ا ⊂ ب) فى هذا التعريف تعنى (– ا v ب) بلغة حساب القضايا ، فإنه يمكن أن نوضح طبيعة هذا المعنى بالرجوع إلى الشكل :



نمثل لـ (– ا) بالمنطقة غير المظللة أفقياً (لأن المنطقة المظللة أفقياً هى ا) ، ومن ثم يمكن تعيين (– ا v ب) بأنها المنطقة غير المظللة أفقياً بالاضافة إلى المنطقة المظللة رأسياً . وهذا يعنى أن (ا ⊂ ب) تتعين بالمنطقة المرسومة أمامنا باستثناء الجزء الهلالى المظلل أفقياً ولا يتقاطع مع الخطوط الرأسية .

ولنا عود للحديث عن اللزوم عند الحديث عن الاحتواء .

هـ ــ التكافؤ والتساوى والاحتواء :

تستخدم نظرية حساب الفئات فكرة التكافؤ ورمزها (≡) كما وردت فى نظرية حساب القضايا للتعبير عن الصيغ التحليلية وبخاصة تلك الصيغ التى تحتوى على أعضاء ينتمون إلى فئات . أما رمز المساواة (=) فيستخدم فى حساب الفئات ليشير إلى هوية أو تطابق ينشأ بين فئتين ، بحيث إذا قلنا : « ا = ب » فهذا يعنى أن الفئة (ا) والفئة (ب) فئة واحدة . ويختلف

التساوى بمعناها الحسابى أو العددى عن التساوى بمعناه المنطقى هنا ، « فالتساوى العددى لا يستلزم الهوية بالضرورة بينا تستلزم كل هوية بالتساوى العددى »[32] .

يمكن تعريف الهوية أو التساوى بين فئتين بالصيغة :

(ا = ب) = { [ك] (هـ ∈ ا) ≡ (هـ ∈ ب) } تع[33]

يكشف هذا التعريف طبيعة علاقة الهوية أو التساوى بين الفئتين (ا) ، (ب) من ناحية ، وبينهما وبين التعريف من جهة ثانية . وكما أشرنا فإن علامة المساواة تدل على أن لفئتين نفس الأعضاء ، فقولنا (ا = ب) يعنى أن ا ، ب يرمزان إلى فئات ، كما يعنى أنهما فئة واحدة إذا كان الأفراد الذين يؤلفون الفئة (ا) هم نفس الأفراد الذين يؤلفون الفئة (ب) ؛ بأن ترمز (ا) مثلاً إلى الانسان ، وترمز (ب) إلى حيوان يمشى على قدمين وليس له ريش (Featherless biped) .

ويمكن أن نسوق مجموعة من الصيغ تقوم فيها علامة المساواة بدور أساسى بالاضافة إلى إجراءات اللزوم والفصل والوصل والاحتواء ، منها :

(ا ⊂ ب) = ـــا ∪ ب[34]

يؤدى بنا هذا التعريف إلى اشتقاق الصيغة :

[ك] [(هـ ∈ ا) ⊂ (هـ ∈ ب)] ≡ - [(هـ ∈ ا) ∪ (هـ ∈ ب)]

والصيغة :

[ك] (هـ ا ⊂ هـ ب) ≡ ــ هـ ا ∪ هـ ب

وننتقل لاستخدام فكرتى الفئة الشامنة (V) والفئة الفارغة (Λ) فى اطار علاقة المساواة = ، فالصيغة :

(32) عزمى إسلام : أسس المنطق الرمزى ، ص 50 .

(33) Copi, Symbolic Logic, P. 178.

(34) هذا هو عين تعريف اللزوم فى نظرية حساب القضايا :
(ق ⊂ ل) ≡ ~ ق ∨ ل

[ك] (ه ا) ∪ (ـ ه ا)

يمكن كتابتها على هذه الصورة :

v = ا ـ ∪ ا

بمعنى أن الجمع بين فئة ونقيضها مساويان للفئة الشاملة أو عالم المقال . أما الصيغة :

[ك] ـ (ه ا ∩ ـ ه ا)

فنكتب هكذا : ـ (ا ∩ ـ ا) = v

ثم نكتبها بطريقة أيسر :

Λ = ا ـ ∩ ا

وتعنى هذه الصيغة أن حاصل ضرب فئة فى نقيضها يساوى فئة فارغة ، وهذا المعنى قريب مما سبق قوله فى موضع سابق من أن حاصل ضرب أى فئة فى فئة فارغة يساوى فئة فارغة .

ويمكن أن ندخل عاملاً جديداً فى بحث علاقة التساوى ، وهو ما نعبر عنه بالرمز الوجودى [جـ] ، وذلك بسلب قضية تشير إلى أن فئة تتساوى مع فئة فارغة ، أو بأن فئة لا تساوى فئة فارغة :

Λ ≠ ا [35]

وهذه الصيغة تعادل الصيغة :

[جـ] (ه ا)

ذلك أن الفئة (ا) الواردة فى الصيغة الأولى ــ والتى لها أعضاء ــ فئة غير فارغة .

(35) اقترنت علامة ≠ بالصفر عند « جورج بول » ، كما اقترنت بالفئة الفارغة ، ومع ذلك فإنها تعنى وجوداً لبعض أفراد الفئة ، فيمكن أن نقول عن (ه ا ≠ صفر) أنها عين (ه ا = جـ) .

ومن ناحية ثانية فإنه تنشأ لدينا حالة هامة عندما يتساوى استلزام فئة لفئة مع الفئة الشاملة ، مما نعبر عنه بالصيغة :

ا ⊂ ب = V   أولاً

فإذا عدنا إلى تعريف اللزوم السابق :

هـ ∈ (ا ⊂ ب) = (هـ ∈ ا) ⊂ (هـ ∈ ب)

وبالنظر فى الصيغة :

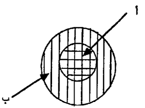
[ك] (هـ ا ⊂ هـ ب)

والصيغة [ك] (هـ ∈ ا) ⊂ (هـ ∈ ب)   ثانياً

تستنتج نظرية حساب الفئات من الخطوتين السابقتين عملية منطقية نعبر عنها بمصطلح رمزى هو :

ا ⊃ ب   ثالثاً

وتلك علاقة احتواء فئة فى فئة ، وتعنى أن الفئة (أ) محتواه فى الفئة (ب) . وعلامة الاحتواء لها نفس استخدام العلامة (=) ، ونعبر عن علاقة الاحتواء بالشكل[36] .



أما تعريف الاحتواء باستخدام ثابت اللزوم الذى ينشأ بين عضوية فرد فى فئتين فهو :

(36) Reichenbach, Op. Cit., P. 197.

تع ا ⊃ ب = (ﻫ ∈ ا ⊂ ﻫ ∈ ب)[37]

وينص على أن الفئة (ا) محتواه في الفئة (ب) ، كما تشير إلى أن كل الألفات باءات . لكن هل تؤدى دراسة الشكل السابق ودراسة تعريف الاحتواء إلى الاعتقاد بانطواء علاقة الاحتواء على علاقة لزوم ؟ الاجابة بالنفى لأنه رغم استخدام التعريف لصيغة اللزوم : « إذا كان ... إذن » ، فإن علاقة احتواء فئة فى فئة تتطابق مع صور أخرى ، بحيث تصبح عبارات من نوع « كل ا هو ب » .

« كل من يحج إلى بيت الله الحرام فهو مسلم »

تنتمى إلى نموذج احتواء فئة فى فئة (فئة الحجاج وفئة المسلمين) ولا تنطوى صراحة على أى لزوم منطقى .

ننتقل بعد ذلك إلى بيان ضرورة التمييز بين علاقة احتواء فئة فى فئة ، وعلاقة عضوية الفرد فى فئة . تنشأ علاقة الاحتواء بين فئتين ، بينما تنشأ علاقة العضوية بين شيء أو فرد وفئة ينتمى إليها . ومن ثم فإن فئات مثل الأسود والحيوانات تنطوى تحت علاقة احتواء فئة فى فئة ، بينما يصبح الأسد الفرد عضواً فى الفئتين معاً .

وتمتد علاقة الاحتواء لتشير أيضاً إلى احتواء الفئة لذاتها ، بحيث تصبح كل فئة فئة فرعية لذاتها . ومن جهة ثانية فإن الفئة الفارغة محتواه فى كل فئة ، بحيث إذا عدنا إلى الصيغة :

[كـ] (ﻫ ا ⊂ ﻫ ب)

وافترضنا صدق كل حالات (ب) وكذب كل حالات (ا) ، لنتج عن ذلك فئة فارغة هى فئة فرعية لـ (ب) و (ــ ب) . ولنضرب أمثلة على ذلك بالقضايا :

(37) **Principia**, P. 205.

وضعنا ثابت الاحتواء وثابت اللزوم فى هذا التعريف عكس وضعهما فى الكتب الأجنبية وبعض الكتب العربية ، وقد لجأنا لهذه الطريقة فى التعبير الرمزى محافظة على المعنى فى سياق العربية الذى يتجه من اليمين إلى اليسار .

(Λ ⊂ ب) ، (Λ ⊂ ـ ب) قضايا صادقة

بينما القضية ـ (Λ ⊂ ب) قضية كاذبة

والقضية الأخيرة ليست هى القضية (Λ ⊂ ـِ ب) وذلك استناداً إلى تعريف السلب السابق تقديمه والخاص بعضوية الفرد فى فئة :

هـ ∈ ـ ا = ـ (هـ ∈ ا)

وبالنسبة للفئات غير الفارغة ولتكن (ا) ، فإن القضايا :

ـ (ا ⊂ ب) ، (ا ⊂ ـ ب)

ليست قضايا متساوية أو متكافئة ، بل الملاحظ أن الأولى مشتقة من الثانية .

ثالثاً : القياس التقليدى وحساب الفئات :

أشرنا فى مدخل هذا الفصل إلى أن حساب الفئات يمثل من الناحية التاريخية الصورة الأولى للمنطق الرمزى ، وأن جذوره ضاربة فى القدم . لكن ان حاولنا تناول نظرية القياس بصورتها التقليدية فى اطار المصطلح الرمزى لحساب الفئات بصورته الحديثة فستكشف لنا وجوه للاختلاف مثل تلك التى عرضنا لها فى نظرية حساب دالات القضايا .

تنشأ العلاقات فى نظرية القياس بين ثلاث فئات ـــ وهى ما كان يطلق عليه المنطق القديم ثلاثة حدود ـــ الحد الأكبر وسنرمز له بالحرف (ك) ، والحد الأوسط ورمزه (و) ، والحد الأصغر ورمزه (ص) . ولما كان القياس مكوناً من مقدمتين ونتيجة أى ثلاث قضايا فإن به ثلاث علاقات تنشأ بين حدى أو فئتى كل قضية الموضوع [ع] والمحمول [ح] ، فإذا كان لدينا ستة حدود اثنان منها فى كل قضية ، وكل حد منها يأتى مكرراً ، فالحدود إذن ثلاثة : ك ، و ، ص .

أما من ناحية صورة القضايا المستخدمة فى القياس فهى لا تزيد عن أربعة أنواع[38] : كلية موجبة ، كلية سالبة ، جزئية موجبة ، جزئية سالبة . وللقياس أربعة أشكال يتحدد الواحد منها بموضع الحد الأوسط فى المقدمتين ، وهناك مجموعة قواعد لضمان سلامة الاستدلال وقابلية القياس للانتاج . أما أشكال القياس فهى :

4	3	2	1
ك و	و ك	ك و	و ك
و ص	و ص	ص و	ص و
ص ك	ص ك	ص ك	ص ك

والضروب المنتجة تسعة عشر ضرباً إذا طبقنا قواعد الاستدلال للقياس التقليدى ، لننظر فى واحد من أشهر هذه الضروب :

و ك	A	1 —
ص و	A	
ص ك	A	

(38) نورد فى هذا الجدول أنواع القضايا والصورة الرمزية لها :

اسم القضية	نوعها	مثال	حساب الفئات	جبر « بول »
A	كلية موجبة	كل ع هو ح	ع ⊆ ح	ع $\overline{ح}$ = 0
E	كلية سالبة	لا ع هو ح	ع ⊆ ح	ع ح = 0
I	جزئية موجبة	بعض ع هو ح	ع ∩ ح ≠ Λ	ع ح ≠ 0
O	جزئية سالبة	بعض ع ليس ح	ع ∩ $\overline{ح}$ ≠ Λ	ع $\overline{ح}$ ≠ 0

نقلا عن : Greenstein, Op. Cit., P. 43.

يسمى هذا الضرب Barbara ، ومثال عليه :

2 ــ كل إنسان فان
كل بطل إنسان

كل بطل فان

فإذا وضعنا هذا القياس فى لغة رمزية حديثة ، بحيث تشير الحدود : ك ، و ، ص إلى فئات ، وتشير (هـ) إلى عضوية فرد فى فئة ، أخذ الصورة التالية :

3 ــ [كـ] (هـ و ⊂ هـ ك)
[كـ] (هـ ص ⊂ هـ و)

[كـ] (هـ ص ⊂ هـ ك)

تعبر هذه الصورة الاستدلالية عن خاصية التعدى لفكرة اللزوم ، فإن استخدمنا علاقة احتواء فئة فى فئة ، جاءت الصورة على هذا النحو[39] :

4 ــ و ⊃ ك
ص ⊃ و

ص ⊃ ك

تتضح هنا أيضاً خاصية التعدى لفكرة احتواء فئة فى فئة .

وعندما نقيم تمييزاً بين القضايا على أساس كمى فهناك قضايا كلية [A ، E] وقضايا جزئية [I ، O] ، وبالنظر فى علاقة طبيعة المقدمات بالنتيجة تنقسم الضروب إلى ثلاث مجموعات :

ا ــ ضروب تحتوى على مقدمات كلية ونتائج كلية [A ، E] .
ب ــ ضروب تحتوى على [I ، O] فى المقدمات ، بصرف النظر عن طبيعة النتائج .

(39) Reichenbach, Op. Cit., P. 201.

جـ ــ ضروب لا تحتوى على مقدمات جزئية ، ونتائجها ــ رغم ذلك ــ جزئية .

(ا) لنضرب مثالاً على المجموعة الأولى بالضرب Cesare من الشكل الثانى :

5 ــ E ك و

A ص و

E ص ك

6 ــ لا مشرك موحد

كل مسلم موحد

لا مسلم مشرك

والصورة الرمزية لهذا الضرب :

7 ــ [كـ] (هـ ك ⊂ ــ هـ و)

[كـ] (هـ ص ⊂ هـ و)

[كـ] (هـ ص ⊂ ــ هـ ك)

لو بدلنا مواضع الفئات (الحدود) فى المقدمة الأولى فإن الصورة الرمزية (7) تصبح نفس الصورة (3) وان جاءت الدالة (هـ ك) سالبة . وعلى أى حال فهناك خمسة ضروب منتجة تنتمى لهذه المجموعة .

(ب) تتميز ضروب المجموعة الثانية بأن احدى مقدماتها تحتوى على سور وجودى ، ولها ضروب كثيرة تمثلها ، منها الضرب Datisi من الشكل الثالث :

8 ــ A و ك

I و ص

I ص ك

ومثال على هذا الضرب :

9 ــ كل الثدييات تتنفس بالرئة
بعض الثدييات تعيش فى الماء

بعض من يعيش فى الماء يتنفس بالرئة

والصورة الرمزية للضرب :

10 ــ [كـ] (هـ و ⊂ هـ ك)
[جـ] (هـ و • هـ ص)

[جـ] (هـ ص • هـ ك)

ويلاحظ أن بقية استدلالات هذه المجموعة قابلة للرد إلى هذه الصورة (10) ، على أن نستخدم فى بعض الأحيان طريقة تبادل المواضع فى المقدمة الكلية ، مع وضع علامة السلب ان كانت احدى المقدمات سالبة .

ولا يوجد ضرب يحتوى بين مقدماته على أكثر من سور جزئى واحد ، لأنه لا إنتاج بين جزئيتين ، ونتيجة أى استدلال فى هذه المجموعة لابد أن تحتوى على سور وجودى مادامت النتيجة جزئية . وتحتوى هذه المجموعة على عشرة ضروب صحيحة .

(حـ) وتتكون المجموعة الثالثة من استدلالات قياسية مقدماتها كلية (A ، E) بينا نتائجها جزئية (I ، O) .

وكما أشرنا فى نظرية حساب دالات القضايا فإن مثل هذه الاستدلالات ليست سليمة من وجهة نظر المنطق الرمزى الحديث ، ذلك لأن المقدمات الكلية لا تنطوى على تقرير وجودى يتيح لنا الاستدلال على نتائج تنطوى على هذا الوجود ، بمعنى أنه لا يمكن اقامة استدلالات ننتقل فيها من قضايا كلية سورها « كل » إلى قضايا جزئية سورها « بعض » ؛ إلا إذا أضفنا ما يوضح أن القضية الكلية لا تحتوى فئة فارغة .

فالضرب Darapti من الشكل الثالث استدلال فاسد :

11 — A و ك
A و ص
I ص ك

ويوضح المثال التالى فساد هذا الاستدلال :

12 — كل المفكرين حكماء
كل المفكرين سعداء

بعض السعداء حكماء

وبيان فساد هذا الاستدلال من وجهة نظر حديثة تعكسه الصورة الرمزية :

13 — [كـ] (هـ و ⊂ هـ ك)
[كـ] (هـ و ⊂ هـ ص)

[جـ] (هـ ص . هـ ك)

ولا تصبح هذه النتيجة لازمة عن المقدمتين إلا إذا أضفنا مقدمة ثالثة هى « [جـ] (هـ و) » ، بحيث يأخذ الاستدلال الصورة :

14 — [كـ] (هـ و ⊂ هـ ك)
[كـ] (هـ و ⊂ هـ ص)
[جـ] (هـ و

∴ [جـ] (هـ ص . هـ ك)

وهناك عدة استدلالات فى هذه المجموعة نصل فيها إلى نفس النتيجة ، ومنها الضرب Barbari من الشكل الأول (حسب التصنيف الحالى) . مثال ذلك الصورة رقم (2) ان وضعنا محل النتيجة القضية « بعض الأبطال فانون » . كما نحصل على نتيجة من هذا النوع إذا استخدمنا نتيجة الصورة (3) كمقدمة أولى فى استدلال قياسى مقدمته الثانية مقدمة وجودية : [جـ] (هـ ص) ، ومنها نصل إلى الصورة :

15 — [ك] (هـ ص ⊂ هـ ك)
[جـ] (هـ ص
___
∴ [جـ] (هـ ص . هـ ك)

ويطلق على هذا النوع من الاستدلالات التى تشملها المجموعة الثالثة ضروباً ضعيفة ، ويمكن التوصل إليها بخطوتين :

الأولى تتمثل فى الصورة (3) ، وتتمثل الخطوة الثانية فى الصورة [15] . وعدد الضروب التى تصبح منتجة إن أضفنا لها مقدمة وجودية تسعة ضروب ، ونتيجة لذلك فإن عدد الضروب المنتجة كلها يصل إلى أربع وعشرين ضرباً من بينها خمسة ضروب ضعيفة تنتمى إلى المجموعة الثالثة ولها نفس مقدمات استدلالات المجموعة الأولى . ما يتوفر لنا من ضروب منتجة هى تسعة عشر ضرباً فقط ، موزعة على النحو التالى بالاضافة إلى الضروب الضعيفة :

	الشكل الأول	الشكل الثانى	الشكل الثالث	الشكل الرابع
المجموعة الأولى	Barbara Celarent	Camestres Cesare		Camens
المجموعة الثانية	Darii Ferio	Baroco Festino	Datisi Ferison Disamis Bocardo	Dimaris Fresison
المجموعة الثالثة	Barbari Celaront	Camestros Cesaro	Darapti Felaptin	Bramantip Camenos Fesapo

يشار فى هذا الجدول — إلى الضروب الضعيفة بحروف تطابق الضروب القوية ولا تختلف معها إلا فى الحرف المتحرك الأخير فقط .

