ياسين خليل

نظرية جوتلوب فريجه المنطقية

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

يـــاسين خـلـيـل

نـظريـــــــة
جوتـلـوب فـريجـــــــه
المـنـطقـيـة

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

مقدمة

الدكتور ياسين خليل (1934- 1986)

الأستاذ الجامعي، والوزير؛ رجل ذو باع طويل في مجالات عدة، يصعب إحصاؤها، فتراه مرة يكتب في المنطق والفلسفة، وتراه مرة أخرى يكتب في مجالات السياسة والتنمية، والتربية والتعليم. وأحيانا يتفحص دور المنظر الإيديولوجي للقومية من جهة، والفكر الابستيمولوجي في نشر الوعي العلمي من جهة أخرى، وهو ما ندعوه قضاء معرفيا. استطاع أن يجمع ببراعة وحس خلاق بين أقطاب هذا القضاء، وراح يصارع حالة الضعف التي سببها المرض له منذ فترة مبكرة من حياته، بتحصيل العلم والنهل من منابعه المختلفة. واختار محطة طالما تجنبها الآخرون، ونقصد بها المنطق ومجالات المعرفة العلمية.

إنه المفكر العراقي ياسين خليل، الذي ولد في بغداد عام 1934 وتتلمذ في مدارسها وكان مولعا بالمطالعة والقراءة، وقد أصيب في مطلع شبابه بمرض، القلب حتى إنه ترك الدراسة لمدة سنة قبل دخوله إلى الجامعة، إلا أنه تغلب على هذا المرض وتجاوزه بالاطلاع والتواصل العلمي.

دخل الوسط الجامعي عام 1953، وكان من الطلبة المميزين في قسم الفلسفة - جامعة بغداد. تخرج في هذا القسم عام 1957 بدرجة امتياز، وحصل في العام نفسه على منحة دراسية لتعلم المنطق والفلسفة في جامعة "مونيستر"، في ألمانيا، وبعدها حصل على شهادة الدكتوراه بدرجة امتياز من الجامعة نفسها. عاد إلى بغداد عام 1961، وعين أستاذا للفلسفة في جامعة بغداد، وبدأت حياته العلمية الزاخرة بالإبداع والتواصل العلمي، إلا أن المرض لم يتركه يتمتع بنعمة الصحة، إذ بقي يلازمه حتى أواخر حياته. وقد وافاه الأجل بعد أن اشتد عليه المرض في اليوم الثالث من شهر أيار عام 1986.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

ياسين خليل ودوره الفكري

يعد ياسين خليل من أبرز الشخصيات العلمية في مجال المنطق والفلسفة، لاسيما في الوسط الثقافي العربي. إذ حاول هذا المفكر إبراز قيمة التيار المنطقي والعلمي في دراساته الفلسفية والإبستمولوجية والتراثية، وتبني أهم مقولاته، ونشر الوعي العلمي والثقافة العلمية في الساحة الأكاديمية من جهة، والأوساط الثقافية والمؤسسات العلمية من جهة أخرى. ولقد استطاع ياسين خليل أن يبلور برؤية نقدية عميقة اتجاها فلسفيا، من خلال التوفيق بين التيار الإصطلاحي أو المذهب الإجرائي من جانب، والاتجاه الصوري المنطقي من جانب آخر، الأمر الذي حاول إبرازه في كتابه «منطق المعرفة العلمية»، وكتاب «منطق البحث العلمي»، اللذين هما جزأي نظرية العلم لديه، ومشروعه العلمي في تحقيق الوعي بأهمية المنطق؛ الصورية والتطبيقية في كافة العلوم، إذ يقول «كان الاتجاه يسير نحو الربط بين الصورية والاصطلاحية في إطار واحد، مؤكدين من هذه الزاوية كذلك أهمية الطريقة الاستدلالية الافتراضية في البحث الفيزياوي، والطريقة الاستدلالية أو البديهية في جميع ضروب المعرفة الرياضية والمنطقية والتجريبية».

ومن أهم الجوانب الأساسية في تفكيره الإبستمولوجي، هي محاولاته المتكررة نشر مفهوم الفلسفة العلمية، أو جعل الفلسفة ذات وظيفة إبستمولوجية محددة. ومفهومه للفلسفة هو قريب من مفهوم الوضعية المنطقية لها، إذ يقول «الفلسفة في مفهومنا تتحول إلى نظرية العلم، على أساس أن نظرية العلم تمثل البناء المنطقي والفلسفي للمعرفة والبحث العلمي ووحدة العلوم، إذ ليس المقصود بالفلسفة الميتافيزيقا وغيرها من موضوعات الدراسة الغيبية والأدبية، بل المعرفة العلمية والمنطق والأسس العامة لوحدة العلوم».

ومن هنا نفهم الأثر العميق الذي تركته الوضعية المنطقية وروادها أمثال (كارناب) و(رسل) فضلا عن فتجنشتاين، على فهمه للفلسفة وطبيعتها، مع الأخذ بنظر الاعتبار النقد الذي يوجهه ياسين خليل للوضعية المنطقية، لاسيما في نقده لمبدأ التحقق ورؤيته الوضعية.

فالفلسفة هي نظرية العلم بمفهوم الدكتور ياسين خليل، والتي لها مادة أو موضوع خاص ومحدد تهتم به، وطريقة وأسلوب بحث معين وغاية تسعى إليها. فالمادة هي العلوم جميعها، والمرجع المتبع هو التحليل المنطقي، أما الغاية فهي تحقيق وحدة العلوم جميعا. فالموضوع الذي تهتم به النظرية العلمية لدى ياسين خليل، هو العلوم بأنواعها المختلفة من علوم طبيعية وبرهانيه وإنسانية. أما الطريقة التي يسعى في اعتمادها للكشف عن تلك المادة أو الموضوع قيد البحث - أي العلوم - فهي الطريقة التحليلية والتركيبية والطريقة البديهية.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

وتسعى كلا الرؤيتين المنهجيتين؛ التحليلية والتركيبية، والبديهية، إلى غايات متقاربة من كشف الشروط المنطقية والمفاهيم العلمية والصورية المعتمدة في كل العلوم، ومعرفة شروط وقواعد العلوم الصورية والتجريبية.

أما الغاية التي تهدف إليها نظرية العلم فهي «تحقيق وحدة العلوم باعتبارها الهدف الذي كانت الفلسفة وما تزال تحاول تحقيقه، عن طريق الدراسات المنطقية والتجريبية». أي أنها تعكس صورة موحدة للعلوم تجاه الطبيعة والظواهر المدروسة، الأمر الذي يذكرنا بالآمال التي كان يعلقها أوجست كونت على الإبستمولوجيا والعلوم الوضعية من تحقيق وحدة العلوم، وكذلك آرنست ماخ في مسألة الاقتصاد في الفكر وتحقيق وحدة العلوم، ورواد الفكر الوضعي وأهم فلاسفة الإبستمولوجيا؛ باشلار ولالاند وغيرهم. فضلا عن ذلك، هناك الأثر العميق الذي تركه كارل بوبر على تفكير ياسين خليل حول النظرية العلمية، لاسيما في نقده للاستقراء وقصوره المنطقي، ونقد كل من بيكون وجون ستيوارت مل ورؤيتهم الاستقرائية القاصرة عن استيعاب الاستدلال والبعد المنطقي الصوري في توجيه العملية الاستقرائية. وكذلك الأثر الذي تركه آينشتاين في فهم النظرية العلمية عند ياسين خليل، في استيعاب الطريقة الاستدلالية الافتراضية في الفيزياء، وفهم الكون ودور الرياضيات والاستنباط في فهم النظرية العلمية.

إن المفهوم الذي أراد تقريره ياسين خليل في كتاباته وبحوثه حول الفلسفة، هو أنها الفلسفة العلمية ونظرية العلم بصورتها التحليلية حول العلوم. فهي نظرية المعرفة العلمية كما ينص هو قائلا: «إن نظرية العلم هي النظرية المنطقية العامة للعلوم، وبعبارة أخرى إنها منطق العلوم بمعنى واسع، على أساس أن النظرية تتناول منطق البحث العلمي ووحدة العلوم». وهذا المفهوم الذي أخذ يركز عليه في كتبه الفلسفية والمنطقية، لاسيما في كتابه منطق المعرفة العلمية ومنطق البحث العلمي، فضلا عن إبراز قيمة الجوانب الاستدلالية والصورية المنطقية في العلوم البرهانية التجريبية.

ولا يعني قولنا بذلك الأثر الذي تركته الوضعية المنطقية على فلسفته ومفهومه للإبستمولوجيا ونظريته المعرفة العلمية، أنه سار على منوالها متبعا خطاها حذو النعل بالنعل، بل أنه انتقد الوضعية المنطقية لاسيما في مبدأ التحقق المشهور لديهم، والذي ينص على أن كل المفاهيم والقضايا لا بد من التحقق منها تجريبيا، وتكون قابلة للاختبار تجريبيا، والتي لا تصمد منها أمام هذا المبدأ التجريبي التحقيقي، فهي ميتافيزيقا زائفة وخالية من المعنى.

ويستند الدكتور ياسين خليل في هذا النقد على مبدأ التكذيب عند كارل بوبر، إذ ينتقد مبدأ التحقق قائلا: «إن للتعميم التجريبي القائل إن جميع القضايا التي لا تستطيع التثبت منها

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

تجريبيا – عدا الرياضيات والمنطق- هي قضايا ميتافيزيقية، أخطاراً كبيرة في نطاق العلوم، لأنه يؤدي بنا إلى إلغاء عدد كبير من الفرضيات، التي لم يستطع العلم التثبت منها تجريبيا، بينما هي ضرورية جدا في البحث العلمي». بالإضافة إلى رأيه النقدي، والذي ينص على أن هنالك الكثير من الأفكار والفرضيات التي لا تستند على أساس تجريبي، لاستحالة هذا الأمر وصعوبة ذلك التحقق، إذ تعد تلك الأفكار والفرضيات المذكورة، من العوامل التي ساعدت على تقدم وتطور العلوم، مثلا فكرة الإيمان بأن هنالك نظاما في الكون وسيطرة الجانب الرياضي عليه، فضلا عن بساطته.

وهذا الرأي النقدي الموجه ضد الوضعية المنطقية، يأتي من بين جملة التأثيرات التي تركها الفيلسوف النمساوي كارل بوبر. فضلا عن تمييزه بين الأفكار، والذي يستند على الأساس الوظيفي لها، لا على أساس طبيعتها، أي كونها علمية أو ميتافيزيقية. فهو يقترح آلية للتمييز بينها على أساس براجماتي وظيفي، إذ يقول: «فضلت استخدام وظائف الأفكار من دون التقيد بطبيعة الأفكار، وهل هي ميتافيزيقية أو علمية، لأن المقياس عندي هو جدارة الفكرة وضرورتها في البحث العلمي». فمعيار الأفكار لديه لا يتبنى المفهوم الوضعي المنطقي وآلياته، بل يرتكز معياره على الجانب الوظيفي، أو ما يمكن تسميته بالطابع البرجماتي للعلم.