يؤدى بنا التحليل السابق إلى نتيجة فحواها أن نظرية القياس تحتوى على صورتين استدلاليتين فقط : الصورة الأولى رقم (3) التى توضح خاصية التعدى لاجراء اللزوم أو احتواء فئة فى فئة ، بالاضافة إلى الصورة :

[كـ] (هـ ب)
[جـ] (هـ ا)
―――――――――
[جـ] (هـ ا ، هـ ب)

وتنطبق هذه الصورة فى ثلاثة استدلالات هى [10 ، 14 ، 15] . ويمكن تقسيم الأقيسة إلى ثلاث مجموعات : تستخدم المجموعة الأولى الصورة [3] ، وتستخدم المجموعة الثانية الصورة [10] ، أما المجموعة الثالثة فقد تتبع الصورة [14] أو الصورة [3] مرتبطة بالصورة [15] . ولكى نحوّل أى استدلال إلى واحدة من هذه الصور علينا أن نجرى عملية تبادل مواضع فى بعض الأحيان .

ثمة وجه آخر للقصور ينتاب نظرية القياس ، ذلك أنها لم تميز بين علاقة احتواء فئة فى فئة أخرى وعضوية الفرد فى فئة . فالقضية (هـ ∈ و) تزداد وضوحاً فى صيغة قضية A (هـ و) ، حينئذ علينا أن نقيم استدلالاً على هذه الصورة :

16 ــ	و ك	كل إنسان فان
	هـا و	سقراط إنسان
	――――	――――――
	هـا ك	سقراط فان

لنلاحظ أن الصورة والمثال يختلفان عن الصورة والمثال رقم [2] .

كل إنسان فان
كل بطل إنسان
―――――――
كل بطل فان

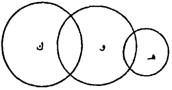
رأى المنطق القديم فى المثالين صورة استدلالية واحدة هى الضرب Barbara وهذا خطأ ، وان كان هذا الخطأ لا يؤدى إلى نتائج فاسدة وذلك للتوازى بين الصورة [1] والصورة [16] . وان كنا لا نستطيع أن نقيم إستدلالاً عندما يحل احتواء فئة فى فئة محل عضوية الفرد فى فئة ، ومثال ذلك أن اقامة استدلال يجمع بين مقدمتين شخصيتين لا يؤدى إلى نتيجة ، ومثال على ذلك :

17 — و ∈ ك

هـ ∈ا و

—

......



يوجه « ريشنباخ » نقداً آخر لنظرية القياس حيث يرى أنها لا تتسم بالبساطة أو الاتساق ، وأنها مركبة تركيباً غير ضرورى ، ويدلل على ذلك بأن استخدام نظرية القياس للقضايا السالبة [E ، O] أمر غير لازم وزائد عن الحاجة(40) . وينتهى إلى امكان استبعادها ، واستخدام القضايا الموجبة وحدها . وهنا يمكن حصر ثلاث صور للاستدلال :

الصورة الأولى : وتتكون من قضيتين كليتين موجبتين كمقدمات ، ونتيجة كلية موجبة أيضاً .

الصورة الثانية : وتتكون من مقدمة كلية موجبة ومقدمة أخرى جزئية موجبة ، ونتيجة جزئية موجبة .

الصورة الثالثة : وتتكون من مقدمتين كليهما كلية موجبة بالاضافة إلى مقدمة ثالثة جزئية موجبة ، ونتيجة جزئية موجبة .

(40) Reichenbach, **Elements of Symbolic Logic**, P. 206.

ويبرهن « ريشنباخ » على وجهة نظره ببيان أنه عندما نود استخدام مصطلح رمزى مستقل للقضايا السالبة فإن الجهاز الرمزى القديم يعجز عن إتاحته . فالقضايا :

[كـ] (— هـ و ⊂ هـ ك)

[جـ] (— هـ ص ، — هـ و)

يشار إليها برموز لم يعرفها المنطق القديم ، ولا تتسق مع المصطلح القديم إلا إذا تم اقتراح الفئات (— و) ، (— ص) فتظهر صيغ من نوع :

A (— و ك)

O (‾ ص و)

والدليل على ذلك أن القياس السليم التالى :

18 — كل غير مدخن مقتصد
لا نباتى يدخن
―――――――
كل نباتى مقتصد

لا يمكن صياغته بالمصطلح القديم حين ينبغى علينا أن نستخدم الفئة (و) — أى الحد الأوسط — الخاصة بالمدخنين فى الاستدلال . وهنا علينا أن نقترح الفئة (— و) التى تشتمل على غير المدخنين ؛ فيأخذ الاستدلال صورة الضرب Barbara .

19 — — و ك
ص — و
―――――――
ص ك

ونلاحظ فى هذه الصورة أن المقدمة الثانية قد تحولت من قضية كلية سالبة إلى قضية كلية موجبة ، ويعد السماح بهذا التحول أمراً منطقياً ، ومن ثم فالاستغناء تماماً عن الرموز E ، O يعد أمراً طبياً بصفة عامة .

نخلص من تناول نظرية القياس إلى أنها أصبحت لا تحتل سوى مكانة ثانوية فى المنطق الحديث ، ويمكن النظر إليها من منظور تاريخى بوصفها المحاولة الأولى فى صياغة الفكر الاستنباطى . ورغم ذلك فإن ما حققته هذه النظريةقليل إذا قورن بتطور العمليات الاستنباطية فى مجال الرياضيات حتى فى عصر « أرسطو » نفسه .

رابعاً : النسق الاستنباطى :

أشرنا عند عرض المصطلح الرمزى لنظرية حساب الفئات إلى الأفكار الأساسية التى تعتمد عليها النظرية ، ثم أتبعنا ذلك بمجموعة تعريفات لاجراءات السلب والوصل والفصل واللزوم والتكافؤ والاحتواء ، مما يؤلف مقدمة للنسق فى حساب الفئات . وان جعلنا من بونكيا مصدراً لبيان هذا النسق سنلاحظ أن ليس به أفكاراً أولية لا مُعرَّفة خاصة بحساب الفئات وإنما يستند إلى ما ترسَّخ لدى القارىء من النظريتين السابقتين . فإن تخطينا التعريفات التى أشرنا إليها ، وجدنا مجموعة المصادرات التى وضعها « هنتنجتن » ونقلها عنه مؤلفا بونكيا وصاغاها كما يلي[41] :

1 ـ ا ∪ ب ∈ فئات

2 ـ ا ∩ ب ∈ فئات

3 ـ ا ∪ Λ = ا

4 ـ ا ∩ v = ا .

5 ـ ا ∪ ب = ب ∪ ا

6 ـ ا ∩ ب = ب ∩ ا

7 ـ (ا ∪ ب) ∩ (ا ∪ و) = ا ∪ (ب ∩ و)

8 ـ (ا ∩ ب) ∪ (ا ∩ و) = ا ∩ (ب ∪ و)

9 ـ ا ∩ ـا = Λ

ا ∪ ـا = v

10 ـ Λ ≠ v

(41) See : **Principia**, PP. 205-6 & See also :
Kneale, Op. Cit., PP. 423-4.

ثم يصوغ برنكيبيا مجموعة من القضايا الأساسية اللازمة للنسق بوصفها قواعد للصياغة الصورية[42] :

ــ قانونا تبادل المواضع :

22·51 ا ∩ ب = ب ∩ ا

22·57 ا ∪ ب = ب ∪ ا

ــ قانونا الترابط :

22·52 (ا ∩ ب) ∩ و = ا ∩ (ب ∩ و)

22·7 (ا ∪ ب) ∪ و = ا ∪ (ب ∪ و)

ــ قانونا تحصيل الحاصل :

22·5 ا ∩ ا = ا

22·56 ا ∪ ا = ا

ــ قانونا التوزيع :

22·68 (ا ∩ ب) ∪ (ا ∩ و) = ا ∩ (ب ∪ و)

22·69 (ا ∪ ب) ∩ (ا ∪ و) = ا ∪ (ب ∩ و)

ــ مبدأ السلب المزدوج :

22·8 ــ (ــ ا) = ا

ــ مبدأ النقل :

22·81 ا ⊃ ب ≡ ــ ب ⊃ ــ ا

ــ صورتان للقياس ، الضرب Barbara :

22·44 [(ا ⊃ ب) . (ب ⊃ و)] ⊂ (ا ⊃ و)

22·441 [(ا ⊃ ب) . (هـ ∈ ا)] ⊂ (هـ ∈ ب)

(42) Principia, PP. 206-7.

ـــ قضيتان تعين على تحويل علاقة الاحتواء إلى معادلة :

$$22{\cdot}62 \quad (\text{ا} \subset \text{ب}) \equiv [(\text{ا} \cup \text{ب}) = \text{ب}]$$

$$22{\cdot}621 \quad (\text{ا} \subset \text{ب}) \equiv [(\text{ا} \cap \text{ب}) = \text{ا}]$$

ـــ قضية تقول بتساوى علاقة الفصل بين (ا ، ب) مع الفصل القائم بين ا وجزء من ب مستبعد من ا .

$$22{\cdot}91 \quad (\text{ا} \cup \text{ب}) = [\text{ا} \cup (\text{ب} - \text{ا})]$$

ويصوغ برنكيبا مجموعة من المبرهنات تؤلف مع مجموعة التعريفات والمصادرات نسقاً منطقياً يتسم بالترابط والاتصال ، ولا تتوقف سبل البرهنة على احدى المبرهنات عند حدود نظرية حساب الفئات ، بل يستعين « رسل » و « هوايتهد » بما سبق عرضه من قواعد وقوانين ومبادىء ومبرهنات للنظريات السابقة .

نستعرض الآن بعض المبرهنات الخاصة بحساب الفئات[43] ، ونسوق على احداها برهاناً :

$$22{\cdot}1 \quad \text{ا} \subset \text{ب} \equiv (\text{هـ} \in \text{ا}) \supset (\text{هـ} \in \text{ب})$$

$$22{\cdot}2 \quad \text{ا} \cap \text{ب} = [\text{ك}]\,(\text{هـ} \in \text{ا}) \cdot (\text{هـ} \in \text{ب})$$

$$22{\cdot}3 \quad \text{ا} \cup \text{ب} = [\text{ك}]\,(\text{هـ} \in \text{ا}) \vee (\text{هـ} \in \text{ب})$$

$$22{\cdot}31 \quad -\text{ا} = [\text{ك}]\,(\text{هـ} \sim \in \text{ا})$$

$$22{\cdot}32 \quad \text{ا} - \text{ب} = [\text{ك}]\,(\text{هـ} \in \text{ا}) \cdot (\text{هـ} \sim \in \text{ب})$$

$$22{\cdot}33 \quad \text{هـ} \in (\text{ا} \cap \text{ب}) \equiv (\text{هـ} \in \text{ا}) \cdot (\text{هـ} \in \text{ب})$$

$$22{\cdot}34 \quad \text{هـ} \in (\text{ا} \cup \text{ب}) \equiv (\text{هـ} \in \text{ا}) \vee (\text{هـ} \in \text{ب})$$

$$22{\cdot}35 \quad \text{هـ} \in -\text{ا} \equiv \text{هـ} \sim \in \text{ا}$$

$$22{\cdot}351 \quad -\text{ا} \neq \text{ا}$$

لنبرهن على صحة المبرهنة الأخيرة بطريقة استنباطية :

(43) Principia, P. 207.

تنص القضية 22˙35 على أن :

هـ ∈ ـــ ا = هـ ـــ ∈ ا (1)

كما تنص القضية 5˙19 على أن :

~ (ق ≡ ~ ق) عدم التناقض (2)

من (1) ، (2) نستنتج :

ـــ { هـ ∈ ـــ ا ≡ هـ ∈ ا } (3)

وتنص القضية [10˙11] على أن ما يصدق على أى فرد مهما كان يصدق على جميع الأفراد الذى ينتمى إليهم[44] . ومن ثم تصبح القضية السابقة (3) .

[ك] ـــ { هـ ∈ ـــ ا ≡ هـ ∈ ا } (4)

وتنص القضية 10˙251 على :

[ك] ـــ (هـ س ⊂ ـــ [ك] هـ س)[45]

ومنها نستنتج :

ـــ [ك] (هـ ∈ ـــ ا ≡ هـ ∈ ا)

وبحذف المتطابقات (هـ ∈) :

ـــ (ـــ ا = ا)

وبتطبيق مبدأ النقل على الصيغة السابقة نستنتج أن :

ـــ ا ≠ ا

هـ . ط . ث

تستخدم هذه المبرهنة فى اثبات أن الفئة الفارغة لا تتساوى مع فئة تحتوى كل شىء .

(44) Principia, P. 140.

(45) Ibid., P. 143.

لننتقل الآن خطوات عبر النسق الخاص بحساب الفئات فى **برنكيبيا** ثم نستأنف نقل مبرهناته إلى العربية بدءاً من المبرهنة 22˙8 .

22˙8 ـــ (ـــ ا) = ا

22˙81 ا ⊃ ب ≡ ـــ ب ⊃ ـــ ا

22˙811 (ا ⊃ ـــ ب) ≡ (ب ⊃ ـــ ا)

22˙82 (ا ∩ ب) ⊃ و ≡ { (ا ـــ و) ⊃ ـــ ب }

22˙83 (ا = ب) ≡ (ـــ ا = ـــ ب)

22˙831 (ا = ـــ ب) ≡ (ب = ـــ ا)

22˙84 ـــ (ا ∩ ب) = (ـــ ا ∨ ـــ ب)

22˙85 (ا ∩ ب) = ـــ (ـــ ا ∨ ـــ ب)

22˙86 ـــ (ـــ ا ∩ ـــ ب) = (ا ∪ ب)

22˙87 ـــ ا ∩ ـــ ب = ـــ (ا ∪ ب)

والمبرهنات الأربعة الأخيرة هى صيغ « دى مورجان » .

22˙88 صيغة قانون الوسط الممتنع :

[ك] هـ ∈ (ا ∪ ـــ ا)

22˙89 صيغة قانون عدم التناقض :

[ك] هـ ~ ∈ (ا ∩ ـــ ا)

22˙9 { (ا ∪ ب) ـــ ب } = (ا ـــ ب)

22˙91 (ا ∪ ب) = { ا ∪ (ب ـــ ا) }

لنحاول أن نبرهن على صحة المبرهنة الأخيرة ، وسنلاحظ اعتماد نسق حساب الفئات فى **برنكيبيا** على أنساق حساب القضايا وحساب دالات القضايا ، مما يؤكد على درجة الاتساق العالية التى تتوفر لأنساق **برنكيبيا** أو بالأحرى نسقه الواحد :

المبرهنة : (ا ∪ ب) = { ا ∪ (ب ـــ ا) }

البرهان :

بالرجوع إلى القضية الصادقة [5 63] من نسق حساب القضايا :

ق v ل ≡ ق v (~ ق . ل)[46]

فإن وضعنا (هـ ∈ ا) محل (ق) ، (هـ ∈ ب) محل (ل) ينتج أن :

(هـ ∈ ا) v (هـ ∈ ب) ≡ {(هـ ∈ ا) v

[(هـ ∈ ب) . (هـ ~ ∈ ا)]} (1)

ويستفاد من القضايا [22˙33 ، ˙34 ، ˙35] بنسق حساب الفئات أن :

هـ ∈ (ا ∪ ب) ≡ (هـ ∈ ا) v [هـ ∈ (ب ـ ا)]

وتفيد القضية 22˙34 أن :

هـ ∈ (ا ∪ ب) ≡ (هـ ∈ ا) ∪ (ب ـ ا) (2)

ولما كانت القضية [10˙11] تنص على أن ما يصدق على أى فرد ينتمى إلى فئة يصدق على كل أفراد هذه الفئة ، بالاضافة إلى ما تنص عليه القضية 20˙43 :

ا = ب ≡ هـ ∈ ا ≡ هـ ∈ ب (3)

فإنه بالنظر فى (1) : (2) ، (3) ، وبحذف المتطابقات [هـ ∈] فى كل منها ينتج :

(ا ∪ ب) = { ا ∪ (ب ـ ا) }

هـ . ط . ث .

(46) Principia, P. 125.

الفصل العاشر
نظرية حساب العلاقات

الفصل العاشر

نظرية حساب العلاقات

مقدمـــة :

هناك من يرى أن البحث فى العلاقات بحث قديم قدم المنطق ، وهناك من يرى فى نظرية العلاقات أحدث نظريات المنطق الرمزى . يذهب الفريق الأول إلى اعتبار أن البحث فى العلاقات يمتد ليشمل الرابطة التى تربط بين حدين فى قضية حملية هما الموضوع والمحمول ، ومن ثم يدرس طبيعة الحدود والأسوار وما ينشأ بينها من علاقات عبر عنها المنطق القديم بقوانين التقابل بين القضايا والاستدلال المباشر وقواعد صياغة الصور المختلفة للقياس . ويذهب الفريق الثانى إلى أن الحساب التحليلى للعلاقات أحدث من الحساب التحليلى للفئات ، وأن إرهاصات العمل به بدأت فى أعمال « دى مورجان » و « بيرس » و « شرويدر » واكتملت صورة النظرية فى برنكيبا ، ويرى أصحاب هذا الاتجاه أن « منطق العلاقات أوثق صلة بالرياضيات من منطق الفئات أو القضايا ، وأنه لا يمكن التعبير عن حقائق الرياضيات تعبيراً صحيحاً من الناحية النظرية إلا باستخدام منطق العلاقات »[1] .

ونرى أنه لا خلاف واضح بين الجانبين ، فالفريق الأول حاول أن يرصد مظاهر مختلفة للعلاقة ، فرجع القهقرى وحاول تأصيلها فى الفكر الانسانى وبخاصة فى العمليات المنطقية ، من عمليات للعلاقة بين الحدود أو بين القضايا ، وكذلك بين الفئات ثم بين الماصدقات والفئات التى تنتمى إليها . أما الفريق الثانى فقد أوقف جهوده على بحث فكرة العلاقة ذاتها وتفرغ للتمييز بين أنواع العلاقات وخواصها وقوانينها واقامة حساب تحليلى لها .

لن نتوقف كثيراً عند المدخل التاريخى للنظرية فهناك كتب متخصصة فى هذا الميدان يتضاءل أى جهد إزاءها[2] .

(1) رسل : **أصول الرياضيات** ، حـ 1 ، ص : 60 .

(2) انظر : العرض الدقيق لنشأة المنطق الرمزى وتطوره فى كتابى :

- Kneale, W. & M., **The Development of Logic.**

— محمود زيدان : **المنطق الرمزى ، نشأته وتطوره** .

أولاً : أفكار أساسية :

1 ـــ تعريف العلاقات :

يشير إستخدام كلمة « علاقة » Relation إلى دالة قضية ذات متغيرين أو أكثر ، والعلاقة قد تكون ثنائية أو ثلاثية أو رباعية ... الخ . وهناك تعريف للعلاقة بالماصدق ظهر عند « بيرسي » « Peirce » [1839 - 1914] إذ يعرّف حد العلاقة بأنه « زوج من الأشياء الجزئية تربط بينهما علاقة معينة ، بحيث تصبح كل علاقة جمعاً منطقياً لكل الحدود التى ترتبط بها »[3] . إلا أن التعريف بالماصدق وحده أمر بالغ التعقيد ، لأن التعبير عن أى علاقة فى هذه الحالة يستلزم صيغاً مطولة تترى لأعضاء الفئات ، فيفقد المنطق الرمزى احدىسماته الأساسية : التعبير الرمزى الدقيق . ومن هنا جاء تعريف برنكيبا للعلاقة بالماصدق والمفهوم معاً :

« علينا أن ننظر إلى العلاقات ـــ مثلها مثل الفئات ـــ نظرة ماصدقية ، بمعنى أنه إذا كانت (ع) ، (ط) علاقتين تقومان بين زوج واحد من الحدود ، فإن (ع) ، (ط) يعبران عن علاقة واحدة . ويمكن النظر إلى العلاقة ـــ بمعنى يحقق ما نهدف إليه ـــ على أنها فئة الأزواج ، بمعنى أن الزوج (هـ ، و) أحد أعضاء فئة الأزواج المؤلفة للعلاقة (ع) ان كان لـ (هـ) العلاقة (ع) مع (و) » .

وهنا يعلق أصحاب برنكيبا بأن لمثل هذا الزوج معنى ، حيث أن الزوج (هـ ، و) مختلف عن الزوج (و ، هـ) اللهم إلا إذا كان (هـ = و) ، ومن ثم يطلقان عليه « زوج ذو معنى » تمييزاً له عن فئة تتألف من (هـ) و (و) . كما يطلقان عليه « زوج مرتب » Ordered Couple . ثم يواصل « هوايتهد » و « رسل » تعريفهما :

« وعلى أى حال فلن نقدم تلك النظرة إلى العلاقات كفئات أزواج خلال تناولنا الرمزى ، بل اننا نذكرها فقط لبيان أنه يمكن فهم معنى كلمة علاقة بأنها تلك العلاقة التى تحددها ماصدقاتها »[4] .

(3) محمود زيدان : نفس المرجع ، ص : 100 .

(4) Principia, P. 26.

العلاقة إذن فئة لأزواج من الأفراد وهذا تعريف ماصدق ، كما أنه ينبغي أن يكون للعلاقة معنى تكتسبه ان كانت زوجاً مرتباً ، وهنا تؤكد خاصية الترتيب أو اتجاه العلاقة التعريف بالمفهوم .

2 ـــ عناصر العلاقة ودرجاتها :

2 - 1 قد تنشأ العلاقة بين حدود قضية ، وقد تنشأ بين قضايا . فإن مثلنا للحدود بالمتغيرات : [هـ ، و ، ى] ورمزنا للعلاقة بالرمز (ع) ، قلنا « هـ ع و » وتعنى أن ثمة علاقة بين حدى القضية أو عنصريها (هـ ، و) . يشير الرمز (ع) إلى علاقات من نوع : أكبر من ، والد ، أم ، على يسار ... الخ ، بحيث إذا عوضنا عن المتغيرات بما يقابلها بالاضافة إلى ما تشير إليه العلاقة القائمة أمكننا الحكم على القضية الناتجة[5] .

2 - 2 أما ان أشارت المتغيرات إلى قضايا مثل : [ق ، ل ، م] فإن العلاقة تنشأ فى هذه الحالة بين تلك القضايا ، وسواء كانت الصيغة :

[ق . ل] ، [ق V ل] ، [ق ⊃ ل] ، [ق ≡ ل] فإنها تأخذ جميعاً صورة رمزية واحدة فى حساب العلاقات :

[ق ع ل]

2 - 3 أما درجة العلاقة فتشير إلى عدد الحدود أو العناصر التى تدخل فى تكوينها ، فهناك علاقة أحادية monadic تنشأ بين الحد وذاته وأبلغ الأمثلة عليها علاقة الهوية :

هـ = هـ

ولكى يصبح قضية علاقة ، يحل رمز العلاقة (ع) محل علامة المساواة :

(هـ ع هـ)

2 - 4 وهناك علاقة ثنائية dyadic ـــ أى زوجية binary ـــ تنشأ بين فردين

(5) Green, Sets and Groups, P. 14.

مثل قولنا : « اسماعيل ولد ابراهيم » ، « الاسكندرية < القاهرة » ، « أرسطو تلميذ أفلاطون » ، وتأخذ كلها شكل الصيغة[6] :

(هـ ع و)

2 - 5 أما العلاقة الثلاثية triadic فتنشأ بين ثلاثة حدود :

« طنطا بين الاسكندرية والقاهرة »

« محمد قدم محمود إلى أحمد »

وصورتها الرمزية قد تأخذ الصيغة : « هـ ـــ ع ـــ و ، ى » أو الصيغة :

ع (هـ ، و ، ى)

2 - 6 وهناك العلاقة الرباعية ، وكذلك العلاقة كثيرة الحدود Polyadic ، مثل قولنا : « اشترت أمريكا منطقة ألاسكا من روسيا بسبعة ملايين دولار » وتأخذ مثل هذه العلاقة الصيغة :

ع (هـ ، و ، ى ، ......)

3 ـــ مجال العلاقة [النطاق ـــ النطاق العكسى]

هناك طرف تبدأ منه العلاقة وطرف تنتهى إليه ، تُشكل الفئة التى تتألف من كل أطراف البداية التى تبدأ منها العلاقة : « نطاق العلاقة » ، فإن قلنا : (أ ع ب) ، (الأباء يعطفون على أبنائهم) ، فإن كل من يندرج تحت هذا النوع من الآباء وينتمى إلى الفئة (ا) يشكل نطاق العلاقة . أما الفئة التى تتألف من كل نهايات العلاقة ـــ مثل كل ما يندرج تحت مقولة الأبناء فى المثال السابق ، وينتمى إلى الفئة (ب) ـــ فإنها تؤلف النطاق العكسى للعلاقة Converse domain . فإن جمعنا النطاقين معاً (النطاق والنطاق العكسى للعلاقة) كان الناتج هو مجال العلاقة Field . ونلاحظ فى المثال السابق أن العلاقة (ع) وهى العطف قد نشأت عند الأباء وانطلقت تجاه الأبناء ، وجماع الطرفين يشكل مجال هذه العلاقة .

(6) Copi, Symbolic Logic, PP. 116-7.

4 ــ عكس العلاقة : Converse of relation

ان عكس العلاقة (ع) هو العلاقة (ط) ، بشرط أن تحل الصيغة (هـ ط و) محل الصيغة (و ع هـ) ، فإن كانت العلاقة (ع) تعنى [و والد هـ] فإن العلاقة (ط) تعنى [هـ ابن و] . وجرت العادة على أن نرمز لعكس العلاقة بوضع الرمز [◡] فوق الحرف الذى يشير إلى العلاقة ، فتصبح (ع) فى المثال السابق (ع̆)[7] .

5 ــ أنواع العلاقات :

يتحدد نوع العلاقة بطبيعة أطراف البداية والنهاية لكل علاقة ، فالعناصر التى تدخل فى تأليف علاقات ليست واحدة فى كل الحالات ، وتختلف بالتالى مسمى وطبيعة العلاقة فى كل مرة ، مادامت لا تأخذ صورة رمزية واحدة . ولو نظرنا إلى العلاقات من منظور الحدود لجاءت كالتالى :

5 - 1 علاقة واحد بواحد : One - One relation

تنشأ هذه العلاقة بين حد واحد كطرف بداية وحد واحد كطرف نهاية ، وقد استخدمها « فريجه » فى بيان المقصود من المساواة العددية عندما حاول أن يضع تعريفاً للعدد . « ندرك مثلاً وجود أطباق فوق منضدة تماثل فى عددها الأكواب الموجودة ، ان كان كل طبق يقابله كوب ، وكذلك يصبح عدد الرجال هو نفس عدد النساء ، ان كان جميع الرجال وجميع النساء متزوجين فى مجتمع لا يسمح بتعدد الزوجات »[8] . ويمكن أن نمثل لهذه العلاقة التى تقوم على إرتباط واحد بواحد بالصيغة : « هـ ع و » كما نمثل لها بالصيغة : « أ ع ب » ان نظرنا للعلاقة على أنها قائمة بين فئتين[9] .

5 - 2 علاقة واحد بكثير : One - Many relation

وتقوم هذه العلاقة بين حد واحد على الأكثر من ناحية ــ نشير إليه بمتغير فردى (هـ) ــ وحد آخر نشير إليه بمتغير فئوى . وتعبر الصيغة (هـ ع أ)

(7) Church, A. "Formal Logic", ed. in Dictionary of Philosophy, P. 180.

(8) محمد محمد قاسم : جوتلوب فريجه ، ص 51 ، 52 .

(9) Russell, My Philosophical Development, P. 68.

عن هذه العلاقة ، ومن الأمثلة عليها : « معلّم » و « رئيس دولة » و « والد » . ويمكن التعبير عنها أيضاً بلغة حساب الفئات الرمزية بالصيغة (ه ∈ l) .

5 - 3 علاقة كثير بواحد : Many - One relation

وتقوم هذه العلاقة بين كثرة من الحدود كطرف أول وحد واحد على الأكثر فى الطرف الثانى ، ومثال عليها العلاقة « ... ابن لـ ... » فهناك أكثر من ابن للأب الواحد لكن العكس ليس صحيحاً .

5 - 4 علاقة كثير بكثير : Many - Many relation

وتنشأ بين عدة حدود فى طرف تجمعهم صفة ما ، وعدة حدود فى الطرف الآخر ، كتلك العلاقة التى تقوم بين طرف به أشخاص دائنة وطرف آخر يجمع أشخاص مدنية[10] .

ثانياً : الاجراءات المنطقية لحساب العلاقات :

يذهب أصحاب برنكيبا إلى أن القضايا التى ترد فى نطاق النظرية العامة للعلاقات تماثل تماماً القضايا التى وردت فى نطاق النظرية العامة للفئات[11] . كما أنه من الملاحظ أن الحساب التحليلى للعلاقات يأتى مشابها للحساب التحليلى للفئات من حيث اهتمامهما المشترك بصياغة القواعد الصورية الخاصة باجراءات علاقات بعينها نتخذها بهدف التوصل إلى علاقات [فئات] أخرى .

ويمكن الاشارة إلى العمليات أو الاجراءات الأساسية فى حساب العلاقات بنفس رموزها فى حساب الفئات مع وضع نقطة فوق كل رمز أو ثابت منطقى .

(10) محمود زيدان : المرجع السابق ، ص 266 : 267 .
عبد الرحمن بدوى : المنطق الصورى والرياضى ، ص 285 .

(11) Principia, P. 201.

1 ــ العلاقة الشاملة : Universal relation

نرمز إلى العلاقة الشاملة بالرمز [$\dot{V}$] وهى علاقة تنشأ بين حدين [هـ $\dot{V}$ و] ينتميان إلى أنماط مناسبة ويشكلان معاً عالم المقال[12] . ويسوق برنكيا التعريف :

25٠01 $\dot{V}$ = هـ̂ وْ (هـ = هـ . و = و)   تع[13]

2 ــ العلاقة الفارغة : Null relation

ونرمز لها بالرمز [$\dot{\Lambda}$] ، وهى تلك العلاقة التى لا تربط أى زوج من الحدود مهما كانت ، بحيث تشير الصيغة [هـ $\dot{\Lambda}$ و] إلى عدم وجود أي من (هـ) أو (و) فى عالم المقال . وتعريفها :

25٠02 $\dot{\Lambda} = \dot{-} V$ تع[14]

3 ــ وجود العلاقة : R exists

نقول بوجود العلاقة (ع) عندما يوجد زوج واحد من الحدود على الأقل يشكل تلك العلاقة . ونصوغ « ع موجودة » بصيغة مماثلة لما سبق أن تم بالنسبة لوجود الفئة « R ! ∃ » وننقلها إلى العربية [جـ ! ع] ، وتعريفها :

25٠03   [جـ ! ع] = (جـ هـ ، و) . (هـ ع و)   تع[15]

ويسوق كتاب برنكيا بعد هذه التعريفات مجموعة من الصيغ الصادقة : نعرضها بعد أن نورد مثالين أحدهما عن علاقة الهوية والآخر عن علاقة التباين .

4 ــ علاقة الهوية : Relation of Identity

تنشأ علاقة الهوية بين الحد وذاته ونعبر عنها بالرمز (=) وصورتها الرمزية [هـ = هـ] وذلك بالنسبة لكل (هـ) ينتمى إلى عالم المقال . ويمكن أن تنشأ

(12) Church, Op. Cit., P. 180.

(13) Principia, P. 201.

(14) Ibid.

(15) Ibid.

أيضاً بين (أ) ، (ب) بشرط أن لا يتوقف الأمر عند حدود المساواة العددية بل يتعداها إلى الاشارة إلى أن الفئتين شيء واحد .

5 ـــ علاقة التباين : Relation of Diversity

وهو العلاقة المقابلة لعلاقة الهوية أو المساواة . وتنشأ عندما لا تنطبق العلاقة [هـ = هـ] على كل (هـ) فى عالم المقال ، وتنشأ كذلك عندما لا يتطابق (هـ) ع (و) فى العلاقة [هـ = و] وتعبر عنها رمزياً :

هـ ≠ هـ

أو هـ ≠ و .

وقد ينشأ التباين بين علاقتين ولا يتوقف عند الحدود أو الفئات :

$$\dot{V} \neq \dot{\Lambda} \qquad 25\cdot1$$

$$\dot{\Lambda} \mathrel{\dot{=}} \dot{V} \qquad 25\cdot101$$

6 ـــ نقيض العلاقة : Contrary

وأبلغ مثال على هذه العلاقة النقيض المثال السابق [$\dot{V} = \dot{-}\ \dot{\Lambda}$] الذى يعنى أن العلاقة الشاملة والعلاقة الفارغة بينهما علاقة تناقض . كما نسلب العلاقة التى تنشأ بين حدين بهذه الصورة : (هـ ـ ع و) فى حالة إنهيار العلاقة (هـ ع و) وبحيث ينتمى (هـ) و (و) إلى عالم مقال واحد . ويمكن أن نسوق تعريفاً لبرنكيبا فى هذا المقام :

23·4 ـ ع = هـ̂ وْ { ~ (هـ ع و) } تع[16]

7 ـــ الجمع المنطقى : Logical Sum

ينشأ الجمع المنطقى بين علاقتين [ع ، ط] ونعبر عنه رمزياً [ع $\dot{\cup}$ ط] ان تحققت الصورة المنطقية :

هـ ع $\dot{\cup}$ ط و

(16) Principia, P. 213.

وتلك الصورة لا تتحقق إلا إذا كان ثمة علاقة وحيدة على الأقل بين[17] :

(هـ ع و) أو (هـ ط و)

ونعبر عن ذلك الشرط بالتعريف :

23'03 ع $\dot{\cup}$ ط = [هـ̂ و̂ (هـ ع و) V (هـ ط و)] تع

8 ــ الضرب المنطقي : Logical Product

وينشأ الضرب المنطقي بين علاقتين [ع ، ط] وصورته الرمزية [ع $\cap$ ط] ان تحققت الصورة المنطقية[18] :

هـ ع $\dot{\cap}$ ط و

ومثل هذه الصورة لا تتحقق ــ كما قلنا في الجمع المنطقي ــ إلا إذا قامت علاقة وطيدة بين كل من :

(هـ ع و) ، (هـ ط و)

ويُعبر كتاب برنكيبيا عن ذلك بالتعريف[19] :

23'02 ع $\dot{\cap}$ ط = هـ̂ و̂ (هـ ع و ، هـ ط و)

ويأتي الضرب المنطقي في حساب العلاقات على صورتين : الصورة الأولى أن يكون ضرباً لعلاقة وحيدة في ذاتها فيكون الناتج مربع العلاقة الأصلية . الصورة الثانية يكون فيها ضرباً لعلاقتين مختلفتين ، والناتج هو حاصل الضرب النسبي .

8 - 1 مربع العلاقة : Square of Relation

يؤدى ضرب العلاقة في ذاتها ــ تربيع العلاقة ــ إلى أحد أمرين :

ــ إلى العلاقة ذاتها كأن نقول :

(17) Church, Op. Cit., P. 180.

(18) Op. Cit., P. 213.

(19) Principia, P. 213.

ع ∩̇ ع = ع

وبيان ذلك أنه ان نشأت العلاقة (ع) بين مجموعة من الأشقاء [هـ ، و ، ى] بحيث ترمز إلى علاقة (.... أخ لـ ....) ، فإن قلنا :

{ (هـ ع و) . (و ع ى) } ⊂ (هـ ع ى)

استنتجنا أن ضرب (ع) من القوس الأول فى (ع) الكائنة بالقوس الثانى ينتج لنا نفس العلاقة (ع) فى القوس الأخير ، بمعنى أن مربع أى علاقة فى مثل هذه الحالة هو العلاقة ذاتها[20] .

ـــ أو يؤدى ـــ تربيع العلاقة ـــ إلى علاقة غير العلاقة الأصلية مثل قولنا :

. ع ∩̇ ع ≠ ع أو ع ∩̇ ع = ط

ويكفى أن نمثل للعلاقة هنا (ع) بكلمة (أب) حتى ندرك أننا كلما أقمنا تربيعاً لها ظهرت علاقة جديدة [أب] ثم [جد] ثم [أب الجد] و [جد الجد] وهكذا .

8 - 2 الضرب النسبى : Relation Product

يرمز لحاصل الضرب النسبى بين علاقتين [ع ، ط] بالصيغة (ع ∩̇ ط) كما يرمز له بالصيغة (ع /ط) . ولا تنشأ هذه العلاقة بين طرفين إلا إذا كان هناك طرف ثالث (ى) . لنفترض أن (هـ) يرتبط بالعلاقة (ع) مع (و) ، وكذلك يرتبط (و) بالعلاقة (ط) مع (ى) ، بحيث يصبح شكل العلاقة : (هـ ع و) . (و ط ى) فإن ناتج ضرب العلاقتين فى هذه الحالة هو : (ع ∩̇ ط) أو (ع /ط) .