وعموما، فمفهومه للفلسفة يكاد ينحصر في إطار كونها فلسفة علمية، تجعل من مسألة الاستفادة من الانجازات العلمية المحور المركزي والأساس النظري، في مختلف الميادين، كالمنطق والرياضيات والفيزياء وبقية النظريات العلمية، الأمر الذي يذكرنا بمفهوم الفلسفة لدى الفيلسوف الفرنسي غاستون باشلار، الذي جعل من الفلسفة ذات هم واحد، هو الارتكاز على ما أنجزته العلوم، وإبراز القيم العلمية والنظريات الجديدة، وإحداث قطيعة إبستمولوجية مع النظريات التقليدية، وإنجاز نمط علمي جديد.

وللحديث عن ياسين خليل؛ المنظر في المجال الفكري ومحاولاته العملية في دراسة الجانب العلمي في التراث العربي الإسلامي، مداخل عدة، لا يسعنا في هذه المعالجة السريعة استيعابها بشكل كامل، إلا أن ذلك لا يقف حائلا أمام إطلالة سريعة على المحاور الأساسية التي كانت تشغله وتدفعه نحو البحث والتنظير، لاسيما في مجال تعزيز مكانة اللغة العربية والفكر العربي، وضرورة إبراز قيمة التراث العربي، والاستناد عليه في بلورة مشروع نهضوي ينافس التيارات المتصارعة في الساحة الثقافية العالمية من جهة، والمحلية من جهة أخرى، إذ نراه يلح على أهمية المزاوجة بين البعد الاشتراكي الإنساني والبعد القومي، في مواجهة التيارات الفكرية من ماركسية وغيرها، والتي ينتقدها بشدة.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

ومما يدلل على اعتزازه بتراثه العربي العلمي، أنه كتب مؤلفات وبحوث عميقة ودقيقة تحدوه رغبة إلى تعزيز الإنسان العربي بثقافته وتراثه العربي والقيم الحضارية للإسلام، حتى إنه كان في معرض نقده للتيارات الفكرية، يصرح بصورة واضحة أن التراث العربي الإسلامي يمتلك خزينا معرفيا، يستطيع الإنسان العربي أن يواجه من خلاله كل التحديات وعوائق النهوض.

سيرته العلمية والإدارية ومناصبه السياسية

صاحبت ياسين خليل عناوين كثيرة، مثلت نشاطاته الاجتماعية والثقافية والإدارية والسياسية، منها:

- رئيس رابطة الطلبة العرب في جامعة مونستر في ألمانيا، أيام دراسته الجامعية هناك.
- رئيس تحرير جريدة الثورة العربية، 1965، أيام عبد السلام عارف.
- رئيس لجنة المؤتمر السياسي الافرو-آسيوي في باندونج عام 1965.
- وزير رعاية الشباب، 1966-1968، أيام عبد الرحمن عارف.
- رئيس مركز إحياء التراث العلمي العربي 1977 و1982.
- رئيس قسم الفلسفة في كلية الآداب/ جامعة بغداد، لمرات عدة.
- معاون العميد في كلية الآداب، جامعة بغداد.
- رئيس هيئة البحوث الاجتماعية في مؤسسة البحث العلمي.

كتاباته ومؤلفاته

كتب الدكتور ياسين خليل بحوثا عديدة في المجلات العلمية والصحف العراقية، في مجالات المعرفة والمنطق والفلسفة والتنمية والسياسة، ومجالات التعليم وتطوير المناهج والبحث حول التراث. وكتب فصلا في موسوعة حضارة العراق في الجزء الثامن، تحت عنوان (العلوم الصرفة)، 1985.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

أما مؤلفاته العديدة، فيمكن تصنيفها بحسب أبوابها، كالآتي:

أولاً: كتبه المنطقية

1ـ مبادئ عامة في التحليل التركيبي للغة باللغة الألمانية، 1961.

2ـ نظرية أرسطو المنطقية، 1964.

3ـ مقدمة في علم المنطق، 1979.

4ـ نظرية القياس المنطقية، 1981.

ثانياً: كتبه الفلسفية

1ـ مقدمة في الفلسفة المعاصرة، 1970.

2ـ منطق المعرفة العلمية، 1971.

3ـ منطق البحث العلمي، 1974.

ثالثاً: كتبه التراثية

1ـ التراث العلمي العربي، 1979.

2ـ الطب والصيدلة عند العرب، 1979.

3ـ العلوم الطبيعية عند العرب، 1980

رابعاً: كتبه السياسية

1ـ الشباب والتيارات الفكرية، 1963.

2ـ القومية والاشتراكية، 1964.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

3ـ المفاهيم القومية والاشتراكية، 1965.

4ـ الإيديولوجيا العربية، 1966.

د. قاسم جمعة

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

تنويه

عاجلت المنية الراحل ياسين خليل، قبل أن يتسنى له جمع هذه الفصول بين دفتي كتاب واحد. وحرصا من طلبته على نشر تراثه الثر، جمعنا هذه الفصول معا في هذا الملف.

أما المعلومات الببليوغرافية للفصول، فهي كما يأتي:

(1) نظرية جوتلوب فريجه المنطقية: المنطق واللغة، مجلة كلية الآداب، جامعة بغداد، العدد 7، نيسان/ أبريل، 1964.

(2) نظرية جوتلوب فريجه المنطقية: الطريقة في المنطق، مجلة كلية الآداب، جامعة بغداد، العدد 9، نيسان/ أبريل، 1966.

(3) نظرية جوتلوب فريجه المنطقية: الأفكار الأولية في المنطق، مجلة كلية الآداب، جامعة بغداد، العدد 10، نيسان/ أبريل، 1967.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

نظرية جوتلوب فريجه المنطقية

الدكتور ياسين خليل
مدرس المنطق والفلسفة

المنطق واللغة

مقـــدمة :

نظرا لعدم وجود دراسة تحليلية لمنطق جوتلوب فريجه وافتقار المكتبة العربية لهذا الضرب من المعرفة العلمية التي تعود بالفائدة الجمة للعاملين في الحقل الرياضي والفلسفي واللغوي ، وجدت انه من الضروري ان تكون هناك بداية علمية لتعريف الباحث العربي على ما قدمه هذا المنطقي الذائع الصيت للعلم وللمعرفة ، وذلك بان ننشر منطقه على هيئة ابحاث متتالية مترابطة مستهدفين بذلك الاحاطة التامة بما قدمه فريجه للمنطق وللرياضيات من دراسات جليلة لا تزال تمد الباحثين بخبرات علمية وفلسفية .

لقد تناول بعض الفلاسفة أو كتاب الفلسفة من العرب بعض ما قدمه فريجه للمنطق ، ولكن هذه الدراسات لم تكن تبحث منطق فريجه ولم تستمد معلوماتها مما قدمه هذا المنطقي ، بل انها اعتمدت على بعض الدراسات الخاطفة التي ظهرت في الكتب الانكليزية خاصة ، فجاءت معلوماتهم ناقصة مشوهة كما اعتمد كثير من الكتاب على كتاب « أصول الرياضيات Principia Mathematica لبرتراند رسل والفريد نورث هوايتهد ، معتقدين بذلك ان هذا الكتاب يغني عن مطالعة ما كتبه وقدمه فريجه للمنطق ، لان منطق رسل يعتمد على منطق فريجه في كثير من أصوله ، كما ان هناك قاعدة مشتركة بين المنطقيين هي البحث في أصول الرياضيات وارجاعها الى المنطق . ولكن الحقيقة غير ذلك ، لان في منطق فريجة أشياءً كثيرة منطقية

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

مهمة اعتبرها بعض المناطقة المحدثين نقطة انطلاق لدراسات منطقية جديدة[1] .

وهناك معضلة أخرى تجعل المناطقة والفلاسفة يبتعدون عن دراسة منطق فريجه ويفضلون معرفته عن طريق ما كتبه رسل ، وهي ان اللغة الرمزية التي استحدثها فريجه للتعبير عن القضايا والبراهين غريبة عن تلك التي اعتادها المناطقة ، لانها ليست جبرية ، بل هندسية . ولما كانت بحوث فريجه منشورة باللغة الالمانية ، ولعدم استطاعة الطالب أو الباحث العربي مراجعتها بنفسه ، وجدت من كل هذه الاسباب ان ابدأ البحث بدراسة علاقة المنطق باللغة عند فريجه على أساس انه يمثل القسم الاول من نظرية فريجه المنطقية . وسوف تتابع نشر الاقسام الاخرى من نظريته المنطقية تباعا ان شاء الله .

١
جوتلوب فريجه

حياته ومؤلفاته(٢) :

مركز تحقيقات كامپيوترى علوم اسلامى

وبالرغم من أهمية البحوث المنطقية التي قدمها فريجه للعلم والمعرفة ، الا انها بقيت غير معروفة في الاوساط الفلسفية والرياضية . وبقيت شخصية فريجه غير معروفة بالرغم من اصالة بحوثه وأهميتها . ومن الجدير بالذكر هنا ان فريجه عاش في عصر ظهر فيه عباقرة الرياضيات امثال ريشارد ديدكند Richard Dedekend وجورج كانتور Georg Cantor وكرونكر Kronecker ، ولكن مؤلفاته لم تثر انتباه علماء عصره وفلاسفتهم ، ولقد

(١) من الدراسات المنطقية المهمة التي اثرت حديثا ، وكانت تستمد بحوثها مما كتبه جوتلوب فريجه ، دراسة رودلف كارناب في بحثه « المعنى والضرورة » (Meaning and Necessity) ، وهذا يعني ان اثر جوتلوب فريجه في المنطق السيمانطيقي لا يقل أهمية عن اثره في المنطق الشكلي .

(٢) انظر قائمة مؤلفات فريجه المهمة في آخر هذه المقالة .

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

ترك هذا الاهمال ألما شديدا في نفس فريجه •

ولد جوتلوب فريجه في ٨–١١–١٨٤٨ في فيزمر Wismer ، وتوفي في ٢٦–٧–١٩٢٥ في باد كلاينن Bad Kleinen عـن ٧٧ عامـا • درس الرياضيات في جامعة ينا Jena وجوتنجن Göttingen ، وأصبح مدرسا خاصا Privatdozent في سنة ١٨٧١ في جامعة ينا ، ثم عين استاذ شرف Honorar professor في سنة ١٨٩٦ – ١٩١٧ واعتزل التدريس حتى وفـاته •

يعد فريجه بدون شك من عمالقة الفكر الاوروبي لما قدمه من أبحاث أصيلة ومبتكرة وطرق جديدة في الدراسات الرياضية والفلسفية ، فهو مفكر من طبقة ليبنتز ، ولـكنه يفوق ليبنتز أهمية ، لانه أول من استطاع ان يحقق اشتقاق الرياضيات من المنطق • فهو بالنسبة للمنطق الرياضي المعاصر المؤسس الاول ، ومثله كمثل ارسطو بالنسبة للمنطق القديم • واننا في الحقيقـة لا نجد شخصية كتبت في المنطق [وكان لها التأثير البالغ بعد ذلك في الدراسات المنطقية والفلسفية] منذ ارسطو الا جوتلوب فريجه •

ولربما يتسائل المرء عن السبب الذي جعلنا نعتبر فريجه بهذه المنزلة العلمية وعن الاشياء التي حققها وسعى الى تحقيقها فجعلته في هذا المصاف من العبقرية وذياع الصيت • وللاجابة عن هذه الاسئلة يجدر بنا ان نتذكر محاولات الفلاسفة(٣) في جعل الفلسفة علما مضبوطا قائما على اسس برهانية أو رياضية ، وكذلك محاولات الرياضيين لبناء الرياضيات على اسس رمزية مبتعدين بذلك عن غموض لغة التداول ، ومستهدفين بناء لغة رمزية منطقية • كما نجد في بداية العصر الحديث من يحاول بوضوح جعل الفلسفة عبارة عن رياضيات بعيدة عن الجدل الميتافيزيقي والسوفسطائية الـكلامية • كان ليبنتز رائد هذه الحركة العلمية في الفلسفة ، لانه أراد ان تكون الفلسفة

(٣) بدأت المحاولات الفلسفية في بناء الفلسفة على أصول علمية في العهد اليوناني ، فاتخذت عند فيثاغوراس وافلاطون شكلا رياضيا دقيقا ، واستمر هذا التيار في الفكر الفلسفي ، فنجده واضحـا أكثر عنـد كل من ديكارت وليبنتز وكانت وبولتزانو وجوتلوب فريجه وبرتراندرسل وغيرهم •

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

رياضية ، لكي ينتقي الجدل العقيم ويصبح الافكار مطبوعة على هيئة رياضية أو حسابية • وكانت محاولاته الجدية في بناء المنطق على اسس رياضية تستهدف بناء حساب منطقي Logical Calculus على غرار ما هو معروف في الرياضيات ، فوضع برنامجه المنطقي الذي أصبح بعدئذ هدفا من أهداف المنطق والفلسفة في التأريخ المعاصر •

وعلى هذا النسق وتحقيقا لبرنامج ليبنتز نجد جوتلوب فريجه يقوم ببناء لغة شكلية ورمزية على هيئة حساب في بحثه المعروف لغة الافكار Begriffsschrift المنشور سنة ١٨٧٩ ، حيث وضع فيه لاول مرة في تاريخ المنطق بديهيات تخص منطق القضايا والدالات على هيئة رياضية دقيقة •

ويعترف فريجه(٤) بأهمية مخطط ليبنتز في بناء حساب فلسفي Calculus Philosophicus على أساس انه يؤلف بناءً جبارا تستفيد منه جميع ضروب المعرفة والعلم • وبالرغم من ان ليبنتز لم يحقق حلمه في بناء هذا الحساب ، فان ذلك لا يعني بتاتا استحالة تحقيقه ، كما انه ليس من الضروري ان يكون تحقيقه على دفعة واحدة ، بل ان فريجه يذكر ان هذا الهدف يمكن تحقيقه بخطوات ، وذلك بان تكون هناك خطوة تمثل البداية فتتلوها خطوات أخرى تسعى نحو تطوير الخطوات التي سبقتها • وما بحث فريجه Begriffsschrift الا الخطوة الاولى في بناء لغة رمزية منطقية قائمة على البرهان والاستنتاج •

وتمكن فريجه بالفعل من بناء لغة منطقية دقيقة قادرة على التعبير المنطقي والرياضي الدقيق ، بحيث يكون بالامكان التعبير عن جميع القضايا المنطقية • ويجب ان نعترف هنا ان بناء مثل هذه اللغة الدقيقة ليس بالامر الهين ، خاصة واننا نعرف ان لغة التداول لا تصلح لان تكون أداة للتعبير الدقيق أو لغة من هذا النوع • فكان على فريجه ان يقوم ببناء لغة رمزية تستوفي الشروط التي سبق ان الزمها ليبنتز لمثل هذه اللغة ، شريطة ان تضم جميع قضايا المنطق • ولكي يكون لهذه اللغة القابلية على الاشتقاق بغية الحصول على

(4) Frege, G., Begriffsschrift انظر مقدمة فريجه

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

قضايا جديدة من مقدمات معلومة ، فمن الضروري ان يضع فريجه لهذه اللغة قوانين استنتاجية ليستطيع بواسطتها ان يحصل على قضايا ضرورية مشتقة من بديهيات أو من قضايا سبق ان برهن على صحتها • وهكذا تمكن فريجه ان يحقق حلما من أحلام ليبنتز في بناء لغة رياضية للمنطق لها خاصية استدلالية أو استنتاجية •

ولقد أدرك فريجه ببصيرة ثاقبة العلاقة بين الرياضيات والمنطق ، وتبين له ان نظرية الاعداد الطبيعية Theory of natural numbers التي تؤلف القاعدة الاساسية لعلم الحساب ما هي الا امتداد للمنطق ، بل ان اشتقاق الرياضيات من المنطق أمر طبيعي اذا عرفنا القوانين المنطقية التي يقوم عليها الاستنتاج والبرهان وادركنا ان الافكار الرياضية يمكن تعريفها بالافكار المنطقية : وهذا يعني ان الرياضيات تفترض المنطق بالضرورة سواء كان ذلك في العمليات البرهانية أم في بناء الافكار وفهم معانيها •

وعلى هدى هذه البصيرة بدأ فريجه بحثه في اشتقاق الرياضيات من المنطق في كتابه المعروف « اسس علم الحساب Grundlagen der Arithmetik »(٥) المنشور في سنة ١٨٨٤ ، حيث ناقش فيه السؤال الذي لم يحاول علماء الرياضيات طرحه وهو : ما العدد ؟ ، لاعتقادهم ان مثل هذا السؤال يقودنا الى معرفة خارجة عن حدود المعرفة الرياضية ، ويجعلنا نبحث الاجابة عنه ضمن حدود المعرفة الفلسفية ، فهو بذلك من اختصاص الفلسفة وليس له صلة بالرياضيات اللهم الا الوجه الخارجي ، لان مدار السؤال يتعلق بالعدد الذي هو من صلب المعرفة الرياضية • ولكن فريجه أخذ يفلسف الافكار السابقة لمفهوم العدد والتي قال بها بعض علماء الرياضيات والفلسفة محاولا الوصول الى نتيجة حاسمة تفترض المعرفة المنطقية في تعريف العدد •

---

(٥) ناقش فريجه في هذا المبحث مواضيع مهمة لها قيمة فلسفية مثال ذلك دراسته لطبيعة القضايا الرياضية والمنطقية على ضوء ما قدمه الفلاسفة في هذا المبحث ، ليعطي بعد ذلك رأيه • كما نجده يفحص آراء الكتاب عن فكرة العدد ، فيناقش رأي كانتور وشرودر ومل وغيرهم • ويحاول بعدئذ ان يحل المشكلة ، وذلك بتعريف العدد مستعينا بالافكار المنطقية فقط •

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

وهذا يعني : ان تعريف العدد ينبغي الا يستمد أفكاره من المعرفة الميتافيزيقية أو المعرفة التجريبية ، بل ان هذا التعريف يفترض بعض الافكار المنطقية ، وان هذه الافكار هي الاصول الرياضية في التعريف • وبالاضافة الى ما تقدم نجد فريجه يفلسف الافكار الرياضية ويحللها منطقيا بغية الوقوف على المفاهيم التي تصلح لان تكون نواةً صالحةً لنظريته المنطقية ، وهـذا هو ما يميز فريجه عن علماء الرياضيات في عصره • بل ان دراساته الفلسفية لها أهمية كبيرة كذلك في التحليل المنطقي والفلسفة التحليلية المعاصرة • ومن الابحاث التي لا تزال غنية بأفكارها الفلسفية والتي هي الآن موضع مناقشة الفلاسفة المقالات التي نشرها بين ظهور كتابه الثاني« اسس علم الحسـاب » وكتـابه الاخـير « القـوانين الاسـاسية لعلـم الحسـاب » Grundgesetze der Arithmetik الذي ظهـر الجـزء الاول منـه في سنة ١٨٩٣ والجزء الثاني سنة ١٩٠٣ والذي احتوى على مجهودات فريجه المنطقية والفلسفية والرياضية • فهو بذلك يمثل نضجه الفكري في هـذا الحقل من المعرفة العلمية •

وهذه المقالات هي :ـ

١) الدالة والفكرة(٦) *Funktion und Begriff* **سنة ١٨٩١ :**

ناقش فريجه في هـذه المقالة مفهوم الدالة في الدراسات الرياضية وأعطى أخيرا مفهـومه الاساسي للدالة والذي يمثـل تطورا في تفكـيره المنطقي ، لانه سبق ان ناقش مفهوم الدالة في بحثه الاول "Begriffsschrift" وتبين له من خلال المناقشة ان مفهوم « الدالة » في الرياضيات لا يختلف عن مفهوم « الفكرة » في المنطق • وبهذه الطريقة يحاول فريجه ان يبرهن

(٦) يستعمل فريجـه لفظ "Begriff" بشكل يختلف تمـاما عن استعمال علماء النفس وحتى المناطقة • ولقد ترجمنا هذه اللفظة بالـكلمة « فكرة » التي في الحقيقة لا تعني تماما ما تعنيه الـكلمة الالمانية ، ولـكننا وجدنا انفسنا مضطرين لذلك • ومن الضروري ان نؤكد هنا ان استعمالنا للـكلمة « فكرة » منطقيا فقط وليس نفسيا •

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

ان بين الرياضة والمنطـق علاقة متينـة ، وان الرياضيات ليست الا منطقـا متطورا .