فإذا كان (هـ) زوجاً لـ (و) وكانت (و) إبنة (ى) ، فإن (ع /ط) تعنى زوج الابنة ، فإن جمعنا المتغيرات مع الثوابت قلنا أن :

(20) عزمى اسلام : أسس المنطق الرمزى ، ص : 346 .
و . تارسكى : مقدمة للمنطق ، ص : 130 .

هـ [ع ∩̄ ط) ى

تعنى أن (هـ) زوج ابنة (ى) .

ثالثاً : خواص العلاقات :

تتوفر للعلاقات مجموعة من الخواص التى تميزها بصفة عامة عن غيرها من القضايا ، كما يتايز كل نوع من العلاقات عن بقية العلاقات بخصائص تستند إلى الصورة التى تمت عليها العلاقة والصياغة اللفظية أو الرمزية لها . وسوف نختص بحديثنا ما ينسحب على العلاقات الثنائية والثلاثية .

1 - 1 العلاقة التماثلية : Symmetrical relation

هى علاقة تنشأ بين حدين أو طرفين (هـ ، و) بحيث نعبر عنها مرة بالصورة (هـ = و) ومرة أخرى بالصورة (و = هـ) ، بمعنى أنها إن قامت من الطرف الأول تجاه الطرف الثانى ؛ فيلزم أن تقوم من الطرف الثانى تجاه الطرف الأول . يمكن أن نشير إلى هذه العلاقة بعبارات من نوع : « .... زوج ... » ، « .... له نفس وزن ... » وبالنظر فى هذه الخاصية فإن دالة القضية « هـ ع و » تعين علاقة تماثلية فى حالة أن يكون[21] :

(هـ) (و) [هـ ع و ⊃ و ع هـ]

1 - 2 العلاقة اللاتماثلية : Asymmetrical relation

هى علاقة تتوفر لطرف تجاه الطرف الآخر ، وليس العكس . يمكن الاشارة إليها بعبارات من نوع : « .... أكبر من .... » ، « ..... أثقل من ..... » ، « .... والد .... » ، « .... إلى الشمال من ..... » . فإذا كان « هـ ع و » يشير إلى علاقة من طرف واحد ـــ لا تماثلية ـــ فإن الصيغة التالية تعبر عن هذه العلاقة بدقة :

(هـ) (و) [هـ ع و ⊃ ~ و ع هـ]

(21) Copi, Symbolic Logic, 134.

3 - 1 العلاقة جائزة التماثل : Non-Symmetrical relation

ليست كل العلاقات مجرد علاقات تماثلية أو لا تماثلية ؛ فقد يحب شخص ما شخصاً آخر ، أو يكون أخاً له ، أو أن شخصاً لا يزن أكثر من الثاني . إلا أن كل هذه الحالات لا تجعلنا نستنتج أن الشخص الثاني يحب الأول ، أو أنه أخ له (فقد يكون أختاً له) أو قد يكونا متساويان في الوزن أو يزيد أحدهما عن الآخر دون تحديد . كما أنه لا ينتج عما سبق أيضاً أن الثاني لا يحب الأول ، أو ليس أخاً له ، أو لا يزن أكثر منه . ان مثل هذا النوع من العلاقات علاقات جائزة التماثل لا نستطيع أن نقطع فيها بحكم بين ، ويمكن تعريفها على أنها ليست تماثلية كما أنها ليست لا تماثلية ، ان علاقات بين بين[22] .

1 - 2 العلاقة المتعدّية : Transitive relation

يمكن النظر إلى العلاقات الثنائية أيضاً على أنها علاقات متعدية ، أو لازمة ، أو جائزة التعدى . ونشير إلى العلاقة المتعدية بعبارات من نوع : « .... إلى الشمال من ..... » ، « .... سلف لـ .... » ، « له نفس وزن » « .... أكبر من .... » ، « .... أصغر من .... » . تنشأ العلاقة المتعدية بين طرف أول وطرف ثان ، كما تنشأ بين الطرف الثانى وطرف ثالث ، ومن ثم تقوم العلاقة بين الطرفين الأول والثالث . تشير دالة القضية « هـ ع و » إلى علاقة متعدية في حالة[23] :

(هـ) (و) (ى) [(هـ ع و) . (و ع ى)] ⊂ (هـ ع ى)

2 - 2 العلاقة اللازمة : Intransitive relation

وفى الجانب المقابل يقصد بالعلاقة اللازمة تلك العلاقة التى تنشأ بين طرف وطرف ثان ، كما تنشأ بين الطرف الثانى وطرف ثالث ، إلا أن ذلك لا يسوغ قيامها بين الطرفين الأول والثالث . نشير إلى بعض العلاقات اللازمة بعبارات مثل : « ... أم لـ ... » ، « .... أب لـ .... » ، « .... يزيد فى وزنه رطلين عن .... » . ومثال بسيط على ذلك قولنا : إذا كان « هـ والد و » وكان

(22) التعبير « علاقات بين بين » من وضع د . محمود زيدان فى كتابه : المنطق الرمزى ، ص 264 .

(23) Copi, Op. Cit., P. 135.

« و والد ى » ، فلا يعنى ذلك أن « هـ والد ى » . تشير دالة القضية « هـ ع و » إلى علاقة لازمة أو غير متعدية فى حالة :

(هـ) (و) (ى) [هـ ع و . و ع ى] ⊃ ~ هـ ع ى

3 - 2 العلاقة جائزة التعدى : Non-Transitive relation

نعرف العلاقة جائزة التعدى بأنها تلك العلاقة التى ليست متعدية وليست لازمة ، ومن الأمثلة على هذا النوع قولنا : « .... صديق لـ .... » ، « مختلف » ، « يحب » إلى غير ذلك مما يفيد أن العلاقة قد تكون متعدية وقد لا تكون .

1 - 3 العلاقة الانعكاسية : Reflexive relation

اقترح كثير من الكتاب تعريفات مختلفة لهذا النوع من العلاقات ، ويبدو أنه لا يوجد مصطلح رمزى محل اتفاق . وعلى أى حال فإن العلاقة تصبح انعكاسية تماماً عندما تنشأ بين حدٍ أو شيء وذاته ، وتشير إلى ذلك العبارة « ... مساوياً لـ .... » التى تعبر عن علاقة هوية أو مساواة ، ويمكن أن ننظر إلى دالة العلاقة « هـ ع و » على أنها علاقة انعكاسية فى حالة واحدة هى :

هـ (هـ ع هـ)

ومن الصيغ التى تعبر عن ذلك فى برنكيبيا[24] :

23'42 ع ⊃ ع

كما يقال عن علاقة أنها انعكاسية عندما تنشأ بين طرف وطرف ثانٍ مساوٍ له ، بحيث تصبح (أ ع ب) قابلة للانعكاس مباشرة إلى (ب ع أ) ومن الأمثلة الواضحة على ذلك ما تشير إليه العبارات : « ... له نفس لون شعر ... » ، « .... فى عمر ..... » ، « .... معاصر ..... » ، وهنا تشير دالة القضية « هـ ع و » إلى علاقة انعكاسية فى حالة[25] :

(هـ) { [(جـ و) (هـ ع و) v (و ع هـ)] ⊃ (هـ ع هـ)

(24) **Principia**, P. 213.

(25) Copi, Op. Cit., P. 136.

٣ - ٢ العلاقة اللاإنعكاسية : Irreflexive relation

هى تلك العلاقة التى لا تحتوى ذاتها ، بحيث تشير دالة قضية العلاقة « هـ ع و » إلى علاقة لاإنعكاسية فى حالة :

(هـ) ~ هـ ع هـ

وهذا النوع من العلاقات شائع ومعروف ونعبر عنها بقولنا : « ... إلى الشمال من ..... » ، « ... متزوج من ..... » ، « ... والد لـ .... » .

٣ - ٣ العلاقة جائزة الانعكاس : Non-Reflexive relation

هى تلك العلاقات من نوع بين بين ، لا هى منعكسه تحتوى ذاتها ، ولا هى لا منعكسة فلا تحتوى ذاتها ، وانما لا يتضح فيها الحكم ، وتشير إليها عبارات من نوع : « .... يحب .... » ، « .... يكره .... » ، « .... ينتقد .... » .

٤ ـ الخاصية المركبة :

لا يعنى حديثناالسابق أن لكل علاقة خاصية ترتبط بها ، بل قد يكون للعلاقة الواحدة أكثر من خاصية تنطـــــوى تحت خاصية مركبة[26] . مثال ذلك أن العلاقة : « .... يزن أكثر من .... » هى علاقة لا تماثلية ومتعدية ولا إنعكاسية . أما العلاقة : « .... له نفس وزن .... » فهى علاقة تماثلية ومتعدية ومنعكسة . وتفسير ذلك أن وجود بعض الخواص يستلزم حضور خواص أخرى ، مثال ذلك أن كل العلاقات اللاتماثلية يجب أن تكون لا انعكاسية ؛ وهذا أمر يسهل البرهنة عليه . لنفترض أن « هـ ع و » تشير إلى علاقة ما ولتكن لا تماثلية ، فإنه بالتعريف[27] :

(26) Hodges, Logic, PP. 174 - 180.

(27) Copi, Op. Cit., P. 136.

1 ـ (هـ) (و) (هـ ع و ⊂ ~ و ع هـ)

يمكن أن نستنتج أن (ع) لا انعكاسية بمعنى أن :

(هـ)~ هـ ع هـ :

2 ـ (و) (هـ ع و ⊂ ~ و ع هـ)

3 ـ (هـ ع هـ ⊂ ~ هـ ع هـ)

4 ـ (~ هـ ع هـ V ~ هـ ع هـ)

5 ـ ~ هـ ع هـ

6 ـ (هـ) ~ هـ ع هـ

رابعاً : القضايا الأولية لحساب العلاقات :

يقوم الحساب التحليلي في نظرية حساب العلاقات على شقين : شق يهم المنطق والمناطقة ، وشق جاء تلبية لدواع رياضية بحتة . ولم يبق لنا من نظرية حساب العلاقات إلا أن نعرض لفكرة النسق الاستنباطي بها ، وهنا تواجهنا حقيقة أن النسق فيها يقوم على نفس فكرة النسق كما عرضناها في نظرية حساب القضايا ، بل ان القضايا الأساسية تمت صياغتها ـــ في كتاب **برنكيبيا** ـــ لنظرية حساب العلاقات على نفس وتيرة وترتيب ورموز نظرية حساب الفئات ، وأن الفصول التي عرضت للنسق ومبرهناته وطرق البرهنة عالجت الموضوع بأسلوب الرياضة البحتة مما يخرج عن امكانات ومقصد هذا الكتاب .

لذلك سنكتفي هنا بعرض مجموعة من القضايا الأساسية للنظرية والتي تعد بمثابة تعريفات ومبرهنات تعضد ما سبق أن عرضناه من أفكار أولية بهذا الفصل .

أ ــ مجموعة تعريفات[28] :

23.01 ع ⊃̇ ط = (هـ ع و) ⊂ (هـ ط و) تع

23.02 ع ∩̇ ط = هـ̂ و̂ [(هـ ع و) . (هـ ط و)] تع

23.03 ع ∪̇ ط = هـ̂ و̂ [(هـ ع و) V (هـ ط و)] تع

23.04 ∸ ع = هـ̂ و̂ {~ (هـ ع و)} تع

23.05 ع ∸ ط = ع ∩̇ ∸ ط تع

ب ــ مبرهنات[29] :

23.31 ∸ ع = هـ̂ و̂ {~ (هـ ع و)}

23.32 ع ∸ ط = هـ̂ و̂ {(هـ ع و) . ~ (هـ ط و)}

23.33 هـ (ع ∩ ط) و ≡ (هـ ع و) . (هـ ط و)

23.35 هـ ∸ ع و ≡ ~ (هـ ع و)

23.351 ∸ ع ≠ ع

23.41 (ع ⊃̇ ط) . (ط ⊃̇ ع) ≡ (ع = ط)

23.42 ع ⊃̇ ع

23.43 (ع ∩̇ ط) ⊃̇ ع

23.44 {(ع ⊃̇ ط) . (ط ⊃̇ ر)} ⊂ (ع ⊃̇ ر)

23.441 [(ع ⊃̇ ط) . (هـ ع و)] ⊂ (هـ ط و)

23.5 (ع ∩̇ ع) = ع

23.51 (ع ∩̇ ط) = (ط ∩̇ ع)

23.55 [(ع = ط) ⊂ (ر ⊃̇ ع)] ≡ (ر ⊃̇ ط)

23.56 ع ∪̇ ع = ع

23.57 (ع ∪̇ ط) = (ط ∪̇ ع)

(28) Principia, P. 213.

(29) Ibid., PP. 213 - 214.

مصطلحات منطقية

مصطلحات منطقية

آثرنا أن نختتم هذا البحث المنطقى بمجموعة من المصطلحات لا غنى عنها للباحث فى المنطق، وان كانت ألصق بالمنطق الرمزى منها إلى المنطق بصفة عامة. وقد اعتمدت فى جمع هذه المصطلحات على ما توفر لدىّ من معاجم وموسوعات ومراجع، وقد اجتهدت فى نقل معظمها إلى العربية رغبة فى توحيد المصطلح المنطقى، وتتسم محاولتى بالتواضع، وآمل أن يصلنى من توجيهات أهل التخصص ما يسد نقصاً هنا أو يمحو عيباً هناك .

أقدم هذا العمل داعياً المولى أن ينفع به القراء، وأجدنى أردد ما قاله الامام أبو حنيفة رضى الله عنه : « قولنا هذا رأى، وهو أحسن ما قدرنا عليه، فمن جاءنا بأحسن من قولنا، فهو أولى بالصواب منا » .

أما المصادر التى اعتمدت عليها فهى حسب أهميتها للموضوع :

Greenstein, C. H., **Dictionary of Logical Terms and Symbols.**

Edwards' P.(Ed.),**The Encyclopedia of Philosophy**, 8. Vols.

Whitehead & Russell, **Principia Mathematica.**

Kneale, W. & M., **The Development of Logic.**

Hocutt, M. **The Elements of Logical Analysis and Inference.**

— المعجم الفلسفى الصادر عن مجمع اللغة العربية .

— الكتابات المنطقية للأعلام : محمد ثابت الفندى، عبد الرحمن بدوى، عبد الحميد صبرة، محمود زيدان، عزمى إسلام، عادل فاخورى .

A

1 ــ قانون الامتصاص « الاستنفاد » — Absorption, Law of

صيغة حجة صحيحة ، تقرر بأن القول أن (ق) تستلزم (ل) يكافىء القول بأن (ق) تستلزم إجراء الوصل بين (ق) و (ل) .

(ق ⊃ ل) ≡ [ق ⊃ (ق . ل)]

2 ــ تجريد — Abstraction

يعني ــ في المنطق التقليدي ــ اشتقاق قضية عامة من قضية جزئية .

3 ــ عرض — Accident

مغالطة تنتج عن تطبيق قاعدة عامة على حالة نادرة أو استثنائية .

4 ــ الجمع ــ الاضافة — Addition

قاعدة تقول بصدق دالة الفصل حين تصدق احدى القضايا المؤلفة لها.

(ق ⊃ (ق V ل)

5 ــ قضية موجبة — Affirmative proposition

صيغة معيارية لقضية حملية صورتها : « كل ا هو ب » أو « بعض ا هو ب » .

6 ــ جبر المنطق — Algebra of Logic

نسق من العلاقات المنطقية تنتظمه مجموعة صيغ جبرية ، كان أول من وضعه « جورج بول » .

7 ــ تحليل — Analysis

بحث مشكلة بطرق تناسب طبيعتها ، مع تقسيم هذه المشكلة إلى وحدات مترابطة حتى تتم دراستها باستفاضة ، ووضع حلول لها .

8 ــ تحليل رياضي — Analysis, mathematical

نظرية في الأعداد الأصلية ، والمركبة ، ودوال الأعداد .

9 ــ قضية تحليلية Analytic proposition

ــ قضية يؤدى انكارها إلى وقوع فى تناقض ذاتى .

ــ قضية يحتوى موضوعها على محمولها .

10 ــ علاقة سلفية Ancestral relation

علاقة انعكاسية ومتعدية ، تنشأ بين موضوعين فى حالة واحدة فقط ؛ هى أن يكون لأحدهما خاصية وراثية وثيقة الصلة بالآخر .

11 ــ سابق ، مقدم Antecedent

تعبير يأتى على يمين ثابت اللزوم فى القضية الشرطية .

(ق) ⊂ ل

12 ــ قضية بعدية A Posteriori proposition

قضية ندرك صدقها بالاستناد إلى الخبرة والبينة التجريبية .

13 ــ قضية قبلية A Priori proposition

معرفة صدق هذه القضية أمر سابق على التجربة ، ويتم دون الاستناد إليها .

14 ــ القضية A A - Proposition

قضية حملية ــ كلية موجبة ــ تأخذ الصورة « كل ع هو ح » بحيث تشير (ع) إلى الموضوع ، وتشير (ح) إلى المحمول .

15 ــ خاصية أرشميدس Archimedian property

خاصية لنسق الأعداد ، نفترض أنه فى حالة وجود عددين « هـ ، و » ، إذا كان هـ أقل من و ، فإن ثمة عدد آخر وليكن ى ، بحيث يصبح حاصل ضرب هـ ى أكبر من و .

16 ــ حجة ــ متغير Argument

ــ مجموعة من القضايا المترابطة بطريقة تسمح لنا أن نرى ــ فى قضية أو أكثر من بينها ــ ما يصلح بينة على صدق قضية أخرى .

ـــ يأتى معناها فى بعض السياقات كمتغير .

17 ـــ المنطق الأرسطى — Aristotelian Logic

منطق ـــ تقليدى أو مدرسى ـــ فى القضية الحملية ، يقوم على نسق من قواعد الاستدلال الصورى ، يختلف عن المنطق الحديث الذى يعتمد على روابط دالات الصدق .

18 ـــ محمول حسابى — Arithemetical predicate

محمول نعبر عنه فى مصطلحات السور الوجودى والكلى ، ثابت ومتغير الأعداد الطبيعية ، دوال الجمع والضرب ، بالاضافة إلى روابط دالات الصدق لحساب القضايا .

19 ـــ نظام — Array

سلسلة من الحدود ينتظمها نموذج له معنى .

20 ـــ من المؤكد أن — Asserted

الطريقة التى نقرأ بها الرمز ـــ| .

21 ـــ رمز التأكيد — Assertion Sign

علامة تستخدم فى اللغة الشيئية ، وضعها « جوتلوب فريجه » ، تشير إلى أن قضية ما موضع تأكيد .

22 ـــ قضية مطلقة — Assertoric proposition

قضية غير موجهة ، أى غير مقيدة بجهة .

23 ـــ مبدأ الترابط — Association

ينشأ تكافؤ صحيح فى حالتين :

I ـــ إذا انفصلت قضية عن قضيتين مرتبطتين برباط الفصل فإنها تساوى دالة فصل بين القضيتين الأوليتين منفصلة عن القضية الثالثة . [ق V (ل V م)] ≡ [(ق V ل) V م] أو

II ــ إذا ارتبطت قضية بثابت الوصل مع دالة وصل لقضيتين فإنها تساوى دالة وصل بين القضيتين الأوليتين مرتبطة بالقضية الثالثة .