وفي هذه الحالة بالذات يقدم لنا فريجه تعبيرا منطقيا جديدا وهـو « قيمة الصدق "Wahrheitswert" » الذي يعتبر عصبا ضروريا في الدراسات المنطقية المعاصرة ، وأوضح كذلك الفرق بين الدالات والافكار ، اذ من الضروري ان لا نخلط بين دالة من الدرجة الاولى Funktion erster Stufe مع دالة أخرى من الدرجة الثانية Funktion zweiter Stufe . وكذلك الامر بالنسبة للافكار التي تعتبر دالات لها حـد واحد وبين الافكار التي تعتبر دالات لها حدين أو أكثر .

ولهذه المقالة أهمية منطقية جديدة تتلخص في :ـ

أ) انها اضافت الى التحليل المنطقي أفكارا جديدة تتميز بالوضوح والدقـة .

ب) انها بينت الصلة بين الرياضيات والمنطق في حقل الافكار .

حـ) انها تبين التطور الفكري لفريجه في المنطق الذي سيكون حجر الزاوية في قمة انتاجه المنطقي في بحثه « القوانين الاساسية لعلم الحساب » .

٢) حول المعنى والدلالة *über Sinn und Bedeutung* **سنة ١٨٩٢ :**

يحاول فريجه في هذه المقالة بكل وضوح ان يميز بين العبارة باعتبارها متوالية مؤلفة من أشياء منطوقة أو اشارات مكتوبة وبين المعنى الذي يرتبط بالعبارة والذي يختلف تمام الاختلاف عن الشيء الذي تشير اليه العبارة . ولقد ادرك فريجه ان الفلاسفة وعلماء اللغة يخلطون بين المعنى والدلالة مع العلم ان لهذا التمييز أهمية كبيرة في الدراسات المنطقية واللغوية ، كما ان عـدم التمييز بينهما قد يقودنا الى الوقوع في متناقضات لا تنفـع العلم والمعـرفة . ولو دققنـا النظر في بحوث فريجه السابقة ، فاننا لن نجـد

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

هذا التمييز في بحثه الاول Begriffsschrift [٧] مثلا ، كما اننا ندرك ان السنوات التي تبعت بحثه الاول لم تذهب هباءً ، بل انها انضجت فكر فريجه المنطقي وأتت بثمار استعان بها في بحثه الاساسي •

٣) حول الفكرة والشيء *Über Begriff und Gegenstand* سنة ١٨٩٢ :

تمثل هذه المقالة اضافة منطقية جديدة • وكما اعتاد فريجه عند البحث في انتزاع أفكاره من مناقشة أفكار غيره نجده يناقش مقالات كيري B. Kerry التي نشرها حول بحوث فريجه والتي كما يظهر لم تكن موفقة في فهم المفاهيم المنطقية التي أضافها فريجه وأعطاها معاني تختلف عن المعاني التي يفترضها كيري لنفس المفاهيم • اما الغاية من بحث فريجه هذا فهو التمييز الواضح بين الفكرة والشيء الذي يقع تحت الفكرة • والفكرة عنده هي معنى لمحمول ، اما الشيء فيمكن ان يكون معنى لموضوع[٨] •

يظهر لنا من هذه المقالة ان هناك ترابطاً ومشابهة بين « المعنى والفكرة » و « الدالة والشيء » ؛ وهذا يعني ان المعنى هو الفكرة التي نعبر عنها بلغة ، وانها تختلف عن الشيء الذي يقع تحتها أو عن الدلالة التي يشير اليها المعنى • ولهذا التمييز أهمية كبيرة في الدراسات المنطقية والفلسفية ، خاصة وانه أصبح الآن أساساً في التمييز بين القضايا والافكار العلمية والفلسفية ؛ كما انه مفيد في التحليل المنطقي لمعرفة فيما اذا كانت عبارة ما فارغة أو لها معنى أو دلالة • اما بحثه الاخير والذي يمثل قمة انتاجه في فلسفة الرياضيات فهو « القوانين الاساسية لعلم الحساب » ، وقد تضمن جميع دراساته السابقة بشكلها الناضج والمتكامل ، واستطاع به ان يربط المنطق بالرياضيات بشكل

---

(٧) تعني هذه العبارة الالمانية بالضبط لغة رمزية دقيقة وشكلية تحتوي على رموز لافكار • وكلما كانت اللغة المنطقية جميعها رمزية كلما كانت قريبة من معنى هذا التعبير الالماني الذي استحدثه فريجه والذي يشبه لحد كبير اللغة الرمزية التي أرادها ليبنتز للفلسفة والرياضيات •

(8) Frege, G., "Furktion, Begriff, Bedeutung" p: 70.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

وثيق ، وذلك ببرهانه بان علم الحساب مشتق من المنطـق وصادر عنـه • وبالرغم من أهمية هذا البحث الا انه لم يلق ما يستحقه من تقدير علمي وبقي غير معروف في الاوساط العلمية العامة حتى اكتشفه برتراند رسل سنة ١٩٠٣ ، وبيّن الاهمية العلمية المتضمنة في بحوث فريجه المنطقية • وأعطى رسل في نهاية بحثه المعروف « بمبادىء الرياضيات »[٩] The principles of mathematics المنشـور سنة ١٩٠٣ ملحقا لخص فيـه نظريات فريجه المنطقية • ولقد اظهر رسل من ناحية أخرى ان في نظرية فريجه المنطقيـة تناقض ، وحاول فريجه ان يخرج من الازمة باعطاء بعض الحلول لهـذا التناقض ، ولـكن بدون جدوى • فكان ذلك فاتحة لظهور نظرية الانماط المنطقيـة Theory of Logical types لحـل المتناقضات المعروفة في المنطـق والرياضيات •

تناول فريجـه في الجـزء الأول من بحثـه « القوانين الاساسية لعلم الحساب » الاصول المنطقية التي يقوم عليها بناء اللغة الرمزية ، فناقش الدالة والفكرة والعلاقة ، وقدم بوضوح طريقة قراءة صيغ ومعاني اللغة الرمزية • ثم انتقل بعـد هذا العرض لبدايات لغته المنطقية الى القوانين أو الطرق الاستنتاجية والقواعد الخاصة في تطبيق الصيغ وتحويلها • وبهذه الخطوات المنطقية التي أصبحت الآن من العمليات الجوهرية في بناء الانظمة المنطقية المختلفة ينتقل فريجه الى الجزء المهم من اللغة الرمزية وهو تعيين القوانين الاساسية أو البديهيات والقوانين ، ومن ثم اشتقاق بعض القضايا من هـذه القوانين •

---

(٩) ناقش برتراند رسل في هذا الـكتاب نظـرية فريجه في المعنى والدلالة ونظريته في الدالة والفكرة ، ونظريته في الفكرة والشيء ، وكان يناقش ما توصل اليه فريجه من نتائج بما قدمه هو من أبحاث في هـذا الصدد ، وناقش رسل نظرية فريجه المنطقية في الحساب وتعريفه للعدد الذي يشبه تعريف العدد عنده • وتظهر أهمية هذا الملحق في المقارنات التي يعقدها رسل بين ما توصل اليه وما توصل اليه فريجه من نتائج • كما نجد انتقادات منطقية هامة لبعض الافكار التي يستعملها فريجه في منطقه •

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

اما الخطوة الثانية بعد بناء اللغة المنطقية ، فهي بلاشك تهتم بالعدد وتقديم البراهين الكافية للقضايا التي تخص الاعداد مثال ذلك برهان بعض القضايا التي تخص العدد صفر والعدد واحد •

اما الجزء الثاني من البحث [القوانين الاساسية لعلم الحساب] فانه يتناول نقدا للنظريات الخاصة بالاعداد Irrational zahlen كما نجد في هذا البحث بالذات نظرية فريجه في التعريف والقواعد التي يجب ان يستوفيها التعريف • وبالاضافة الى ذلك نجد فريجه يبحث في نظرية العلاقات والفئات ويعطي بعض القوانين أو القضايا المهمة في هذا المضمار •

واضافة الى كل ما تقدم من الابحاث الاساسية نشر فريجه كذلك مقالات كثيرة تناولت مواضيع فلسفية ورياضية شتى ، نقش فيها اسس الهندسة كما في مقالته حول اسس الهندسة über die Grundlagen der Geometrie المنشور سنة ١٩٠٣ ومقالات أخرى تناولت الفكرة والنفي من الجانب المنطقي • وهنالك مقالات أخرى فيها انتقادات ومناقشات لبعض الرياضيين والمفكرين في عصره • هذا وسوف نعطي قائمة تامة بمؤلفات فريجه •

مرکز تحقیقات کامپیوتری علوم اسلامی

تطور أفكاره المنطقية :

كانت محاولات فريجه تتسم منذ البداية بدقة التفكير والتعبير والتأمل العميق في العمليات الاستنتاجية التي يحتاجها البرهان الرياضي والقوانين الضرورية التي تقترن بالعمليات البرهانية • ولكن أبحاثه الاولى لم تكن مستهدفة بناء الفلسفة الرياضية فحسب ، بل انه ادرك كذلك منذ أول وهلة ان عملا كهذا يستدعي دراسة دقيقة للقوانين المنطقية التي يستخدمها الرياضي في حل المعضلات الرياضية والبراهين ، كما ان مثل هذا العمل لا يمكن ان يعبر عنه بلغة التداول ، لان هذه اللغة بحد ذاتها غير منطقية وان قواعدها لا تصلح لان تكون قوانين في العمليات الاستدلالية ، لذا من الضروري أولا

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

وقبل كل شيء ان يبدأ فريجه ببناء لغة صورية على هيئة لغة علم الحساب(١٠) محاكياً اياها في استعمال الرموز والحروف ومستهدفاً الكشف عن القوانين المنطقية الضرورية التي كثيرا ما يستخدمها عالم الرياضيات دون ان يشير اليها عندما يريد البرهان على القضايا الرياضية في فروع الرياضة المختلفة • وهذا يعني ان فريجه يسعى لتكوين لغة رمزية للافكار المنطقية تشبه اللغة الرمزية المتعارف عليها في الرياضيات ، بحيث تكون هذه اللغة الهيكل العام للمنطق الرياضي الذي يريد فريجه بناؤه •

ونحن نعرف من دراستنا المنطقية ان مثل هذه الدراسات في اطارها العام سبق أن قام بها ارسطو (٣٨٤ – ٣٢٢ق•م) في القديم وجوتفريد فلهلم ليبنتز (١٦٤٦ – ١٧١٦) في العصر الحديث • وبالرغم من ان فريجه لم يتأثر بمناطقة عصره الا قليلا ، الا ان برنامجه المنطقي هو ذلك الذي اقترحه ليبنتز لجعل الفلسفة علماً استدلالياً دقيقاً ، ولتكوين لغة عامة نستطيع ان نعبر بواسطتها عن جميع الحقائق • وبالطبع فان هذه اللغة الرمزية الاستدلالية تختلف عن اللغة التي تستخدمها العلوم الانسانية • ويجب ان يتوفر في اللغة المنطقية شرط أساسي مهم هو انه يجب ان يكون بين قضاياها علاقة تتابع واستنتاج منطقي • وبمعنى آخر : من الضروري ان تكون لدينا أوليات أو فرضيات أو بديهيات هي القضايا الاساسية أو الاولية لهذه اللغة • وبواسطة قوانين استنتاجية معينة نستطيع ان نشتق قضايا أخرى ، وذلك بتطبيق هذه القوانين وبخطوات برهانية محدودة •

واذا كان بناء اللغة هدف عالم المنطق ، فيجب ان نلاحظ هنا الى ان

---

(١٠) نقصد هنا بلغة علم الحساب البناء الرياضي لهذا العلم الذي يتألف من أفكار أو رموز أولية هي الاعداد والعلاقات أو الروابط ومن القضايا الاساسية التي تؤلف البديهيات لهذا العلم ومن القضايا المشتقة التي نحصل عليها من البديهيات • وقد نستخدم كلمات في العمليات البرهانية وقد تنقص اللغة الصورية لعلم الحساب تعابير رمزية للروابط المنطقية ، وهذا ما يجعل فريجه يقول ان هذه اللغة لا تستحق اسم « اللغة الرمزية أو لغة الافكار »

Frege, G., Funktion, Begriff, Bedeutung (über die wissenschaftliche Berechtigung einer Begriffsschrift) p: 94.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

اللغات المنطقية تختلف عن بعضها البعض في الافكار الاولية التي تعتبر ألفباء اللغة والقضايا الاولية أو البديهيات والقوانين الاستنتاجية • ولـكن الذي يهمنا في هذه المقالة هو ان نعرف التطور الفكري لفريجه الذي رافق أفكاره الاساسية ، والذي يعتبر ضرورة حتمية لتعمق فريجه في الرياضة والمنطق لمعرفة الصلة التي تربط بينهما •

وضع فريجه لغته المنطقية الاولى في بحثه "Begriffsschrift"[11] ، وهي لغة فنية صورية بعيدة عن الخبرة الحسية ، اما الافكار الاساسية التي تكون ألفباء هذه اللغة والتي ناقشها فريجه في مستهل بحثه فيمكن اجمالها كما يأتي :ـ

أ) التمييز بين ما هو ثابت وما هو متغير في الرياضيات والمنطق •

ب) الحكم Das Urteil أو القضية •

حـ) الشرطية Die Bedingtheit أو الالزام •

د) النفي Die Verneinung •

هـ) الذاتية (المساواة) Die Inhaltsgleichheit •

و) الدالة Die Funktion •

ز) الـكلية Die Allgemeinheit • .

ولا اريد هنا ان احدد معاني هذه الافكار بالتفصيل ، لان ذلك بحث

---

(١١) تتميز هذه اللغة الرمزية انها صورية وان قضاياها المنطقية قبلية apriori وغاية فريجه من بناء هذه اللغة تتجلى في امداد لغة الرياضيات الصورية برموز للعلاقات المنطقية ، بحيث يكون بالامكان القول ان للرياضيات لغة رمزية تامة خالية من الـكلمات • كما يكون باستطاعة هذه اللغة ان تعطينا حقائق منطقية مهمة للرياضيات ، دون الحاجة الى التعبير عن هذه الحقائق بالاصوات • اما الحاجة الى بناء مثل هذه اللغة فيتجلى في ربط العمليات الاستنتاجة دون ان تكون قفزات (انظر
(Frege, G., Begriffsschrift IV

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

سنأتي عليه في دراساتنا القادمة • ولـكن المهم هنا ان نعرف التغير الذي طرأ على بعض الافكار ولو بصورة موجزة لنعطي صورة عامة عن تطور الافكار المنطقية عند فريجه •

ويمكننا اجمال هذا التطور بالخطوات الآتية :ـ

١) لم يطرأ تغيير كبير على الطريقة الرمزية التي استعملها فريجه لاول مرة في بحثه "Begriffsschrift" وبحثه الرئيس « القوانين الاساسية لعلم الحساب » الا في شيء واحد هو ان فريجه رمز للمساواة ثلاثة خطوط افقية متوازية «≡» في بحثه الاول ، ولـكنه استعاض عن هذا الرمز بخطين افقين متوازيين «=» وذلك لقناعتـه ان لرمز المسـاواة نفس المعنى في الرياضيـات والمنطق • وهنالك اضافة جديدة وهي رمز Spiritus Lenis لتعاقب القيم "Wertverläufe" •

٢) طور فريجه نظرية منطقية جديدة واعطاها أهمية كبيرة في بحثه المنطقي الرئيسي وهي نظرية تعاقب القيم ، وذلك لانه وجد من دراساته المنطقية ان تعريف العدد يستلزم مفهوم مجال الفكرة Begriffsumfang [١٢] ، أي ان العدد ليس الا مجالاً فكرياً ، وان المجال الفكري حسب مفهوم فريجه ما هو الا تعاقب قيم •

ويمكن وضع هذه الحجة كما يأتي :

العدد هو مجال فكري Die Anzahl ist ein Begriffsumfang

المجال الفكري هو تعاقب قيم Der Begriffsumfang ist ein Wertverlauf

---

(12) Frege, G., Die Grundlagen der Arithmetik p: 79

ومن الضروري هنا ان نشير الى ان هذا التعبير المنطقي Begriffsumfang يقصد منه ما صدق الفكرة ، وهذا يعني ان لدينا الآن فئة Class فيها صفة هي الفكرة أو المفهوم intension وما صدق extension وهو المجال •

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

وعلى ما يظهر يعتبر فريجه مفهوم تعاقب القيم من المفاهيم المنطقية ، وان تعريف العدد اذن يتم بواسطة مفهوم « مجال الفكرة » الذي هو بحد ذاته ما هو الا تعاقب قيم •

٣) ينتقل فريجه من بناء اللغة الفنية للمنطق والتي يتم بموجبها الاستنتاج الرياضي الى مناقشة بعض المفاهيم الضرورية في الرياضيات ، ويبدأ بحثه « اسس علم الحساب » بمناقشة فلسفية ومنطقية بالتفصيل لمفهوم العدد • وهذا التطور ان دل على شيء فانه يدل على ان فريجه ادرك ان المنطق يؤلف القاعدة الضرورية للرياضيات اذا استطاع ان يحقق الانجاز العلمي في حقلين هما :ـ

أ) في النظرية الاستدلالية القائمة على المنطق •
ب) في تعريف المفاهيم الرياضية وذلك بالاستعانة بمفاهيم منطقية فقط •

٤) وفي أثناء مناقشة فريجه الاصول المنطقية لنظريته نجده يميز في القضية شيئين هما (أ) معرفة الصدق (ب) المحتوى الذي يكون صادقا • ولكنه في مقالته « حول المعنى والدلالة » يرى رأياً آخر وهو اننا نميز في القضية معناها أو الفكرة Der Gedanke التي نفهمها بمجرد سماع القضية دون ان نعرف فيما اذا كانت القضية صادقة أو كاذبة • اما الدلالة فهي بالنسبة لتفكير فريجه في مقالته صدق أو كذب القضية • وهذا يعني بوضوح ان دلالة القضية هو قيمة الصدق[١٣] Wahrheitswert التي تكون اما صادقة أو كاذبة • ولكن هذه القيمة تكون صادقة دائما في حالة قضايا المنطق •

(13) Frege, G., Funktion, Begriff, Bedeutung [über Sinn und Bedeutung] p: 46.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

٥) واذا ميزنا بين معنى الرمز ودلالته ، فان ذلك معناه ان هناك فرقا بين الفكرة والشيء الذي يقع تحتها ، وذلك لان الفكرة غير الشيء ، كما انه ليس من الضروري ان يكون لكل فكرة شيء يقع تحتها • ونحن نعرف من جهة أخرى منطقية بحته ان الشيء هو ما ليس بفكرة • واذا كان الشيء محسوسا مدركا بالاعضاء الحسية ، فان الفكرة غير محسوسة حسيا ، ولكنها تصف الاشياء المدركة بالحس وتحمل عليها •

ويجب ان نشير هنا كما فعل فريجه في مقالته « الفكرة والشيء » الى ان الكلمة « فكرة » تستعمل على طرق مختلفة منها نفسية وأخرى منطقية وفي بعض الاحيان يخلط المرء بين الطريقتين[١٤] • اما بالنسبة لفريجه فان « الفكرة » لها استعمال منطقي فقط ولها معنى حملي[١٥] Prädikativ وهذا ما يميزها عن الاسم الموضوع للشيء والذي على العكس لا يمكن استعماله كمحمول لانه اسم علم • واسم العلم في منطق فريجه كل رمز يستعمل للاشياء[١٦] •

٦) وفي مقالته عن « الدالة والفكرة » نجد ان ثمة تطوراً كبيراً طرأ على تفكير فريجه ، فلقد ميز في بحثه الاول "Begriffsschrift" بين الدالة والشيء ، واعطى للدالة معنى بسيطا واعتبرها الجزء الثابت في القضية أو الصيغة المنطقية ، في حين اعتبر الجزء المتغير حدود هذه الدالة • وبذلك ميز بين الدالة ذات الحد الواحد

---

(14) Ibid [Begriff und Gegenstand] p: 64.

(15) Ibid., [Begriff und Gegenstand] p. 65.

(انظر الحاشية)

(16) Ibid., [Begriff und Gegenstand] p. 69.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

والدالة ذات الحدين أو أكثر • اما في مقالته « الدالة والفكرة » فانه يناقش الدالة كما يفهمها علماء الرياضة على أساس انها تعبير حسابي Rechnungsausdruck ، وينتقد هـذا التحديد ليصل الى القول بان الدالة ناقصة unvollständig [١٧] • امـا غايتـه من هـذا المبحث فيتجلى في ربط الدالة المستعملة في الرياضيات بالفكرة المستعملة في المنطق ، وليخرج نتيجة هامة هي ان الفكرة صنف من أصناف الدالات • وهذا التحديد الذي يأخذ به فريجه عنـد ارجاع الرياضيات الى المنطق في كتـابه « القوانين الاساسية لعلم الحساب » •

٧) يظهر لنا من هذا العرض السريع لتطور الافكار المنطقية عند فريجه ان غايته كانت منصبة في الاجابة على السؤال الآتي : هل نستطيع اشتقاق حساب الاعداد الطبيعية من المنطق أو لا ؟ وبالطبع ان هذا السؤال يمثل جزءً من سؤال عام حول امكانية اشتقاق الرياضيات من المنطق [١٨] •

اذن كان هدف فريجه من البحث هو ايجـاد الطريق الصحيح الذي تستطيع بواسطته ان توصل الرياضيات بالمنطق ونرجع الاول الى الثاني • ولـكن رغم عمق محاولاته واهميتها الا انها للاسف لم تثر انتباه الرياضيين من علماء عصره ممـا جعل فريجه يسجل في مقدمة بحثه الرئيس انطباعاته المؤلمـة وخيبة امله[١٩] ، ولـكنه كان مدركا تمام الادراك ان دراسته المبتكرة تفتح آفاقاً علمية جديدة في حقل الرياضيات والمنطق والفلسفة •

---

(17) Ibid., [Funktion und Begriff] p: 19-20.