[ق . (ل . م)] ≡ [(ق . ل) . م]

24 ــ علاقة لا تماثلية Asymmetrical relation

علاقة تنشأ بين طرف أول وطرف ثان ، بينما لا يبادل الطرف الثانى الطرف الأول نفس العلاقة .

25 ــ قضية ذرية Atomic sentence

1 ــ قضية تستبدل بمتغير قضوى واحد .

2 ــ قضية بسيطة لا تحتوى بداخلها أى قضية أخرى .

26 ــ بديهية Axiom

قضية أو مجموعة من القضايا تعد نقطة بدء لنسق استنباطى ، إلا أنه لا يبرهن عليها من خلال ذلك النسق أو غيره ، تتميز بخصائص منها أنها عامة وتحليلية ، والبينة فيها بينةٌ عقلية .

B

27 ــ شرطية مزدوجة Biconditional

1 ــ رابطة قضوية ثنائية لدالة صدق تعبر عن التكافؤ بين طرفى الدالة .

2 ــ تصدق دالة التكافؤ (الشرطية المزدوجة) فى حالة اتفاق قيم صدق عنصريها .

28 ــ ثنائى Binary

ــ خاصية أو سمة أو شرط يشير إلى بديلين ممكنين أو حالتين محددتين نحكم بأحدهما على القضية . نطلق عليهما : صادق وكاذب ، عال ومنخفض ، صحيح وفاسد ، واحد وصفر .

— نظام للترقيم يعتمد على استخدام ثنائى للرموز : 1 ، صفر عند الكتابة . بحيث يشير « 1 » إلى صادق تماماً ، و « صفر » كاذب تماماً .

— رابطة ثنائية Binary Connective

ثابت يربط بين قضيتين مكونا صيغة دالة صدق مركبة . والروابط الثنائية هى : الوصل ، الفصل ، اللزوم ، التكافؤ .

— دوال جبر « بول » Boolean functions

الدوال المستخدمة فى جبر « جورج بول » وتتضمن :

تمام الفئة : Class Complement

تقاطع الفئة : Class Intersection

اتحاد الفئة : Class Union

— حدوث مقيد للمتغير Bound Occurrence of avariable

يسمى حدوث المتغير فى احدى الصيغ حدوثاً مقيداً ، إذا حدث فى جزء جيد التكوين من هذه الصياغة .

— متغير مقيد Bound Variable

المتغير عندما يقع فى نطاق السور ويرتبط به .

C

— حساب تحليل منطقى Calculus, Logical

يطلق على أى نسق منطقى ، مثل حساب القضايا وحساب دالات القضايا .

— العدد الأصلى لمجموعة Cardinal number of a set

مجموعة كل المجموعات مساوية فى العدد لتلك المجموعة .
الصفر هو العدد الأصلى للفئة الفارغة .

35 ــ قضية حملية Categorical proposition

أى قضية من أربعة القضايا : A ، E ، I ، O التى تثبت أو تنفى علاقة بين فئتين ، وتتكون القضية الحملية من : سور وموضوع ورابطة [لا تظهر فى اللغة العربية غالباً] ومحمول .

36 ــ قياس حملى Categorical Syllogism

حجة استنباطية تتكون من ثلاث قضايا : مقدمتان ونتيجة ، وتحتوى ثلاثة حدود واضحة : الحد الأكبر والحد الأصغر والحد الأوسط . ويحدث كل حد لمرتين فى القياس ، ويتحدد نوع القياس الحملى بالرجوع إلى ضربه والشكل الذى ينتمى إليه .

37 ــ استنتاج قائم على الدور Circular reasoning

استنتاج يفترض صدق ما قام ليبرهن على صدقه .

38 ــ فئة ، صنف Class

I ــ مجموع aggregate .

II ــ مجموع من المفردات ذات الخصائص المتشابهة .

III ــ مجموع من الأشياء ذات صفات نوعية مشتركة .

39 ــ قضية محكمة Closed sentence

صيغة جيدة التكوين لا تحتوى متغيرات حرة .

40 ــ تقييد ــ حصر ــ احكام Closure

عندما نستهل صيغة معينة بسور معين فاننا نهدف إلى أن نقيد ونحكم كافة المتغيرات الحرة فى تلك الصيغة ، إذا وضعنا السور الكلى كان (إحكاماً كلياً) ، وإذا وضعنا سوراً وجودياً كان إحكاماً جزئياً أى وجودياً .

41 ــ حد جمعى Collective term

الحد الذى ينطبق ــ فى المنطق التقليدى ــ على مجموعة الأشياء التى تكون وحدة فيما بينها .

42 ـــ منطق توافقى [التحليل] Combinatory Logic

أحد فروع المنطق الرياضى ، يهتم بعمليات وضع الدالات ومن ثم عملية وضع قيم لتلك الدالات . تحل الدالات فى هذا النسق محل المتغيرات بصورة كاملة .

43 ـــ مبدأ التبادل Commutation

تتكون صيغة تكافؤ صحيح ، طبقاً لهذا المبدأ فى حالة :

I ـــ دالة الفصل بين قضيتين تكافىء دالة فصل مكونة من نفس القضيتين بعد تبادل مواضعهما (ق V ل) ≡ (ل V ق)

II ـــ دالة الوصل بين قضيتين تكافىء دالة وصل مكونة من نفس القضيتين بعد تبادل مواضعهما (ق . ل) ≡ (ل . ق)

44 ـــ التمام Complement

عدد يمثل الوجه السالب لعدد مفترض .

45 ـــ تمام مجموعة Complement of Set

مجموعة لها من الأعضاء كافة المفردات التى استبعدت فقط من عضوية مجموعة .

46 ـــ الاكتمال Completeness

صفة تطلق على النسق الاستنباطى إذا تم البرهنة على كل صيغة من الصيغ جيدة التكوين التى يحتويها النسق .

47 ـــ مجموعة تامة Complete Set

مجموعة كل أعضاؤها مجموعات فرعية لها .

48 ـــ أغلوطة التركيب (التأليف) Composition, fallacyof

أغلوطة غير صورية ، ينشأ عنها لبس واشتباه ، حيث يبرهن من خلالها أن ما يصدق على الأجزاء أو العناصر المكونة لكل أو مجموع يصدق بالتالى على هذا الكل أو المجموع .

49 ـــ قضية مركبة Compound Sentence

قضية تتكون من قضايا أخرى أجزاء لها .

50 ـــ نتيجة Conclusion

ما يستدل عليه من مقدمات حجة معينة ، وتقدم تلك المقدمات تسويغاً كافياً لها .

51 ـــ شرطى Conditional

52 ـــ طرف وصل Conjunct

تعبير يقع على يمين أو يسار ثابت الوصل .

53 ـــ الوصل Conjunction

I ـــ رابطة قضوية لدالة صدق ثنائية يعبر عنها بواو العطف .

II ـــ قضية مركبة بواسطة رابطة رئيسية هى « و » .

III ـــ تصدق دالة الوصل فى حالة واحدة : صدق طرفاها معاً .

54 ـــ رابطة Connective

I ـــ الرابطة القضوية عبارة عن رمز يستخدم مع قضية أو أكثر من قضية ويكون الناتج قضية جديدة .

II ـــ الرابطة الفئوية يبلغ تأثيرها إلى فئتين أو أكثر ، وتسمى الفئة الناتجة فئة مركبة .

55 ـــ رابطة منطقية Connective, Logical

العوامل الاجرائية فى منطق « بول » مثل : و ، أو ، ليس ..... و لا .

56 ـــ مفهوم Connotation

مجموعة السمات والخصائص المتفق عليها والتى تشكل فيما بينها فقط ما ينطبق على ماصدق حد من الحدود .

57 ــ نتيجة منطقية Consequence

قضية يتم استنتاجها من مجموعة معينة من القضايا .

58 ــ لاحق ، تال Consequent

تعبير يأتى على يسار ثابت اللزوم فى القضية الشرطية .

(ق ⊃ ل)

59 ــ الاتساق Consistency

I ــ يقال على مجموعة من العبارات أو القضايا أن ثمة اتساق بينها إذا وجد تفسير واحد على الأقل يقول بصدقها .

II ــ يصبح النسق متسقاً إذا لم يحتو ــ من بين مبرهناته ــ على صيغة صورية ونقيضها يمكن البرهنة عليهما من خلاله .

60 ــ الثابت Constant

رمز له معنى محدد ودقيق .

61 ــ القضية الحادثة (التركيبية) Contingent proposition

I ــ قضية ليست متناقضة تناقضاً ذاتياً ، ولا ضرورية ضرورة منطقية .

II ــ قضية لا يتوقف مصدر الصدق والكذب فيها على الصورة المنطقية وحدها بل يعود أيضاً إلى البحث التجريبى .

III ــ فى حالة استخدام قوائم الصدق ، فإنها تقال على قضية تحتمل الصدق والكذب فى البدائل الممكنة لها .

62 ــ تناقض ذاتى Contradiction, Self

اثبات قضية ونقيضها فى نفس الوقت .

63 ــ نقيض ــ متناقض Contradictory

I ــ القضيتان الحمليتان اللتين لا تصدقان معاً ولا تكذبان معاً متناقضتان .

II ـــ إذا كانت هناك قضيتان احداهما صادقة فالأخرى كاذبة ، وإذا كانت احداهما كاذبة فالأخرى صادقة بالضرورة .

III ـــيعتبر الحدان متناقضين إذا شكلا معاً عالم المقال ، واستبعد أحدهما الآخر .

IV ـــفى حالة استخدام قوائم الصدق تصبح القضية متناقضة إذا كانت كل قيم الصدق للبدائل الممكنة لها كاذبة .

64 ـــ التضاد Contrary

1 ـــ علاقة تنشأ بين قضيتين كليتين .

2 ـــ لا يمكن للقضيتين فى حالة التضاد أن تصدقا معاً ولكن قد تكذبان .

3 ـــ يطلق التضاد على الحدين اللذين لا يستنفدان عالم المقال ، وان كان أحدهما يستبعد الآخر .

65 ـــ النطاق العكسى لعلاقة ما Converse domain of a relation

هو صنف كل الحدود التى يكون شىء ما على علاقة معها .

66 ـــ عكس علاقة ما Converse of a relation

67 ـــ العكس (البسيط) Conversion

نمط من الاستدلال المباشر ـــ فى المنطق التقليدى ـــ ينشأ عندما يحل الموضوع والمحمول فى قضية ما الواحد محل الآخر ، ويبقى نفس السور . وتحتفظ القضية الناتجة بنفس قيم الصدق كما هى فى القضية الأصلية . ويتم العكس على هذه الصورة فى القضيتين الحمليتين الكلية السالبة والجزئية الموجبة .

68 ـــ العكس بالعرض Conversion per accidens

عكس تحديدى ، وينشأ عندما تعكس القضية الكلية الموجبة حيث يحل الموضوع والمحمول الواحد محل الآخر ، ويصبح السور الكلى سوراً جزئياً . وللقضية الناتجة نفس قيمة صدق القضية الأصلية .

69 ــ رابطة Copula.

كلمة أو عدة كلمات تربط بين حدين يشيران إلى الموضوع والمحمول فى القضية الحملية ، وتظهر فى اللغة الانجليزية مشتقة من الفعل يكون « to be » ، ولا تظهر فى العربية فى معظم الأحيان على سبيل الاستحسان .

70 ــ التضايف المشترك Correlation

احدى خصائص العلاقات ، ويندرج تحتها علاقات من نوع : واحد بواحد ، واحد بكثير ، كثير بواحد ، كثير بكثير .

71 ــ المتضايفات Correlatives

مثل « صادق » و « كاذب » ، لا نستطيع أن نقول ــ فى رأى « رسل » ــ عن شيء أنه كان صادقاً إلا إذا كان يمكن أن يكون كاذباً ، ومن ثم فالقضية تعد نموذجاً لثنائية الصدق والكذب .

72 ــ نتيجة لازمة Corollary

قضية تلزم عن إحدى المبرهنات ، وليس ثمة حاجة لتبرير إضافى لبيان صدقها . وجمعها نتائج Corrollaries .

D

73 ــ استنباط Deduction

حجج وبراهين صورية يثبت فيها صدق النتيجة بناءً على صدق المقدمات ، بحيث تستلزم المقدمات النتيجة . وفى حالة ارتباط المقدمات بنقيض النتيجة ينشأ تناقض .

74 ــ مبرهنة الاستنباط Deduction theorem

« ميتامبرهنة » Metatheorem لنسق منطقى معين تقرر أنه إذا كان يمكن الانتقال من الافتراضات ق١ ، ق٢ ، .... ، قن لنثبت (ل) ، فإنه يمكن الانتقال من الافتراضات ق١ ، ق٢ ، .... ، قن ـ ١ لنثبت أنه فى حالة « قن » إذن « ل » .

75 ـــ مُعرّفات — Definables

76 ـــ يُعرّف — Define

إقرار قيمة لمتغير أو رمز .

77 ـــ المعرَّف — Definiendum

موضوع التعريف .

78 ـــ وصف محدد — Definite description

وصف ينطبق على شيء واحد بعينه دون سواه .

79 ـــ نظرية الأوصاف المحددة — Definite descriptions, theory of

نظرية قال بها « رسل » وتعنى بحذف أوصاف محددة ـــ خلال سياق معين ـــ على أن يحل محلها تعبير لغوى مكافىء .

80 ـــ برهنة ـــ برهان — Demonstration

حجة استنباطية ـــ نقترحها ـــ تنتظم مجموعة معينة من القضايا .

81 ـــ مبرهنات دى مورجان — De Morgan's theorems

صور منطقية لتكافؤ صحيح تقرر أن :

I ـــ انكار الوصل القائم بين قضيتين يكافىء الفصل القائم بين هاتين القضيتين فى حالة انكار كل منهما على حدة .

~ (ق . ل) ≡ (~ ق V ~ ل)

II ـــ انكار الفصل القائم بين قضيتين يكافىء الوصل القائم بين هاتين القضيتين فى حالة انكار كل منهما على حدة .

~ (ق V ل) ≡ (~ ق . ~ ل)

82 ـــ ماصدق — Denotation

مجموعة أو فئة من الأشياء ينطبق عليها ـــ دون سواها ـــ حد بعينه .

83 ــ انكار المقدم Denying the antacedent

أغلوطة صورية تنشأ عندما تأتى المقدمة الصغرى ــ فى قياس شرطى من نوع « الرفع بالرفع » ــ نافية للمقدم فى المقدمة الكبرى .

84 ــ اشتقاق Derivation

تعاقب محدود من صيغ جيدة التكوين فى نسق منطقى ، يبدأ بافتراض ما شريطة أن يكون صيغة جيدة التكوين ، إلا أن هذه الصيغة ليست إحدى بديهيات أو مبرهنات هذا النسق .

85 ــ قاعدة التحليل Detachment, Rule of

86 ــ رسم بيانى منطقى Diagram, Logical

يمثل الرسم أو التخطيط من هذا النوع العناصر المنطقية والعلاقات القائمة بينها لأحد الأنساق المنطقية .

87 ــ قياس الاحراج Dilemma

برهان استنباطى يتكون من مقدمتين احداهما تربط بين قضيتين شرطيتين ، والمقدمة الأخرى قضية فصل . وقياس الاحراج المثمر الذى يحوى قضية فصل يثبت السابق فى المقدمة الشرطية بينما قياس الاحراج الهدام الذى يحوى مقدمة فصل تنكر التالى فى المقدمة الشرطية . ويعد قياس الاحراج بسيطاً إذا احتوى ثلاثة حدود متمايزة ، ومركباً إذا إحتوى أربعة حدود متمايزة .

89 ــ الفصل [الجمع المنطقى] Disjunction

I ــ رابطة لدالة صدق ثنائية نقرؤها : « أو » .

II ــ قضية مركبة والثابت الرئيسى فيها : « أو » .

III ــالفصل نوعان : قوى مانع Exclusive أو ضعيف شامل Inclusive .

(١) ينشأ الفصل القوى بين عنصرى دالة فصل بحيث تصدق الدالة فى حالة صدق أحد العنصرين فقط وليس كليهما .

(ب) ينشأ الفصل الضعيف بين عنصرى دالة فصل بحيث تصدق هذه الدالة فى حالة صدق أحد العنصرين أو صدقهما معاً .

90 ـــ قياس منفصل **Disjunctive Syllogism**

صورة برهان صحيح يتكون من مقدمتين ونتيجة . المقدمة الأولى منفصلة ، بينما المقدمة الثانية تأتى انكاراً لأحد عنصرى القضية المنفصلة ، والنتيجة هى العنصر الآخر . (ق V ل) . ~ ق ⊃ ل

91 ـــ حد مستغرق **Distributed term**

يقال عن حد ـــ فى القضية الحملية فى صورتها المعهودة ـ أنه مستغرق إذا أصدر حكماً ما على كل أعضاء الفئة التى يشير إليها . يُستغرق الموضوع فى القضية الكلية الموجبة ولا يستغرق المحمول . ويستغرق الموضوع والمحمول معاً فى القضية الكلية السالبة . ولا يستغرقان فى الجزئية الموجبة . ويستغرق المحمول فقط فى الجزئية السالبة .

92 ـــ التوزيع **Distribution**

صورة منطقية لتكافؤ صحيح تقرر أن :

I ـــ إذا ارتبطت قضية بثابت الوصل مع ثابت الفصل القائم بين قضيتين أخريين فإن الناتج يكافىء ثابت الفصل القائم بين وصل القضية الأولى والثانية من جهة والقضية الأولى والثالثة من جهة أخرى .

[ق . (ل V م)] ≡ [(ق . ل) V (ق . م)

II ـــ إذا قام ثابت الفصل بين قضية والوصل القائم بين قضيتين أخريين فإن الناتج يكافىء ثابت الوصل القائم بين فصل القضية الأولى عن الثانية من جهة والقضية الأولى عن الثالثة من جهة أخرى .

[ق V (ل . م)] ≡ [(ق V ل) . (ق V م)]

93 ـــ أغلوطة التقسيم Division, fallacy of

أغلوطة غير صورية تشير إلى الغموض الناشىء عن البرهنة على أن مايصدق على الكل أو المجموع يجب أن يصدق على عناصره أو أجزائه .

94 ـــ نطاق العلاقة Domain of a relation

صنف كل الحدود التى تكون لها العلاقة « ع » مع شيء ما .

95 ـــ نطاق التفسير Domain of interpretation

صنف كل المفردات التى تدخل فى مجال أحد المتغيرات .

96 ـــ نقطة (فى الكتابة) Dat

الوسيلة التى نعبر بها عن الوصل كرابطة قضوية لدالة صدق وتكتب « . » .

97 ـــ النفى المزدوج Double negation

I ـــ لنفترض أن لدينا قضية ، ننفى أولاً هذه القضية ، ثم نعيد نفيها . وإذا كانت القضية الأصلية صادقة فإن ناتج النفى المزدوج لها صادق أيضاً .

II ـــ ونعبر عنها بالتكافؤ بين قضية والنفى المزدوج لهذه القضية :

ق ≡ ~ ~ ق

98 ـــ علاقة إثنينية Dyadic relation

E

99 ـــ اما ... أو Either ..... or

عبارة تستخدم أحياناً للاشارة إلى الانفصال القائم بين تعبيرين .

100 ـــ عنصر فى فئة Element of a Class

(عضو فى فئة) .

101 ــ فئة فارغة Empty Class

102 ــ علاقة لزوم (الاستلزام) Entailment

علاقة تنشأ بين قضيتين عندما نستنتج احداهما من الأخرى . أو المضى من بعض المقدمات إلى نتائج تستلزمها المقدمات .

103 ــ قياس اضمارى (مضمر) Enthymeme

قياس لا تعلن فيه احدى المقدمتين أو النتيجة ، ويأتى على ثلاثة مستويات ؛ الأول لا تعلن فيه المقدمة الكبرى ، ولا تعلن فى الثانى المقدمة الصغرى ، بينما لا تعلن النتيجة فى المستوى الثالث .

104 ــ منطق المعرفة Epistemic Logic

105 ــ القضية E E - Proposition

قضية حملية كلية سالبة ، تأخذ الصورة (لا ع هو ح) .

106 ــ فئات متساوية Equinumerous Classes

تعبير يطلق على فئتين متساويتين فى عدد أعضائها ، بحيث يقابل كل عضو فى الفئة الأولى عضواً من الفئة الثانية .

107 ــ تكافؤ منطقى Equivalence, Logical

تتكافأ قضيتان تكافؤاً منطقياً إذا كانت القضية الشرطية المزدوجة bioconditional التى توضح تكافؤهما تأتى على هيئة تحصيل حاصل .

108 ــ تكافؤ مادى Equivalence, material

تتكافأ قضيتان تكافؤاً مادياً إذا كانا يصدقان معاً أو يكذبان معاً .

109 ــ علاقة تكافؤ Equivalence relation

علاقة تتسم بأنها عكسية وتماثلية ومتعدية فى نفس الوقت .

110 ــ متكافئات فى قيم الصدق Equivalent in truth value

صيغ أو صور القضايا التى تصدق فى نفس الوقت أو تكذب فى نفس الوقت .

111 ــ أغلوطة الالتباس — Equivocation

أغلوطة غير صورية تعكس الغموض الناتج عن استخدام كلمة أو عبارة بأكثر من معنى فى نفس الحجة التى نسوقها .

112 ــ أشكال « إِلَرْ » التخطيطية — Euler diagrams

أشكال دائرية من وضع « ليونارد الر » يمثل بها للعلاقات بين الفئات .

113 ــ قانون الثالث المرفوع — Excluded middle, law of

أحد القوانين الأساسية فى المنطق ، يقرر أن القضية إما أن تكون صادقة أن كاذبة . (ق ∨ ~ ق) .

114 ــ تعميم وجودى — Existential generalization

قاعدة للاستدلال تشير إلى اضافة سور وجودى لقضية أو لدالة قضية .

115 ــ تقرير وجود — Existential import

صفة تطلق على القضية الحملية إذا كانت حدود الموضوع والمحمول فيها ــ وتمام هذه الحدود ــ لا تنطوى على فئات فارغة .

116 ــ سور وجودى — Existential quantifier

رمز يضاف إلى المتغير ويوضع على يمين صيغة جيدة التكوين . ويُقرأ فى غالب الأمر : « يوجد فرد واحد على الأقل ... » .

117 ــ قانون التصدير — Exportation

صورة منطقية لتكافؤ صحيح تقرر أنه :

إذا كان الوصل بين قضيتين يلزم عنه قضية ثالثة ، فإن هذا التعبير يكافىء اللزوم الرابط بين القضية الأولى من جهة واللزوم الناشىء بين القضيتين الثانية والثالثة . ونعبر عن ذلك رمزياً :

[(ق . ل) ⊃ م] ≡ [ق ⊃ (ل ⊃ م)]

Extension — 118 ـــ ماصدق

Extensionality, axiom of — 119 ـــ بديهية الماصدقية

احدى بديهيات نظرية المجموع ، تقرر أنه فى حالة وجود مجموعتين ، إذا كان شيء ما عضواً فى المجموعة الأولى وهو عينه عضو فى المجموعة الثانية فالمجموعتان متطابقتان .

F

Fallacy — 120 ـــ أغلوطة

استنتاج أو حجة فاسدة . وتنقسم المغالطات إلى نوعين : صورية وغير صورية .

I ـــ تعبر المغالطة الصورية عن خطأ فى الاستنتاج ناشيء عن صورة الحجة لا محتواها . انها صورة برهنة استنباطية لا ينتج صدق النتيجة فيها عن صدق المقدمات .

II ـــ أما المغالطات غير الصورية فتنقسم بدورها إلى نوعين : مغالطات العلاقة ومغالطات الغموض ؛

(ا) تحدث مغالطة العلاقة عندما لا تتعلق مقدمات حجة ما بنتيجتها وتعجز عن اثبات صدقها .

(ب) تنشأ مغالطة الغموض عندما نستخدم حداً واحداً على الأقل خلال الحجة التى نسوقها بأكثر من معنى ، أو عندما نصوغ عبارة أو جملة صياغة منقوصة غير وافية .

Field of a relation — 121 ـــ مجال العلاقة

تنشأ عندما نوحد بين نطاق العلاقة ونطاقها العكسى .

Figure — 122 ـــ شكل القياس

يتحدد شكل القياس بموضع الحد الأوسط . هناك أربعة أشكال : الأول : ويأتى الحد الأوسط فيه موضوعاً فى المقدمة الكبرى ومحمولاً فى الصغرى .

الثانى : يأتى الحد الأوسط محمولاً فى المقدمتين .
الثالث : ويأتى موضوعاً فى المقدمتين .
الرابع : ويأتى محمولاً فى الكبرى وموضوعاً فى الصغرى .

123 ـــ بالنسبة لأى من — For any

احدى الطرق التى نقرأ بها رمز التسوير الكلى .

124 ـــ صورة (القياس) — Form

خاصية للقياس ، تتحدد من خلال شكله وضربه .

125 ـــ أنساق صورية — Formal Systems

هى لغات ذهنية غاية فى التجريد وتتكون من بديهيات ومبرهنات ، وتشكل الرموز نقاط البدء الأولية لها ، أما تفسير هذه الأنساق فيتم فى نطاق ما بعد اللغة .

126 ـــ قواعد التكوين — Formation rules

تعنى هذه القواعد بتحديد نوع التركيبات الرمزية التى تشكل صيغاً جيدة التكوين لنسق منطقى معين ، وسبل استبعاد بقية التركيبات غير الصالحة لهذا النسق .

127 ـــ صيغة — Formula

سلسلة محدودة من الرموز الأولية تخص نسقاً منطقياً بعينه .

128 ـــ متغير حر — Free Variable

المتغير عندما لا يقع فى نطاق السور .

130 ـــ الدالة — Function

1 ـــ تطابق واحد مع كثير .
2 ـــ عملية إجرائية تنطبق على حجة أو على مجموعة مرتبة من الكيانات .

131 ـــ حساب دوال القضايا (من المستوى الأول)
Functional Calculus, first order

تطوير بديهى للمبادىء المنطقية التى تحكم عملية تسوير المتغيرات الفردية وذلك للبرهنة على صحة الحجج واثبات الحقائق المنطقية . ويشتمل مثل هذا النسق المنطقى على رموز حساب القضايا والمتغيرات الفردية ومتغيرات الدوال والأسوار ذات المتغيرات الفردية بوصفها متغيراتها الاجرائية ، والدوال ذات المتغيرات الفردية والثوابت بوصفها حججاً لها .

G

132 — تعميم Generalization

قاعدة استدلالية تفيد اضافة سور إلى يمين تعبير معين .

133 — ترقيم « جيدل » Gödel numbering

تعيين عدد طبيعى لكل عنصر من عناصر النسق الصورى .

134 — مبرهنة الاكتمال عند « جيدل » Gödel's Completeness theorm

مبرهنة « لكورت جيدل » تقرر أن كل صيغة جيدة التكوين وصحيحة فى منطق من المستوى الأول تعد مبرهنة لهذا النسق .

135 — مبرهنات النقص عند « جيدل » Gödel's incompleteness theorms.

مبرهنات لكورت جيدل تقرر أنه :

1 — توجد صيغة صحيحة جيدة التكوين لنسق متسق ، لكنها غير قابلة للبرهنة داخل هذا النسق .

2 — مع التسليم بوجود نسق متسق فإنه لا يمكن وجود برهان لاتساق هذا النسق من داخله .

H

136 — حدوة الحصان Horseshoe

اسم العلامة التى تشير إلى ثابت اللزوم كما نكتبه : « ⊂ » .

137 — شرطى — Hypothetical

138 — قياسى شرطى — Hypothetical Syllogism

صورة حجة برهانية صحيحة تتكون من مقدمتين ونتيجة . المقدمة الأولى قضية لزوم ، والمقدمة الثانية قضية لزوم هى الأخرى يأتى المقدم فيها ما كان تالياً فى المقدمة الأولى ، والنتيجة قضية لزوم أيضاً (شرطية) : مقدمها مقدم الأولى وتاليها تالى الثانية .

I

139 — مطابق للكذب (كذب مطبق) — Identically false

يقال على صيغة جيدة التكوين فى حساب القضايا عندما تأتى قيم صدقها « كاذبة » فى كافة الحالات الممكنة لها .

140 — مطابقة للصدق (صدق مطلق) — Identically true

يقال على صيغة جيدة التكوين فى حساب القضايا عندما تأتى قيم صدقها « صادقة » فى كافة الحالات الممكنة لها .

141 — هُوَيَّه — Identity

علاقة تنشأ بين الشىء وذاته .

142 — قانون الهوية — Identity, Law of

أحد قوانين المنطق الأساسية ويفيد أن كل قضية تكافىء ذاتها :

[ق ≡ ق]

143 — إذا — If

حرف يفيد الاشارة إلى قضية لزومية (شرطية) .

144 — إذا [فى حالة الشرط فقط] — If and Only if

عبارة تستخدم أحياناً للاشارة إلى قضية شرطية مزدوجة .

145 ــ إذا ...... إذن If ..... then

عبارة تستخدم أحياناً للاشارة إلى اللزوم [إذا كان (ن) ... إذن (ل)] .

146 ــ تجاهل المطلوب Ignoratio elenchi

أغلوطة غير صورية تتعلق بمحاولات البرهنة على نتيجة بعينها إلا أن هذه المحاولات تتقدم تجاه البرهنة على نتيجة أخرى .

147 ــ استدلال مباشر Immediate inference

أحد أنواع الاستدلال فى المنطق التقليدى ، ينتقل من مقدمة واحدة إلى نتيجة ، ويشمل أنواعاً عدة : التناقض ، التضاد ، النقض الدخول تحت التضاد ، التداخل ، العكس ، النقض ، عكس النقض .

148 ــ قضية لزومية (شرطية) Implication

قضية مركبة والرابط الأساسى فيها : « إذا كان ... فان ... » ، وتستخدم للتعبير عن حالات كثيرة : (ا) التعريفات ، (ب) عكس أو نقض القضايا الشرطية الواقعية ، (حـ) القضايا الشرطية التى تقول بصدق المقدم فيها فقط (ء) التعميمات (هـ) القضايا المعبرة عن لزوم مادى (و) قضايا اللزوم المنطقى (ز) الانكار (ع) التأكيد . وتحتوى هذه القضية على عنصرين أساسيين هما : السابق أو الملزوم implicans ، واللاحق أو اللازم Implicates .

149 ــ يلزم عنه ، يستلزم Implies

كلمة نستخدمها أحياناً فى الاشارة إلى اللزوم فى القضية الشرطية (ن يستلزم ل) .

150 ــ نقيضة « مالا يمكن حمله » Impredicable paradox

تناقض ينشأ عن محاولة الاجابة على السؤال :

هل العبارة « مالا يمكن حمله » « مما لا يمكن حمله على ذاته » ؟
ــ راجع نظرية الأنماط فى أحد الكتب المنطقية المعتمدة لمزيد من تفصيل .

151 ــ تضمن ــ احتواء Inclusion

علاقة بين مجموعتين بحيث يكون كل أعضاء المجموعة الأولى أعضاء فى المجموعة الأخرى .

152 ــ (نسق) غير متسق Inconsistent

صفة تطلق على نسق يمكن البرهنة من خلاله على صيغة ونقيضها ، بوصفهما مبرهنات تدخل فى تكوين هذا النسق .

153 ــ الاستقلال Independence

I ــ احدى خصائص البديهيات ، ويعنى ألا تكون بديهية ما قابلة للاشتقاق من بقية بديهيات النسق الذى تنتمى إليه .

II ــ تطلق على احدى قواعد الاستدلال ويفيد عدم قابليتها للاشتقاق من بقية قواعد الاستدلال الخاصة بنسق معين .

154 ــ برهان غير مباشر Indirect proof

حجة للبرهنة على صحة نتيجة ببيان أن نقيضها يوقعنا فى التناقض إذا وضعناه نتيجة لمقدمات تلك الحجة .

155 ــ الاستقراء Induction

حجة ننتقل فيها من مقدمات إلى نتيجة ، إلا أن صدق المقدمات غير كاف لاثبات صدق النتيجة اثباتاً كاملاً . وإذا حدث أن ارتبطت مقدمات هذا النوع من البراهين بنقيض النتيجة المعهودة فلن ينشأ تناقض كما هو الحال فى الاستنباط .

156 ــ استدلال Inference

اشتقاق قضية تسمى النتيجة من قضية أخرى أو من عدة قضايا نسميها مقدمات .

157 ــــ أغلوطة غير صورية　　Informal fallacy

(راجع أغلوطة) .

158 ــــ مفهوم　　Intension

لفظ يستخدم أحياناً مرادفاً للفظ معنى « Sense » .

راجع مفهوم Connotation .

159 ــــ علاقة لازمة　　Intransitive relation

علاقة لا متعدية ، مفادها أنه إذا كان لحد أول علاقة بحد ثان ، ونشأت نفس العلاقة بين الحد الثانى وحد ثالث ، فلا يعنى ذلك قيام نفس العلاقة بين الحد الأول والحد الثالث .

160 ــــ حجة فاسدة　　Invalid argument

هى حجة لا ينشأ فيها صدق النتيجة عن صدق المقدمات .

161 ــــ النقض　　Inversion

I ــــ الأخذ بالقيمة البديلة .

II ــــ فى جبر « بول » تعنى الأخذ بالحد المقابل لـ « ليس » Not .

III ــــأحد أنواع الاستدلال المباشر فى المنطق التقليدى ، وفيه نستنتج من قضية قضية جديدة يكون موضوعها نقيض موضوع القضية الأصلية .

162 ــــ القضية I　　I - Proposition

قضية حملية جزئية موجبة ، تأخذ الصورة « بعض ع هو ح » .

163 ــــ علاقة لا انعكاسية　　Irreflexive relation

تطلق العلاقة اللاانعكاسية على الحد عندما لا يقيم علاقة مع ذاته . مثل علاقة « والد » .

164 ــ شرط كاف لـ .... Is a Sufficient Condition for

عبارة تستخدم أحياناً فى الاشارة إلى اللزوم .

(ق) شرط كاف لـ (ل) .

165 ــ مكافىء لـ .... مساو لـ Is equivalent to

الطريقة التى نقرأ بها الرابطة القضوية الثنائية لدالة صدق ، تكتب هكذا ≡ .

166 ــ لازم عن Is implied by

عبارة تستخدم أحياناً فى الاشارة إلى اللزوم :

(ل لازم عن ق) .

167 ــ لا يساوى Is not equal to

الطريقة التى نقرأ بها الرابطة القضوية الثنائية لدالة صدق ، وتكتب هكذا ≠ ، ≢ ، ≢ .

168 ــ لا يكافىء Is not equivalent to

الطريقة التى نقرأ بها الرابطة القضوية الثنائية لدالة صدق ، تكتب هكذا ≠ ، ≢ ، ≢ .

169 ــ تماثل فى البنية Isomorphism

مطابقة واحد بواحد .

J

170 ــ رابط ــ واصل Junctor

رابطة قضوية مثل : و ، أو ، ليس .

L

171 ـــ قوانين الفكر — Laws of thought

ثلاث حقائق عامة فى المنطق ، تعد أساساً يستند إليه كل تفكير سليم . قانون الهوية (ق ⊂ ق)، قانون التناقض ~ (ق . ~ ق)، قانون الثالث المرفوع (ق V ~ ق) .

172 ـــ قوانين التمام — Laws of Complementation

I ـــ الجمع المنطقى لأى فئة مع تمام هذه الفئة مساو للفئة الشاملة .

II ـــ الضرب المنطقى لأى فئة فى تمام هذه الفئة مساو للفئة الفارغة .

173 ـــ قوانين الفئة الفارغة — Laws of the null Class

I ـــ الجمع المنطقى لأى فئة مع الفئة الفارغة مساو لتلك الفئة .

II ـــ الضرب المنطقى لأى فئة بالفئة الفارغة مساو للفئة الفارغة .

174 ـــ قوانين الفئة الشاملة — Laws of the Universe Class

I ـــ الجمع المنطقى لأى فئة مع الفئة الشاملة مساو للفئة الشاملة .

II ـــ الضرب المنطقى لأى فئة بالفئة الشاملة مساو لتلك الفئة .

175 ـــ نقيضة الكذاب — Liar Paradox

تناقض ينشأ عند محاولة الاجابة على التساؤل :

« يقول رجل : أنه يكذب . هل ما يقوله صدق أم كذب ؟

إذا كان صادقاً فى قوله فهو كاذب ، وإذا كان كاذباً فى قوله فهو صادق .

176 ـــ المنطق — Logic

دراسة الأنواع المختلفة لصور الاستدلال بشقيه الاستنباطى والاستقرائى ، وذلك من خلال لغات طبيعية وأخرى مصطنعة .

177 ــ كذب منطقى — Logical falsehood

I ــ قضايا يبرهن على كذبها من خلال المنطق وحده .

II ــ قضايا تتنافى مع الحقائق المنطقية .

178 ــ صورة منطقية — Logical form

بنية عبارة أو حجة تتعين من خلال حدود أو ألفاظ من نوع : كل ، ليس ، بعض ، و ، أو .

179 ــ اللزوم المنطقى — Logical implication

I ــ علاقة بين قضيتين احداهما مستنتجة من الأخرى .

II ــ علاقة تنشأ بين لاحق نستدل عليه بطريقة سليمة من سابق عليه ، سواء كان السابق قضية مفردة أو عدة قضايا .

III ــ من تحصيل الحاصل أنه إذا كان يلزم عن المقدم ــ من الناحية المنطقية ــ تالٍ ، فإن هذا المقدم يلزم عنه ذلك التالى من الناحية المادية .

IV ــ قضية مركبة يأتى الرابط الأساسى فيها على هيئة : « إذا .... إذن » .

180 ــ نقيضة منطقية — Logical paradox

راجع : نقيضة .