(18) Scholz, H., Mathesis Universalis p: 271.

(19) Frege, G., Grundgesetze der Arithmetitk p: XI.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

٢
مفهوم اللغة الرمزية

اعتاد الناس وبعض المفكرين من فلاسفة وكتاب على تسمية الاعمال أو الاقوال التي ترتبط فيما بينها بروابط تدل على انها منسجمة مع ذاتها أو مع الواقع انها منطقية • وقد يوصف شخص بانه منطقي التفكير اذا تبين ان طريقة معالجته للاشياء والنتائج التي يتوصل اليها تدل على حكمة وعقل • وقد يقال لشخص انه منطقي ويراد من ذلك وصفه بقوة الحجة والبرهان ونفاذ البصيرة بحيث يصل الى نتائج صحيحة من مقدمات •

ولكن هذا المفهوم المتعارف عليه في الحياة اليومية يختلف فنياً عن مفهوم المنطق عند المناطقة والرياضيين ، كما انه يختلف تبعاً لغاية الشخص من البحث ومادة بحثه • فنجد مثلا في تأريخ الفكر الانساني أشياء كثيرة ارتبطت بالمنطق مع العلم انها لا تمت له بصلة مثال ذلك التعبير « منطق التاريخ » أو « منطق الشعر » •

وبالاضافة الى كل ذلك نجد في تاريخ المنطق والفلسفة بالذات مناطقة اعتبروا المنطق مختصا بالعقل وقوانينه ، وبذلك ربطوا بين المنطق وعلم النفس • وكان الحافز الى هذا الاتجاه هو ان العلم توصل الى صياغة أو كشف القوانين الطبيعية التي تسير بموجبها الكواكب والاجزاء الطبيعية ؛ واذا كان العالم المادي يسير تبعا لهذه القوانين ، فان العالم النفسي أو العقل لابد ان يسير كذلك بموجب قوانين تخص طبيعته ، وهذه القوانين في اعتقاد هؤلاء المفكرين هي القوانين المنطقية •

اصطدم فريجه في كتاباته المنطقية وخاصة في بحثه « اسس علم الحساب » و « القوانين الاساسية لعلم الحساب » بهذا المفهوم السيكولوجي للمنطق ، لان مثل هذا المفهوم يجعل المنطق جزءً من علم النفس[٢٠] •

(21) Frege, G., Grundgesetze der Arithmetik p: XVI.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

وكانت مهمته تجريد المنطق كليا من كل اثر من آثار علم النفس • وتجدر الاشارة هنا الى اننا من الضروري ان نميز بين مفهومين مختلفين في استعمال عبارة « قوانين الفكر "Denkgesetze" •

أ) في حالة اعتبارنا قوانين الفكر ضرورية وتفرض نفسها في حالة الاستنتاج ، فهي بذلك ملزمة للعمليات الفكرية ، لان التفكير الاستدلالي لا يتم بدونها •

ب) في حالة اعتقادنا ان قوانين الفكر هي القوانين التي تتحكم في العقل وانها قوانين العالم العقلي ، كما تتحكم القوانين الطبيعية على اساس انها قوانين العالم المادي •

بالنسبة للمفهوم الاول تصبح قوانين الفكر مجرد صيغ يتبعها الفكر في حالة التحليل أو الاستنتاج الصحيح ، فهي بذلك لا تمت بصلة لعلم النفس ، وانها تتميز بالكلية ، كما ان تطبيقها ضروري في العمليات الفكرية• فهي بذلك لا تختلف عن القوانين الطبيعية أو الرياضية من حيث افتقارها الى الفكر ، وان الفكر يجب ان يتبعها للوصول الى الحقائق •

اما بالنسبة للمفهوم الثاني والذي يعتبر القوانين الفكرية متحكمة في العمليات العقلية ، فانه يقربنا الى علم النفس ، لان من اختصاص علم النفس ان يبحث الفكر وما يتصل به ، خاصة وان التفكير عملية نفسية بحته • والفرق الآن بين المفهومين واضح ، فبينما تكون القوانين في الاستعمال الاول مفروضة على الفكر في حالة تحريه للوصول الى الحقائق المنطقية تماما كما تفرض القوانين الطبيعية على الفكر في حالة تحريه للوصول الى الحقائق الطبيعية ، نجد القوانين العقلية في الاستعمال الثاني من صلب الفكر وتنتمي اليه ، فهي بذلك قوانين نفسية وليس لها صلة بالمنطق •

اما فريجه فيفهم تحت تعبير « القوانين المنطقية » ليس القوانين السيكولوجية ، بل قوانين ما هو حقيقة بالفعل[٢١] : وهذا يعني ان ما هو

(21)Frege, G., Grundgesetze der Arithmetik p: XVI.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

حقيقة لا يعتمد على ما يحكم به الفرد ، بل انها قوانين ثابتة لا تتغير بتغير حكم الافراد • واذا كانت هذه القوانين مهمة في الوصول الى الحقيقة ، فانها كذلك ضرورية لهداية الفكر لكشف هذه الحقيقة •

وقد يثير المرء سؤالا حول كيفية معرفة حقيقة القوانين المنطقية بان يقول : كيف نستطيع التثبيت من ان القانون المنطقي م مثلا حقيقة أو صادق ؟ وللاجابة عن هذا السؤال من الضروري ان يكون لدينا معرفة تامة في الطريقة المنطقية في صياغة القوانين المنطقية أو اشتقاقها ، لان القانون م هو اما بديهية أو قانون أساسي أو مبرهنة • وللتثبيت من صحة ذلك أو صدق القانون فيما اذا كان بديهية نلتمس طريقا واحدا وهو الايمان بصدقه ، وذلك لكونه بسيطا كما هو الحال في قانون الذاتية مثلا الذي يفرض نفسه على الفكر بانه صادق • اما اذا كان القانون مبرهنة ، فان البرهان ضروري للتثبت من صحته ، ويتم البرهان بارجاعه الى قوانين منطقية أخرى سبق ان تثبتنا من صحتها • ونحن نسلم بصحة البديهيات ولا نستطيع ان نبرهن عليها بواسطة قوانين منطقية ، لانها بسيطة وواضحة وان نقيضها غير ممكن ، كما ان النظام المنطقي لا يمكن ان يستمر في ارجاع القضايا المنطقية الى قوانين أخرى ، وهذه القوانين الى قوانين ثانية وهكذا الى ما لا نهاية ، لانه من الضروري ان يكون لدينا نقطة نهاية للارجاع المنطقي ونقطة بداية للبرهان ، وكل هذا يتم باختيار بعض القضايا كبديهيات بواسطتها يبرهن على جميع القضايا المنطقية التي تنتمي الى النظام •

واذا كان مفهوم المنطق يرزح تحت تأثير الخلط السيكولوجي ، فان افكاره كذلك تشكو من التفكير السيكولوجي ، وخلطها بما اعتاد عليه علماء النفس من تحديد لمفاهيم يستخدمها المناطقة كذلك • فكثيرا ما نواجه في مستهل بعض الكتب المنطقية التي تأثر كاتبوها بعلم النفس مبحثا في التصورات (Vorstellungen)، يتناولون فيه طبيعة هذه التصورات النفسية وكيفية الحصول عليها وارتباطاتها تبعا لقوانين ارتباطية معينة مكونة بذلك

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

القوانين المنطقية[٢٢] .

يتناول فريجه هذا الاتجاه بالنقد والتجريح ، ويتخذ من احد المناطقة السيكولوجين وهو اردمان B. Erdmann مثلاً ، لان التصورات في رأي فريجه أشياء نفسية وتختلف باختلاف الاشخاص كما انها ترتبط بزمان ومكان . والقوانين التي ترتبط بموجبها التصورات قد تختلف من شعب الى شعب آخر . واذا اختلفت على سبيل الفرض ، فان المناطقة السيكولوجيين سوف يقولون ان هذه القوانين تخص هذا الشعب ، وهذه القوانين تخص الشعب الآخر . ان مثل هذا الموقف ربما يكون صحيحا بالنسبة للقوانين الفكرية أو النفسية ، ولكنه لا يمكن ان يكون بأي حال من الاحوال صحيحا بالنسبة للقوانين المنطقية ، لان القوانين المنطقية مستقلة عن تصورات الافراد والشعوب وهي عامة وحقيقية دائمة .

ومن الضروري ان نميز هنا بين التصورات كمواضيع من صلب علم النفس ، والافكار Begriffe التي هي من صلب البحث المنطقي ، لان الخلط بينهما يقودنا الى ادخال المنطق في مباحث علم النفس . وهناك خلط آخر بين بعض الافكار المنطقية والميتافيزيقا أو الفلسفة بمعناها المدرسي ، فمن المعروف في الفلسفة ان هناك نوعين من الاشياء :-

أ) الاشياء الموضوعية وهي مستقلة عن حواس الفرد .