181 ــ ضرب منطقى — Logical product

راجع : التقاطع ، الوصل .

182 ــ جمع منطقى — Logical Sum

راجع : الفصل .

183 ــ صدق منطقى — Logical truth

ما يؤدى انكاره إلى الوقوع فى التناقض .

184 ــ اللوجستيقا Logicism

مذهب « جوتلوب فريجه » و « برتراند رسل » فى القول بأن كل تصورات الرياضيات قابلة للاشتقاق من تصورات المنطق .

185 ــ منهج لوجستيقى Logistic method

دراسة أحد الانساق من خلال صياغته صياغة صورية .

186 ــ نسق لوجستيقى Logistic System

نسق يحتوى على :

I ــ قائمة بالرموز الأولية وبقية الرموز المعرفة .

II ــ معيار صورى لتحديد سلسلة الرموز التى تشكل صيغاً جيدة التكوين .

III ــ ما نسلم به كبديهيات من الصيغ جيدة التكوين .

IV ــ معيارى صورى لتحديد سلسلة الصيغ جيدة التكوين التى تشكل حججاً .

V ــ معيار صورى لتحديد سلسلة الصيغ جيدة التكوين التى تشكل المبرهنات .

M

187 ــ مقدمة كبرى Major premise

المقدمة التى تحتوى على الحد الأكبر فى القياس الحملى التقليدى .

188 ــ حد أكبر Major term

محمول النتيجة فى القياس الحملى التقليدى .

189 ــ منطق متعدد القيم Many - Valued Logic

نسق منطقى تحتوى صيغه على أكثر من قيمتين للصدق .

190 ــ اللزوم المادى Material implication

I ــ رابطة لدالة صدق ثنائية ونقرؤها : « إذا .... إذن » .

II ــ قضية مركبة برابطة رئيسية هي اللزوم المادي .

III ــ يكذب اللزوم المادي في حالة وحيدة فقط عندما يصدق المقدم ويكذب التالي ، ويصدق في بقية الحالات . وتتكافأ قائمة صدق دالة اللزوم مع قائمة صدق لقضيتين بينهما فصل مع سلب القضية الأولى منهما .

(ل ⊃ ق) = (~ ق ∨ ل)

191 ــ تحليل رياضي Mathematical analysis

192 ــ قائمة صدق Matrix

ترتيب الرموز من متغيرات وثوابت بطريقة متعامدة ، وتحديد قيم صدقها بناء على مجموعة من القواعد السابق تحديدها .

193 ــ استدلال غير مباشر Mediate inference

أحد أنواع الاستدلال في المنطق التقليدي ، ننتقل فيه من مقدمتين أو أكثر إلى نتيجة .

194 ــ ما بعد اللغة (اللغة الشارحة) Metalanguage

I ــ لغة نستخدمها في الكلام عن لغة أخرى هي اللغة الشيئية أو لغة الموضوع Object-Language .

II ــ لغة صورية تستخدم رموزاً خاصة لبيان خواص اللغة الشيئية .

195 ــ ما بعد ــ بعد اللغة Meta- metalanguage

I ــ لغة نستخدمها في الكلام عن لغة أخرى هي ما بعد اللغة .

II ــ لغة صورية تستخدم رموزاً خاصة لبيان خواص ما بعد اللغة .

196 ــ الحد الأوسط Middle term

حد يظهر في مقدمتي القياس الحملي التقليدي ولا يظهر في النتيجة .

197 — المقدمة الصغرى Minor premise

مقدمة تحتوى على الحد الأصغر فى القياس الحملى التقليدى .

198 — الحد الأصغر Minor term

الحد الذى يأتى موضوعاً للنتيجة فى القياس الحملى التقليدى .

199 — جهة Modality

خاصية فى القضايا تشير إليها بوصفها قضايا ثبوتية أو توكيدية أو احتمالية أو ضرورية ، أو ممكنة ، أو غير ضرورية ، أو ممتنعة .

200 — منطق مُوجَّه [منطق الجهات] Modal Logic

فرع من المنطق يعنى بالعلاقات الاستدلالية بين القضايا الموجهة ،

201 — منطق الجهات القضوى Modal Logic, Propositional

فرع من المنطق يُعنى بأفكار الامكان والضرورة والتكافؤ الدقيق واللزوم مقارنة بآليات وطرائق منطق القضايا .

202 — قياس الاثبات بالوضع Modus ponendo ponens

حجة صحيحة تتكون من مقدمتين ونتيجة . المقدمة الأولى شرطية (قضية لزومية) ، والمقدمة الثانية مثبتة للمقدم فى المقدمة الأولى ، والنتيجة مثبتة للتالى .

203 — قياس الرفع بالوضع Modus ponendo tollens

حجة صحيحة تتكون من مقدمتين ونتيجة . المقدمة الأولى شرطية منفصلة ، والمقدمة الثانية حملية استثنائية تثبت أحد البديلين فى المقدمة الأولى . وتأتى النتيجة سالبة للبديل الآخر .

204 — قياس الوضع بالرفع Modus tollendo ponens

حجة صحيحة تتكون من مقدمتين ونتيجة . المقدمة الأولى شرطية منفصلة ، والمقدمة الثانية حملية استثنائية تنفى أحد البديلين فى المقدمة الأولى . والنتيجة تثبت البديل الآخر .

205 ــــ قياس الرفع بالرفع Modus tollendo tollens

حجة صحيحة تتكون من مقدمتين ونتيجة . المقدمة الأولى قضية شرطية فى صورة لزوم ، وتأتى المقدمة الثانية سالبة للتالى فى المقدمة الأولى . والنتيجة سالبة للمقدم فى المقدمة الأولى .

206 ــــ قضية جزيئية Molecular sentence

قضية يدخل فى تكوينها قضايا أخرى . قارن بالقضية الذرية .

207 ــــ مونت كارلو Monte Carlo

منهج فى المحاولة والخطأ يستخدم فى وضع حلول تقريبية لمشكلات رياضية أو فيزيائية .

208 ــــ ضرب Mood

صورة معيارية لتصنيف القياس الحملى طبقاً للكم والكيف فى كل قضية من مكونات القياس

209 ــــ ضرب منطقى Multiplication, Logical

انظر الوصل Conjunction .

N

210 ــــ لا ــــ و Nand

ــــ اختصار للتعبير لا ــــ و not and .

ــــ رابطة قضوية لدالة صدق تكتب هكذا « | » وتقرأ : جرة قلم Stroke .

211 ــــ يكافىء بالضرورة Necessarily equivalent to

الطريقة التى نقرأ بها الرابطة القضوية الثنائية للتكافؤ ≡ .

212 ــــ شرط ضرورى Necessary Condition

يطلق على الشرط اللازم لوقوع حادث بعينه ، وعند غيابه يغيب الحادث .

213 ــ صدق ضرورى Necessary truth

انظر تحليل .

214 ــ نفى ــ سلب Negation

يعنى اضفاء قيمة صدق مغايرة ــ على تعبير معين ــ للقيمة الأصلية .

215 ــ جائزة الانعكاس Nonreflexive

تعبير يقال عن العلاقة عندما لا تكون انعكاسية ولا تكون لا انعكاسية وإنما بين هذه وتلك .

216 ــ جائزة التعدى Nontransitive

تعبير يقال عن العلاقة عندما لا تكون متعدية ولا تكون لازمة وإنما هى بين الأولى والثانية .

217 ــ لا ، ليس Not

ــ رابطة قضوية لدالة صدق مفردة ، تغير قيمة صدق تعبير ما (قضية) إلى قيمة الصدق المقابلة .

ــ الطريقة التى نقرأ بها عن رابطة قضوية لدالة صدق مفردة تكتب بعدة أشكال : ~ ، ¯ ، ـ .

218 ــ نظام التدوين الرمزى Natation System

مجموعة محددة من الرموز والحروف تنتظم فى علاقات معينة سلفاً للتعبير عن معلومات ومعارف وما يلزم عنها فى اطار نسقى .

219 ــ مجموعة (فئة) فارغة Null Set

مجموعة بلا أعضاء .

220 ــ عــدد Number

كيان رياضى يشير إلى كم بعينه .

O

221 ــ نقض — Obversion

نمط من الاستدلال المباشر فى المنطق التقليدى ، يتسنى لنا باجراء تغيير مناسب على سور القضية بعد نقض محمولها من جانبنا ، بشرط أن يكون للقضية المستنتجة نفس قيمة صدق القضية الأصلية .

222 ــ اجراء منطقى — Operation, Logical

التوصل إلى نتيجة بعد تطبيق قواعد معينة سلفاً ، ومنها : الوصل ، والفصل ، والنفى .

223 ــ القضية O — O - Proposition

قضية حملية جزئية سالبة ، تأخذ الصورة : « بعض ع ليس ح » .

224 ــ أو — Or

أداة تستخدم للدلالة على الفصل بين تعبيرين .

P

225 ــ نقيضة ــ مخالفة ، مفارقة — Paradox

قضية تؤدى إلى تناقض فى حالة افتراض صدقها ، وإذا ما كان نقيض قضية ما صادقاً فإنه يؤدى إلى تناقض أيضاً . يمكن أن تنقسم النقائض إلى :

ــ نقائض منطقية ، وترتبط باستخدام رموز منطقية وتوجد فى اللغة الشيئية .

ــ نقائض السيمانطيقا : وترتبط باستخدام تصورات علم معانى المفردات وتوجد فى اللغة الشارحة .

226 ــ مفارقة اللزوم المادى — Paradox of material implication

القضايا ق ⊃ (ل ⊃ ق)

~ ق ⊃ (ق ⊃ ل)

من قضايا تحصيل الحاصل من الناحية الرمزية إذ أن اللزوم فيهما منطقي ، أما إذا تمت صياغتهما باللغة العادية للتعبير عن لزوم مادى نتج ما يعرف بمفارقة اللزوم المادى . وهى نقيضة تنتج عندما تخطىء رابطة قضوية لدالة صدق ذات لزوم مادى فى مقابل اللزوم المنطقى . ولهذا فإنه فى حالة أى لزوم من الخطأ أن نستنتج صدق تعبير ما فى حالة صدق التالى سواء كان السابق صادقاً أو لم يكن ، أو أن نستنتج صدق تعبير فى حالة كذب السابق سواء كان التالى صادقاً أو لم يكن .

227 ــ قياس فاسد — Paralogism

228 ــ مفرد — Particular

ما يؤخذ على أنه وحدة مستقلة .

229 ــ قضية جزئية موجبة — Particular affirmative proposition

قضية حملية صورتها « بعض ع هو ح » .

230 ــ قضية جزئية سالبة — Particular negative proposition

قضية حملية صورتها « بعض ع ليس ح » .

231 ــ قضية جزئية — Particular proposition

232 ــ مصادرات « بيانو » — Peano's postulates

خمس مصادرات وضعها « جيوسيب بيانو » ليقوم عليها علم الحساب كنسق فرض استنباطى .

233 ــ بالعَرَض — Per accidens

234 ــ الشكل التام — Perfect figure

الشكل الأول من القياس .

— المصادرة على المطلوب Petitio principii

مغالطة تنشأ عندما نجعل المطلوب ذاته مقدمة في قياس نتيجته عين المطلوب ، بحيث نسلم من المبدأ بصدق ما نود البرهنة عليه .

— الأقيسة المركبة Polysyllogism

سلسلة مترابطة من الأقيسة بحيث تكون نتيجة الواحد منها مقدمة للقياس الذى يليه .

— مغالطة العلة الزائفة Post hoc, ergo propter hoc

وتعنى أن نأخذ ما ليس علة على أنه علة Non Causa pro Causa ، لا لشيء إلا أنه يتقدم شيئاً آخر أو يسبقه في الحدوث .

2 — مصادرة Postulate

2 — دقـة Precision

درجة الاحكام فى تعيين كم ما .

2 — حد المحمول Predicate term

هو ذلك الحد الذى يقع فى القضية الحملية فى صورتها المثلى بين الرابطة ونهاية القضية .

24 — حساب المحمول Predicate Calculus

انظر « حساب دالات القضايا » .

24 — ثابت المحمول Predicate Constant

يشار إليه بحرف بنطه عريض ، ويختار فى أغلب الأمر من الحروف الأولى للتهجى ، ويستخدم فى تعيين خاصية متميزة أو علاقة .

243 — متغير المحمول Predicate Variable

يشار إليه بحرف بنطه عريض أيضاً ، ويختار فى العادة من الحروف الوسطى للتهجى ، ويمكن أن يستبدل بخواص مميزة أو بعلاقات .

244 ــ الحمل Predication

الحاق صفة ، أو خاصية ، أو ميزة ، أو سمة بفرد ما .

245 ــ مقدمـــة Premise

قضية تأتى فى حجة أو قياس تعد بينة أو سبباً للتسليم بقضية أخرى نسميها « نتيجة » .

246 ــ أولى Prime

عدد لا يقبل القسمة إلا على نفسه وعلى واحد .

247 ــ الأساس الأولى Primitive basis

مجموعة الرموز والبديهيات والقواعد الخاصة بالصياغة والاستدلال فى أحد الأنساق المنطقية .

248 ــ رموز أولية Primitive Symbols

رموز لا معرَّفة فى أحد أنساق المنطق ، إلا أنها تستخدم فى تعريف بقية رموز هذا النسق بالذات .

249 ــ مبدأ عدم التناقض Principle of Contradiction

مبدأ منطقى يقرر أن القضية لا يمكن أن تكون صادقة وكاذبة فى نفس الوقت . ~ (ق . ~ ق) .

250 ــ مبدأ الهُويَّة Principle of Identity

مبدأ منطقى يقرر أنه إذا كانت قضية ما صادقة ، فهى صادقة .

(ق ⊃ ق)

251 ــ مبدأ الثالث المرفوع Principle of excludel middle

مبدأ منطقى يقرر أن القضية إما أن تكون صادقة أو كاذبة .

(ق ~ V ق)

252 ــ قضية احتمالية Problematic proposition

قضية قد تصدق ، إلا أنها لا تصدق بالضرورة .

253 ــ برهان Proof

مجموعة محددة من صيغ جيدة التكوين ينتظمها أحد الانساق المنطقية فى سلسلة واحدة ، بحيث تصبح كل صيغة احدى بديهيات هذا النسق ، أو يستدل عليها ــ فى إطار قاعدة الاستدلال ــ من نفس التسلسل . وتشكل الصيغة الأخيرة فى السلسلة ما نود البرهنة عليه .

254 ــ الفئة التامة Proper Class

الفئات التى ليست أعضاء فى فئات أخرى . فئة كل الفئات .

255 ــ قضية Proposition

ــ عبارة تقريرية تحتمل الصدق والكذب .
ــ معنى ينطبق على كل العبارات التى تقرر شيئاً واحداً .

256 ــ حساب القضايا Propositional Calculus

احدى نظريات المنطق الرمزى تعنى بصياغة منطق من تعبيرات مركبة لدوال الصدق .

257 ــ دالة قضية Propositional function

صيغة رمزية تتحول إلى قضية عندما تحل الثوابت الفردية محل المتغيرات الفردية . ولا يمكن الحكم على دالة القضية بأنها صادقة أو كاذبة إلا بعد التعويض عما بها من متغيرات .

Q

258 ــ كيف القضية Quality

الحكم على القضية الحملية بأنها موجبة أو سالبة .

259 ـــ تسوير المحمول Quantification of the predicate

وضع سور على يمين مصطلح المحمول فى القضية لتحديد كم المحمول فيها على غرار كم الموضوع الذى يتحدد بالسور فى القضية الحملية التقليدية .

260 ـــ سور (القضية) Quantifier

ـــ يحدد نوع القضية الحملية من حيث هى كلية أم جزئية .
ـــ عامل يضاف إلى قضية ما فتنتج قضية جديدة ، والأخيرة اما أن تكون وجودية أو كلية فى ضوء هذا العامل .

261 ـــ قاعدة سلب السور Quantifier negation

قاعدة لتبديل قضية فى استدلال ما من قضية كلية إلى وجودية ، أو من قضية وجودية إلى كلية .

R

262 ـــ مدى العلاقة Range of a relation

انظر النطاق العكسى للعلاقة .

263 ـــ دالة تكرارية Recursive function

دالة تعرف بنفس مصطلحها .

264 ـــ برهان الخُلف Reductio ad absurdum

اثبات صدق قضية ببيان كذب نقيضها . راجع « البرهان غير المباشر » .

265 ـــ علاقة انعكاسية Reflexive relation

علاقة تنشأ بين شيء ونفسه ، ا = ا ، أو ا ع ا .

266 ـــ قضية علاقة Relational proposition

هى القضايا التى تثبت أو تنفى أن ثمة علاقة بين شيئين أو أكثر .

267 ـــ علاقة بالوراثة R - hereditary

تقال عن فئة لها علاقة ما ، حين يصبح كل عضو مشترك فى هذه العلاقة عضوا فى الفئة ذاتها فى نفس الوقت .

268 ـــ دقة بالغة (صرامة) Rigor

تتوفر فى النسق الاستنباطى ، عندما نتثبت أن كل صيغة وردت به على أنها احدى مبرهناته ، كانت لازمة لزوماً منطقياً عن بديهيات النسق ذاته .

269 ـــ قاعدة الهوية Rule of Identity

قاعدة استدلالية نستبدل بموجبها حداً بآخر فى حالة تطابقهما معاً .

270 ـــ قاعدة الاستدلال Rule of inference

قاعدة تنتمى إلى اللغة الشارحة للنسق اللوجستيقى ، نستدل بموجبها من مجموعة صيغ جيدة التكوين ، على مجموعة ـــ صيغ جيدة التكوين ـــ أخرى . وصورتها الرمزية [(ق ⊃ ل) ، ق] ⊃ ل]

S

271 ـــ مبرهنة شرويدر ـــ برنشتين Schröder - Bernstien theorm

مبرهنة أثبت صحتها « إرنست شرويدر » و « فليكس برنشتين » تفيد فى حالة وجود فئتين (مجموعتين) انه إذا كانت المجموعة الأولى متساوية فى العدد مع ما يندرج تحت الثانية ، وكانت المجموعة الثانية متساوية فى العدد مع ما يندرج تحت الأولى ، فالمجموعتان متساويتان عددياً .

272 ـــ مجال السور Scope of a quantifier

مدى النطاق الذى يحدده سور ما لأحد التعبيرات .

Second - Order functional Calculus

273 ــ حساب دالات من المستوى الثانى

حساب له نفس خصائص حساب دالات من المستوى الأول بالاضافة إلى أن متغيرات دالات القضايا الفردية مقيدة بأسوار .

Self - Contradiction

274 ــ تناقض ذاتى

Semantics

275 ــ دراسة معانى المفردات

دراسة معنى ودلالة العبارة فى مقابل دراسة البناء اللغوى لها .

Sense

276 ــ معنى

Sentence

277 ــ جملة ــ قضية

كلمة أو مجموعة من الكلمات المترابطة تفيد تقريراً أو سؤالاً أو تعجباً أو تمنى . وتشير فى المنطق إلى سلسلة من الكلمات أو الرموز التى تعبر عن قضية أو تفيد تقريراً .

Sentence Connective

278 ــ رابطة الجملة

رمز يستخدم فى ربط جملتين ليكوّن جملة مركبة أوسع منهما ، بالاضافة إلى رمز النفى الذى يسبق الجملة .

Sequence

279 ــ سلسلة

ترتيب محدد لمجموعة من الرموز .

Set

280 ــ مجموعة

الفئات التى تدخل أعضاء فى فئات أخرى ، أو هى الفئات غير التامة .

Set Theory

281 ــ نظرية المجموعات :

ــ دراسة فى استعمال المجموعات وتطبيقاتها .

ــ دراسة للمجموعات من حيث المصطلح والتطبيق .

Similar Classes

282 ــ فئات متساوية

Simple proposition

283 ــ قضية بسيطة / ذرية

284 ـــ مبدأ التبسيط Simplification

صيغة برهانية صحيحة تقرر أنه فى حالة ارتباط قضيتين معاً فى صورة مقدمة ، يمكن اشتقاق احدى القضيتين كنتيجة . ا ب ⊂ ا

285 ـــ قضية شخصية Singular proposition

قضية تستند إلى الشخص أو المفرد فى صياغة أحد حدودها بدلاً من استنادها إلى الفئة .

286 ـــ حد جزئى Singular term

يقال عن حد يقبل الحمل على فرد واحد فقط .

287 ـــ رابطة أحادية Singulary Connective

رابطة قضوية لدالة صدق تستخدم مع تعبير واحد فقط ، مثل : السلب ~ .

288 ـــ أقيسة فاسدة Sophisms

استدلالات تقوم على الخداع والمغالطة رغم أنها تشبه الاستدلالات الصحيحة ، والغرض منها تغليط الخصم وإفحامه .

289 ـــ استدلال تراكمى Sorites

سلسلة من الأقيسة الاضمارية ، يأتى محمول المقدمة الأولى موضوعاً للمقدمة الثانية وهكذا ، وتتألف النتيجة من موضوع المقدمة الأولى ومحمول المقدمة الأخيرة .

290 ـــ صحيح / صائب Sound

صفة لبرهان كل مقدماته صادقة وصيغة البرهنة فيه سليمة .

291 ـــ مربع تقابل القضايا Square of Opposition

تمثيل لعلاقات الاستدلال المباشر بين القضايا فى صورة رسم بيانى ، تقابل القضايا بموجبه من خلال : التناقض ، التضاد ، الدخول تحت التضاد ، التداخل .

292 ـــ عبارة Statement

تعبير لدالة صدق يصاغ فى ضوء شروط معينة .

293 ـــ تكافؤ تام Strict equivalence

ـــ تكافؤ يتم البرهنة على صدقه باستخدام قواعد المنطق وحدها .
ـــ ما نعبر عنه بالرمز ≡

294 ـــ لزوم تام Strict implication

ـــ اللزوم الذى يبرهن على صدقه فى ضوء قواعد المنطق وحدها .
ـــ ما نعبر عنه بالرمز ⥽ ، ⊸ .

295 ـــ فصل بالمعنى القوى Strong disjunction

296 ـــ تداخل القضايا Subalternation

علاقة تنشأ بين قضية كلية وأخرى جزئية لهما نفس الكيف ، بحيث إذا صدقت القضية الكلية صدقت الجزئية المشتركة معها ، وإذا كذبت الكلية كانت الجزئية غير محددة صدقاً أم كذباً . أما إذا كذبت القضايا الجزئية كذبت الكلية المشتركة معها ، وإذا صدقت الجزئية كانت الكلية غير محددة صدقاً أم كذباً .

297 ـــ داخلتان تحت التضاد Subcontrary

علاقة تنشأ بين قضيتين جزئيتين ، تحكم هذه العلاقة قاعدة تقول بصدقهما معاً لكنهما لا يكذبان فى نفس الوقت .

298 ـــ (حد) الموضوع Subject term

هو الحد الذى يقع فى القضية الحملية بصورتها التقليدية بين سور القضية والرابطة .

299 ـــ فئة (مجموعة) فرعية Subset

ـــ فئة تحتويها فئة أخرى .
ـــ فئة كل أعضائها أعضاء فى فئة أخرى .

300 ـــ طرح منطقى — Subtraction, Logical

301 ـــ جمع منطقى — Sum, Logical

302 ـــ قياس — Syllogism

نوع من البرهان الاستنباطى يحتوى على مقدمتين ونتيجة ، وماهية هذا النوع عند « أرسطو » لزوم النتيجة من المقدمتين . راجع : قياس حملى ، قياس منفصل ، قياس شرطى .

303 ـــ منطق قياسى — Syllogistic Logic

منطق أرسطى .

304 ـــ رمــز — Symbol

حرف أو علامة أو جمع بينهما يُصْطَلح عليه ـــ للدلالة على شيء آخر .

305 ـــ منطق رمزى — Symbolic Logic

دراسة الأنواع المختلفة لصور الاستدلال فى لغتها الطبيعية والمصطنعة وذلك باصطناع لغة أو حساب صورى .

306 ـــ علاقة تماثلية — Symmetrical relation

علاقة تنشأ بين طرفين ، بحيث إذا اتجهنا بالعلاقة من الطرف الأول إلى الثانى ، جاءت مساوية لاتجاهنا بها من الطرف الثانى إلى الأول .

307 ـــ البناء اللغوى — Syntax

ـــ دراسة بناء العبارة ، وكيفية الربط بين الكلمات لتكوين جمل أو عبارات فى ضوء قواعد محددة .

308 ـــ قضية تركيبية — Synthetic proposition

ـــ قضية لا يؤدى انكارها إلى وقوع فى التناقض .

— قضية يضيف محمولها جديداً إلى موضوعها ، حيث لا يحتوى الثانى الأول .

309 — نسق System

النسق فى المنطق وفى الرياضيات بوجه عام هو مجموعة من القضايا المرتبة فى نظام معين ، هو النظام الاستنباطى . ويتكون من مقدمات « مسلمات » لا يبرهن عليها فى النسق ذاته ، ومن نتائج « مبرهنات » يبرهن عليها باستنباطها من المسلمات .

T

310 — تحصيل حاصل Tautology

— قضية مركبة تأتى قيم الصدق فيها صادقة فى كافة حالات التأليف الممكنة بين عناصرها .

— صيغة تكافؤ سليم تقرر أن أى تعبير يعد مكافئاً لتعبير يرتبط فيه مع ذاته برباط الوصل ، أو برباط الفصل ، [ق ≡ ق . ق] [ق ≡ ق V ق] .

311 — صيغ تحليلية Tautologous

قضايا تحصيل الحاصل الصادقة صدقاً منطقياً ، والتى تأتى قيم الصدق المندرجة تحت الثابت الرئيسى فيها صادقة فى جميع الحالات .

312 — حد Term

313 — مبدأ الثالث المرفوع Tertium non datur

314 — مبرهنة Theorem

صيغة جيدة التكوين ، ينتظمها نسق منطقى معين بحيث يبرهن عليها من خلال هذا النسق .

315 — نظرية الأنماط Theory of types

نظرية قال بها « رسل » و « هوايتهد » ، تقرر أن لكل متغير وثابت

يتعلقان بمقولة محددة نمط له تدرج هرمى من خواص الأشياء ، وخواص تلك الخواص ، وخواص لخواص الخواص ... الخ . وترى هذه النظرية أن ليس ثمة خاصية أو قضية أو نظرية يمكن أن تنطبق على ذاتها .

316 ـــ يُوجد — There exists

احدى الطرق التى يقرأ بها رمز السور الوجودى [جـ] ($\exists_x$) .

317 ـــ يوجد فرد واحد على الأقل — There is at least one

طريقة أخرى لقراءة رمز السور الوجودى .

318 ـــ حساب الدوال من المستوى الثالث — Third-order functional calculus

حساب به كل المتغيرات الحرة والمقيدة الخاصة بحساب الدوال من المستوى الثانى ، مضافاً إليها متغيرات حرة عن دالات لدالات الأفراد .

319 ـــ علاقة ثلاثية المواضع — Three-place relation

علاقة تنشأ بين ثلاثة أطراف .

320 ـــ التلدة (~) — Tilde

احدى الطرق التى يقرأ بها ثابت النفى (~) .

321 ـــ انعكاسية تامة — Total reflexivity

322 ـــ منطق تقليدى — Traditional Logic

راجع « المنطق الأرسطى » .

323 ـــ قاعدة التحويل — Transformation rule

راجع قاعدة الاستدلال .

324 ـــ علاقة متعدية — Transitive relation

تتمثل فى علاقة تقوم أولاً بين طرف أول وطرف ثان ، وتقوم نفس

العلاقة بين الطرف الثانى وطرف ثالث ، ومن ثم تنشأ علاقة من نفس النوع بين الطرف الأول والطرف الثالث .

525 ـــ التناقل **Transposition**

صيغة تكافؤ صحيح ينشأ بين قضيتين شرطيتين ، بحيث يكون مقدم القضية الثانية انكارا للتالى فى القضية الأولى ، ويأتى التالى فى القضية الثانية انكاراً لمقدم القضية الأولى .

ق ⊃ ل ≡ ~ ل ⊃ ~ ق

326 ـــ دالة صدق **Truth function**

دالة تعتمد فى البرهنة على مدى صدقها على قيم الصدق .

327 ـــ الرابطة فى دالة الصدق **Truth functional Connective**

رابطة منطقية تعنى بتحديد قيمة صدق التعبير الذى ترتبط به .

328 ـــ قائمة صدق **Truth table**

قائمة تساعد ـــ بطريقة آلية ـــ على تحديد قيم صدق كل الحالات البديلة الممكنة لقضية مركبة ، وذلك إعتماداً على قيم الصدق المحتملة للقضايا المؤلفة للقضية المركبة .

329 ـــ تحليل قائمة الصدق **Truth table analysis**

الطريقة التى نستخدم بموجبها قائمة الصدق لتعين نوع قضية من القضايا : هل هى تحصيل حاصل ، أم متناقضة ، أم حادثة .

330 ـــ شجرة الصدق **Truth tree**

وسيلة لاختبار صدق البراهين .

331 ـــ قيمة صدق **Truth Value**

قيمة صدق القضية الصادقة هى « صادق » ، وقيمة صدق القضية الكاذبة هى « كاذب » .

332 ــ علاقة ثنائية المواضع — Two-place relation

U

333 ــ قضية كلية موجبة — Universal affirmative proposition

صيغة معيارية للقضية الحملية التى تأخذ الصورة « كل ع هو ح » .

334 ــ تعميم كلىّ — Universal generalization

قاعدة استدلالية نضع بموجبها سوراً كلياً على يمين تعبير ما .

335 ــ قضية كلية سالبة — Universal negative proposition

صيغة معيارية للقضية الحملية التى تأخذ الصورة « لا ع هو ح » .

336 ــ سور كلى — Universal quantifier

رمز يرتبط بمتغير ما ويوضع على يمين صيغة جيدة التكوين ، ويقرأ فى غالب الأمر : « فى كل حالات كذا ... » .

337 ــ علاقة شاملة — Universal relation among individuals

علاقة تربط كل فرد بكل فرد آخر .

338 ــ فئة شاملة — Universe Class

فئة عالم المقال .

V

339 ــ برهان صحيح (منتج) — Valid argument

مثل يقوم مقام صيغة برهان منتج .

340 ــ صيغة برهان منتج — Valid arqument form

صيغة برهان استنباطى ، تتميز الأمثلة التى تقوم مقامه بأنها ذات مقدمات صادقة ، ولا تنتج سوى نتائج صادقة .

341 ــ صيغة تكافؤ صحيح — Valid equivalent form

صيغة سليمة للبرهنة تشير إلى أن برهاناً معيناً يمكن أن يحل محل برهان آخر .

342 ــ استدلال منتج — Valid inference

استدلال متسق ، وينتج عن محاولة ربط مقدماته بنقيض نتيجته الأصلية وقوع في التناقض . ويصبح الاستدلال منتجاً عند خضوعه لقواعد المنطق .

343 ــ متغير — Variable

رمز يمثل أى مجموعة من الأعداد أو الأشياء . يستخدم فى الصيغ الرياضية والمنطقية للاشارة إلى أى فئة أو مجموعة من الأشياء ، وتعرف هذه الفئة بأنها « مدى » أو نطاق المتغير ، أما أعضاء الفئة ذاتها فيعبر عنها بأنها « قيم » المتغير .

344 ــ رسوم « فن » البيانية — Venn diagrams

رسوم بيانية على شكل دوائر متقاطعة أو منفصلة وضعها « جون فن » تمثل فى وضوح العلاقات التى تنشأ بين الفئات . وتعد هذه الرسوم بمثابة تعديل للرسوم التى وضعها « إلر » .

W

345 ــ فصل ضعيف — Weak disjunction

راجع « الفصل » .

346 ــ صيغة جيدة التكوين — Well-formed formula

تشير إلى مجموعة الصياغات التى ينتظمها نسق منطقى معين .

أهم مراجع البحث

أولاً : مراجع عربية

(ا) كتب مترجمة :

1 ــ الفرد تارسكى : **مقدمة للمنطق ولمنهج البحث فى العلوم الاستدلالية** ، ترجمة عزمى اسلام ، الهيئة المصرية العامة للتأليف والنشر ، القاهرة ، 1970 .

2 ــ برتراند رسل : **أصول الرياضيات** ، ترجمة محمد مرسى أحمد ، أحمد فؤاد الأهوانى ، دار المعارف ، القاهرة ، 1965 .

3 ــ بيسون ، أوكونر : **مقدمة فى المنطق الرمزى** ، ترجمة عبد الفتاح الديدى ، دار المعارف ، القاهرة ، 1971 .

4 ــ روبير بلانشى : **المنطق وتاريخه من أرسطو حتى رسل** ، ترجمة خليل أحمد خليل ، المؤسسة الجامعية للدراسات ، بيروت ، 1980 .

5 ــ فوربس ، ديكسترهوز : **تاريخ العلم والتكنولوجيا** ، ترجمة أسامة الخولى ، سلسلة الألف كتاب ، القاهرة ، 1967 .

6 ــ يان لوكاشيفتش : **نظرية القياس الأرسطية من وجهة نظر المنطق الصورى الحديث** . ترجمة عبد الحميد صبرة ، منشأة المعارف ــ الاسكندرية ، 1961 .

(ب) : مؤلفات عربية :

7 ــ عادل فاخورى : **المنطق الرياضى** ، دار العلم للملايين ، بيروت ، 1979 .

8 ــ عبد الرحمن بدوى : **المنطق الصورى والرياضى** ، مكتبة النهضة المصرية القاهرة ، 1968 .

9 ــ عزمى إسلام : **أسس المنطق الصورى** ، مكتبة الأنجلو ، القاهرة ، 1970 .

10 ـــ عزمي إسلام : **الاستدلال الصوري** ، الجزء الأول ، مطبوعات جامعة الكويت ، 1972 .

11 ـــ عزمي إسلام : **الاستدلال الصوري** ، الجزء الثاني ، مطبوعات جامعة الكويت ، 1973 .

12 ـــ عزمي إسلام : **دراسات في المنطق** ، مع نصوص مختارة ، مطبوعات الجامعة ، الكويت ، 1985 .

13 ـــ علي سامي النشار : **المنطق الصوري** ، منذ أرسطو حتى عصورنا الحاضرة ، دار المعارف القاهرة ، 1966 .

14 ـــ محمد ثابت الفندي : **فلسفة الرياضة** ، دار النهضة العربية ، بيروت ، 1969 .

15 ـــ محمد ثابت الفندي : **أصول المنطق الرياضي** ، دار النهضة العربية ، بيروت ، 1972 .

16 ـــ محمد محمد قاسم : **جوتلوب فريجه** ، نظرية الأعداد بين الابستمولوجيا والأنطولوجيا ، دار المعرفة الجامعية ، 1989 .

17 ـــ محمد مهران : **مقدمة في المنطق الرمزي** ، دار الثقافة للطباعة والنشر ، القاهرة ، 1978 .

18 ـــ محمود زيدان : **المنطق الرمزي نشأته وتطوره** ، دار النهضة العربية ، بيروت ، 1973 .

ثانياً : مراجع أجنبية

1 - Anscombe, G.E.M., **An Introduction to Wittgenstein's Tractatus**, Hutchinson University Liberary, London, 1979.

2 - Blumberg, A.E., "Modern Logic", ed. in Encyclopedia of Philosophy, Vol. 5, PP. 12 : 34.

3 - Brody, B.A., "Glossary of Logical Terms" ed. in Encyclopedia of Philosophy, Vol. 5, PP. 57 : 77.

4 - Cohen, M. and Nagel, E., **An Introduction to Logic**, Hartcourt Brace, New York, 1943.

5 - Copi, I.M., **Symbolic Logic**, Collier Macmillan, N.Y., 1962, 1979.

6 - Copi, I.M., **Introduction to Logic**, Collier Macmillan, London, 1978.

7 - Eisenberg, M., **Axiomatic Theory of Sets and Classes**, Holt, Rinehart and Winston, Inc. N.Y. 1971.

8 - Greenstein, G.H., **Dictionary of Logical Terms and Symbols**, Van Nostrand Reinhold, Com. N.Y. 1978.

9 - Hocut, M., **The Elements of Logical Analysis and Inference**, Winthrop Pub. Inc. U.S.A. 1979.

10 - Hodges, W., **Logic**, Penguin Books, England, 1980.

11 - Klenk, V., **Understanding Symbolic Logic**, Prentic-Hall, Inc. New Jersy, U.S.A. 1983.

12 - Kneale, W. and Kneal M., **The Development of Logic**, Clarendon Press, Oxford, 1984.

13 - Mckay, Thomas. J. **Modern Formal Logic**, Macmillan Pub. Com. N.Y. 1989.

14 - Nagel, E., and Neuman, J., **Godel's Proof**, University Press, N.Y. 1958.

15 - Nolt, J. and Rohatyn, D., **Theory and Problems of Logic**, McGraw-Hill Book Com. N.Y. 1988.

16 - Prior, A.N., "**Traditional Logic**" ed. in Ency. of Philosophy, Vol. 5. PP. 34 : 45.

17 - Quine, W.O., **Methods of Logic**, Routledge & Kegan Paul, Londor 1966.

18 - Reichenbach, H., **Elements of Symbolic Logic**, Dover Pub., Inc N.Y. 1975.

19 - Runes, D.D. (Ed.), **Dictionary of Philosophy**, Ancient Medieval Modern, Littelfield, Adams & Co. New Jersey, U.S.A., 1981.

20 - Russell, B., **My Philosophical Development**, Unvini Books London, 1975.

21 - Strawson, P.F., **Introduction to Logical Theory**, London, 1952.

22 - Terrell, D.B. & Baker, R., **Exercises in Logic**, Holt & Rinehart and Winston Inc. U.S.A. 1967.

23 - Todhunter (ed.) **The Elements of Euclid**, Everyman's Lib. London & N.Y. 1933.

24 - Whitehead, A.N. & Russell, B., **Principia Mathematica**, Vol. I, 2nd ed. 1927, New ed., Cambridge, 1962.