ب) الاشياء الذاتية وتشمل التصورات والذكريات والانطباعات ، وهي معتمدة على نفسية الفرد . فالاشياء المادية مثلا تدرك عن طريق الحس وهي لا تتغير اذا ما تغير تصور الفرد لها . اما الاشياء الذاتية ، فان قيمتها وصحتها تعتمد على الشخص الذي يتصورها . وبين هذين العالمين تحاول

---

(٢٢) يتحامل فريجه على الاتجاهات السيكولوجية في المنطق والرياضيات وخاصة في تصوير العدد على أساس انه ذاتي أو نفسي ، فبالنسبة له يكون العدد خاضعا للبحث العلمي الموضوعي ، وان العدد ليس شيئا سيكولوجيا أو نتيجة لعملية عقلية

Frege, G., Die Grundlagen der Arithmetik p: 34.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

الفلسفة ان تجيب عن طبيعة الاعداد « ١ ، ٢ ، ٣ ، ... الخ » فهل هي مادية مدركة بالحس أم انها ذاتية نفسية • فبالنسبة لجون ستيوارت مل مثلا ان جميع المعرفة تجريبية وكذلك المعرفة الرياضية[٢٣] • اما بالنسبة للمناطقة السيكولوجيين فان الاعداد تصورات رياضية ، لا تختلف من حيث الجوهر عن بقية التصورات • اما فريجه فان له رأياً آخر وهو ان الاعداد أفكار منطقية لا غير ، فهي ليست عقلية وليست تجريبية • ولقد خصص فريجه مناقشة طويلة لطبيعة الرياضيات والمنطق في بحثه « اسس علم الحساب » •

من كل ما تقدم يظهر لنا بوضوح ان غاية فريجه الاولى هي ان يخلص المنطق مما علق به من الآثار السيكولوجية والميتافيزيقية ، وان يعتبر المنطق قاعدة وأساسا لصياغة لغة رمزية صورية يعتمد عليها في اشتقاق قضايا علم الحساب والبرهان عليها • ويتجلى هذا الهدف في النتيجة التي توصل اليها فريجه من مناقشته لافكار متنوعة تتصل بطبيعة العدد وتعريفه فيقول ان علم الحساب تبعا لذلك ليس الا منطقا متطورا ، وان كل قضية حسابية هي قانون منطقي اشتقت منه[٢٤] • فالمنطق عنده لا يهتم بالتصورات أو بالمحتوى الذي تحمله القضية أو الشيء الذي يمكن ان تدل عليه القضية في العالم الخارجي ، لان المنطق في رأي فريجه لا يهتم الا بالاشكال أو بالرموز وارتباطاتها في صيغ شكلية •

وانه لمما لاشك فيه ان فريجه رياضي من الدرجة الاولى ، فهو يملك القابلية الرياضية في الاستنتاج ومعرفة تامة في كيفية بناء الانظمة الرياضية وما تحتاج اليه القضايا أثناء العمليات البرهانية ، ولكنه لم يقف عند هذا الحد الذي يقف عنده علماء الرياضيات ، بل انه أخذ يسعى لمعرفة الاصول أو الافكار الاساسية في الرياضة وتحديد معانيها ومفاهيمها مستعينا بالافكار المنطقية • ولقد لاحظ فريجه كذلك ان العمليات الرياضية خالية في بعض

(23) Frege, G., Die Grundlagen der Arithmetik p: 9.

(24) Ibid., p: 99.

انظر كذلك Frege, G., Grundgesetze der Arithmetik p: VII.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

الاحيان من القواعد أو القوانين المنطقية الضرورية في الاستنتاج والاشتقاق والبرهان ، وذلك لان عالم الرياضيات يعتبرها جزءً من خبرته ، وان ذكرها في اعتقاده ليس ضروري ما دام التسليم بها في أثناء العمل البرهاني أمر لا مجال للشك فيه • ويصدق هذا التحليل كذلك بالنسبة للبراهين المعروفة في هندسة اقليدس التي تستخدم بعض القوانين المنطقية دون ان يذكرها اقليدس مع قوانين الهندسة الاساسية أو المسلمات أو المصادرات (Postulates) • فكانت مهمة فريجه هي ان يجعل الرياضيات أو العمليات الرياضية منطقية ، وبمعنى آخر : ان ينتقل من قضية الى أخرى تلزم عنها أو مشتقة منها دون ان يكون في العملية البرهانية فجوة • وبهذه الروح الرياضية ادرك فريجه ان المنطق ليس جزءً من علم النفس كما انه ليس جزءً من الميتافيزيقا ، بل انه يؤلف القاعدة الاساسية للرياضيات البحته • وعلى هدى هذه الطبيعة الرياضية للمنطق بدأ فريجه يصوغ لغة رمزية فنية مستعينا بالافكار والقوانين المنطقية فقط • وجاء كتابه الاول "Begriffsschrift" بأول نظرية منطقية للقضايا قائمة على بديهيات وقوانين استنتاجية ، فوضع بذلك الحساب المنطقي للقضايا[٢٥] "Calculus of propositions" ، لكي يظهر للعيان الطريقة المنطقية أو النظرية الاستدلالية التي يستعين عالم الرياضيات بقوانينها في حالة الاستنتاج والبرهان ، ولكن فريجه ذهب أبعد من ذلك بوضعه نظاما متكاملا للقضايا ، وباخضاعه جميع القضايا المنطقية الى عدد قليل من القضايا هي اوليات النظرية الاستدلالية ، وباخضاعه الروابط المنطقية الى أقل عدد ممكن • وادرك فريجه وهو عالم الرياضة ان قضايا علم الحساب تحتوي

---

(٢٥) استطاع فريجه في هذا المبحث المنطقي ان يقدم لنا ستة بديهيات تخص القضايا وبديهيتين تخص الذاتية واخرى تخص منطق الدالات • وبذلك يكون عدد البديهيات التي اقترحها في بحثه Begriffsschrift تسع • اضف الى ذلك انه عين قانون Modus Ponens ليكون من قوانين الاستنتاج • وتتميز البديهيات التي قدمها فريجه لحساب القضايا انها تفترض الالزام والنفي رموزا أولية غير معرفة ، كما ان البديهيات الست تحتوي على الالزام والنفي دون الروابط المنطقية الاخرى ، لان فريجه يعرف هذه الروابط المتبقية بالنفي والالزام •

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

على مجاهيل ومتغيرات ودالات ، فمن الضروري ان يكون في المنطق جزء يختص بهذا النوع من الصيغ • وبهذا بدأ فريجه بعد صياغته لنظرية القضايا في بناء نظريته المنطقية في الدالات المعروفة حديثا بالحساب المنطقي لدالات القضـايا Calculus of propositional Functions ، لتكون الخطوة الثانية في البناء المنطقي •

ولربما يتساءل المرء عن معنى العبارة "Begriffsschrift" التي استحدثها في بحثه المنطقي الاول ، وعما يفهم فريجه تحتها بالضبط •

يهتم فريجه أولا وقبل كل شيء بالصيغ المنطقية والرياضية أو باللغة الصورية التي تتألف من الصيغ Formelsprache والتي لا تأخذ بنظر الاعتبار صفات وخواص الاشياء • ومما لاشك فيه ان المنطق في رأي فريجه ليس الا هذه اللغة الصورية ، وهذا أمر واضح بينه فريجه في عنوان بحثه حيث استخدم عبارة اللغة الرمزية للتفكير البحت "Formelsprache des reinen Denkens" وهو يعني بذلك لغة المنطق ذاته الذي أتم بناءه فريجه متأثرا بالطريقة الاستدلالية القائمة على البديهيات في علم الحساب • ومن الضروري ان نشير هنا الى ان عبارة « التفكير البحت » لا تعني مطلقا شيئا سيكولوجيا كما يظهر للقارىء من أول وهلة ، بل ان هذه العبارة تعني التفكير البعيد عن صفات الاشياء وعن الخبرة الحسية ، وان اللغة الرمزية للتفكير البحت لا تعني الا مجموعة من قوانين وقواعد استنتاجية لها صفة شكلية وارتباطية ، وان شكلية القوانين وارتباطيها هو الاساس أو القاعدة الاساسية التي يتألف منها التفكير البحت •

من هذا نستنتج ان معنى العبارة "Begriffsschrift" هو اللغة الرمزية التي تتألف من أفكار ارتبطت بطريقة معينة ، وبرموز واشارات خاصة ، فأصبحت بذلك لغة منطقية لها قواعدها الخاصة • وعلى هذا الاساس تكون لهذه اللغـة أفكار أولية يختـار لها فريجه رموزاً مناسبة ، وصيغا منطقية تتألف من رموز مترابطة ، وان من بين هذه الصيغ ما هو اولى لا نستطيع البرهان عليه في اللغة ذاتها ، ومنه ما هو ثانوي نستطيع البرهان عليه بواسطة

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

الصيغ البديهية أو البديهيات • كما يجب ان يتوفر في هذه اللغة الاستنتاج المنطقي الصحيح بحيث نحصل دائما على قضايا صحيحة بواسطة الاوليات •

ويذهب فريجه في مؤلفاته المنطقية في بيان معنى العبارة "Begriffsschrift" الى أبعد من ذلك فيتكلم مثلا على علم الحساب باعتباره لغة رمزية ، كما يميز فريجه بوضوح بين اللغة المنطوقة وهذه اللغة الرمزية لعلم الحساب ، وذلك لان اللغة الرمزية لعلم الحساب تستطيع ان تعبر عن المقصود مباشرة دون استخدام الاصوات(٢٦) • وبهذا المعنى نفسه يتحدث فريجه عن معنى هذه العبارة في بحثه الرئيس « القوانين الاساسية لعلم الحساب » حيث تشمل هـذه العبارة Begriffsschrift جميع اللغـة التي وضع اسسها في اشتقاق الرياضيات ، وهذا يعني ان هذه العبارة تعني منطق فريجه باجمعه وهو المنطق الرمزي ، وان هذه اللغة تبعا لذلك تشمل قضايا علم المنطق والرياضيات معا •

وعلى هذا الاساس يمكننا الآن ان نقارن بين هذه اللغة الرمزية التي قام ببنائها جوتلوب فريجه وبين اللغة العامة Characteristica Universalis أو الحساب الفلسفي الذي أراده ليبنتز ليكون لغة الفلسفة العلمية والمناقشات المنطقية • واننا لنجد في هذه اللغة المنطقية تحقيقا لبرنامج ليبنتز في بناء لغة منطقية وثيقة نستطيع ان نعبر بواسطتها عن جميع الحقائق •

واذا أردنا معرفة طبيعة اللغة المنطقية أو هذا المنطق ، فمن الجدير بنا ان نعرف أولا الخطوات الضـرورية في تركيبها • وبعبارة أخرى : من الضروري ان نعرف التركيب العام لهذه اللغة :

تتألف لغة المنطق عند فريجه من :ـ

١) الافكار الاساسية التي يمكن تصنيفها الى :ـ

أ) الافكار المنطقيـة وتشـمل المتغـيرات والثوابت والدالات والصدق •

ب) الروابط المنطقية وتشمل النفي والالزام كروابط أوليـة

(26) Frege, G., Funktion, Begriff, Bedeutung (über die wissenschaftliche Berechtigung einer Begriffsschrift) p: 94.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

تعرف بواسطتها بقية الروابط الاخرى •

حـ) الكلية التي بواسطتها وبالنفي تعرف الجزئية •

د) المساواة أو الذاتية •

هـ) التعريفات •

٢) القضايا الاولية أو البديهيات •

٣) القوانين الاستنتاجية •

٤) البراهين •

وبناء على ذلك تكون طبيعة هذا المنطق رمزية ـ صورية أو رياضية واستنتاجية برهانية • اما قضاياه فتتميز بانها قبلية[٢٧] apriori وصادقة دائما ولا يمكن ان نحصل على قضية كاذبة من مقدمات صادقة • وهذا يعني ان هذا المنطق الزامي ، لاننا نشتق من البديهيات قضايا أو مبرهنات ، وان هذا الاشتقاق لابد ان يتوفر فيه عنصر الالزام المنطقي •

ولربما يعتبر احدنا هذا السؤال : ما الهدف الاساسي الذي كان يبغيه فريجه من بناء هذا المنطق ؟ • فنجيب عنه :

كانت هناك حوافز كثيرة اثارت فريجه لبناء هذا المنطق ، ولكن أهمها هو انه وجد ان هناك اتفاقا يكاد يكون عاما بين علماء الرياضيات ، بان علم الحساب قائم على المنطق ، ولكن ما من احد منهم سعى الى تحقيق هذا القول • فيقول ديدكند[٢٨] في مقدمة بحثه « ما الاعداد وماذا تكون ؟ » ان علم الحساب (الجبر والتحليل) جزء من المنطق • وبالرغم من ان ديدكند تمكن من بناء علم الحساب من قضايا قليلة جدا الا انه لم يذكر بوضوح القاعدة المنطقية التي يستعين بها في البرهان • وبالاضافة الى ذلك نجد ان البراهين التي يسوقها ديدكند غير كاملة • وهذا يعني ان البرهان

---

(٢٧) انظر مناقشة فريجه لطبيعة القضايا المنطقية في بحثه اسس علم الحساب ، الذي يتناول السؤال فيما اذا كانت قوانين علم الحساب بعدية ـ قبليه synthetisch - apriori أم تحليلية analytisch

Frege, G., Die Grundlagen der Arithmetik p: 17-24.

(28) Dedekind, R., Was sind und was sollen die Zahlen?

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

لا يسير بخطوات منطقية متتالية حتى النتيجة ، لاننا كثيرا ما نجد ديدكند يشير الى ان برهان القضية كذا يتبع أو ينتج من القضية كذا وكذا دون ان يذكر العملية الاستنتاجية تفصيلا • اما بالنسبة لفريجه فانه يشترط ان يكون البرهان كاملا وخاليا من كل فجوة مهما كانت بسيطة ، لانه اذا كان من الضروري ان يكون العلم دقيقا فيجب ان لا يترك أي شيء في البرهان ولو ظهر تافها[٢٩] •

من هذا يظهر لنا ان هدف فريجه يتلخص بادىء الامر في اظهار القوانين المنطقية التي يستخدمها عالم الرياضيات ، والتي كثيرا ما يتركها فلا يذكر لها شأناً في البرهان • وذهب فريجه الى ابعد من ذلك ، فاخضع هذه القوانين الى مجموعة قليلة من القضايا بحيث استطاع ان يشتق منها بقية القوانين تبعا لعملية استدلالية يتوفر فيها كل الشروط المنطقية •

هذه اللغة التي أقام بناءها فريجه تمثل القاعدة الاساسية في الاستنتاج ، بل انها تكون النظرية الاستدلالية في المنطق • وعلى هذا الاساس يكون **هدف فريجه الاول هو تكوين النظرية الاستدلالية التي يستعمل علماء** الرياضة قوانينها ضمنيا عند البرهان ، وهي تكون بلاشك القاعدة الاساسية في كل برهان رياضي ، وان كل برهان بدونها مستحيل •

ووجد فريجه كذلك ان علماء الرياضة يستخدمون الافكار الرياضية بتعريفات بسيطة دون ان يتعمقوا في دراسة طبيعتها وجذورها ، كما انه وجد ان بعض الفلاسفة أثاروا بعض التأملات حول طبيعة هذه الافكار • وجاءت تأملاتهم مجرد كلام تابع من اتجاه فلسفي معين • فكانت مهمة فريجه هي ان يحلل هذه الافكار لمعرفة استعمالاتها المختلفة ، ومن ثم تعريفها تعريفا دقيقا يخدم العلم ويقضي على الابهام الناتج من الاستعمالات المختلفة • ومن الامثلة على ذلك مفهوم الدالة والعدد والنظام (System) وغير ذلك • ونتيجة لهذا التحليل توصل فريجه الى نتيجة هامة هي ان علم الحساب ما هو الا منطق متطور • وبعبارة أخرى : ان علم الحساب ما هو الا جزء من

(29) Frege, G., Grundgesetze der Arithmetik. p: VIII.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

المنطق • ولكن هذه النتيجة تختلف عن تلك التي قال بها ديدكند ، لان فريجه برهن عليها برهانا رياضيا ، وذلك بان أقام أولا بناء النظرية الاستدلالية وعرف المفاهيم الرياضية بمفاهيم منطقية ، واشتق قضايا علم الحساب من المنطق •

من ذلك يتضح الآن ان الغاية الثانية من منطق فريجه هو بناء فلسفة رياضية يكون فيها اشتقاق الرياضيات من المنطق أمر ممكن وبرهاني • وعندئذ نستطيع ان نطمأن الى استعمال الافكار الرياضية لاننا استطعنا تحديد معانيها منطقيا ، وان نطمأن الى سلامة العملية البرهانية ، لاننا نستخدم قوانين منطقية هي اما بديهيات أو مبرهنات •

ولكن هذه اللغة التي قام فريجه ببنائها لا تخدم الرياضة فقط ، بل انها في الحقيقة أداة مفيدة في الدراسات الفلسفية ، لان فريجه قدم لنا نموذجا هاما في التحليل المنطقي وكيفية جعل الافكار الفلسفية تأخذ مجرى الافكار الرياضية ، وان تكون الفلسفة علما ، وليس مجرد أقوال يتفوه بها الفلاسفة دون تحديد وتعيين لمعانيها • وهذا ان دل على شيء فانه يدل كذلك على ان هدف فريجه المهم من بناء هذا المنطق يتجلى في بناء لغة عامة نستطيع بواسطتها ان نحصل على جميع الحقائق ، وان نعبر برموزها وأفكارها عن جميع القضايا الصادقة • وهذا هو جوهر العمل الفلسفي والمنطقي الذي أراد ليبنتز تحقيقه للعلوم المختلفة •

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

٣
لغة التداول والمنطق

اللغة والفكر :

تمثل الاشارات والرموز الادوات التي يستعملها الفكر في التعبير عن ذاته ونقل محتوياته الفكـرية من أفكار وأحكام وغيرها الى الآخـرين • والاشارات ضرورية جـدا بالنسبة للتفاهم ، كما انهـا ضرورية كذلك في الدراسات العلمية والرقي الفني ، اذ بدونها يستحيل ان يكون هناك تقدم فكري أو علمي في المجالات المختلفة • والانسان ككائن مفكر يختلف عن بقية الحيوانات بانه يملك جهازا صوتيا خاصا يستطيع بواسطته ان يخرج الاصوات ذات الدلالات والمعاني عند الحاجة والضرورة في ابداء ما يريد ان ينقله الى الآخرين • واللغة في الحقيقة تخدم الفكر ، وبدونها يستحيل ان يكون للتفكير أهمية تذكر • ولغة التداول هي ذلك النظام الصوتي الذي تقترن بعباراته معان ودلالات لتعبر عما يريده الفكر • من هذا يتضح لنا الآن قـول فريجـه انـنا من الصـعوبة ان نقـوم بالتفكـير المجـرد بدون الاشارات[٣٠] •

والاصوات التي يخرجها الانسان من جهازه الصوتي ليست عشوائية ، بل ان الانسان وضع لهذه الاصوات رموزا واشارات كتابية معينة ، بحيث أصبح من الممكن نقل الافكار كتابيا كتعويض غير مباشر عن الاصوات ، كما نجـده يضع القواعـد التي يجب ان تتوفر في الـكلام عند النطق والـكتابة ، ليستطيع بذلك ان يحفظ للغة قابليتهـا على التعبير وعلى أداء وظيفتها الاجتماعية كواسطة للنقل الفكري والعاطفي بين أفراد المجتمع • وتتميز هذه الرموز الـكتابية بانها ثابتة ومرئية وخالية من الاثر السيكولوجي الذي يحدثه الصوت في أثناء التكلم •

(30) Frege, G., Funktion, Begriff, Bedeutung [über die wissenschaftliche Berechtigung einer Begriffsschrift) p: 90.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

ولكن هذه اللغة المنطوقة أو المكتوبة لا تستطيع ان تعصم الفكر الانساني من الوقوع في أخطاء ، وذلك لسبب بسيط هو ان المعنى المرتبط بالعبارات رغم عموميته عند أفراد المجتمع الواحد ، الا انه قد يختلف من وضعية الى وضعية اجتماعية أخرى ، ومن فرد الى فرد آخر ، كما ان القواعد المتوفرة في هذه اللغة ليست منطقية ، لكي يكون التفكير بموجبها منطقيا • وهذا هو السبب الرئيس الذي جعل المناطقة يبتعدون عن لغة التداول مبتغين بناء لغة رمزية منطقية خالية من الاخطاء وثابتة من نواحيها القانونية • ويميز فريجه بشكل واضح بين لغة التداول واللغة المنطقية ، ويعتبر لغة التداول اشارات Zeichen أو رموزاً تشير الى أفكار أو أشياء ، وهي لغة ضرورية في الحياة اليومية ، كما انها مهمة لحد ما في اللغات العلمية • واذا كان الانسان يتميز بانه مفكر ، فان هذا الفكر وعملية التفكير يرتبطان بلا شك باللغة التي بواسطتها نعبر عن الجوانب المختلفة لهذا الفكر • ولا يمكن للفكر الانساني ان يتقدم في مجالات المعرفة الا اذا استعان بلغة توصله الى غاياته ، كما ان التفكير يبدو مستحيلاً بدون لغة • ونقصد هنا باللغة لغة التداول واللغات العلمية كذلك • ولكن لغة التداول رغم أهميتها لا يمكن الاعتماد عليها في الدراسات العلمية الدقيقة • فالكلمة الواحدة مثلا يمكن ان تعني اشياء كثيرة ، كما انها تشير في كثير من الاحيان الى الفكرة والى الشيء الذي يقع تحت الفكرة من دون ان يكون بين الحالتين تمييز واضح[٣١] • وبالاضافة الى ذلك نجد لغة التداول مفتقرة الى قوانين منطقية في الاستنتاج ، كما ان قواعدها لا تمت بصلة بقواعد اللغات المنطقية • وهذا يعني بطبيعة الحال ان هذه اللغة لا تصلح لان تكون أداة للتعبير المنطقي الدقيق • ولكن ذلك لا يعني ان اللغة خالية تماما من القوانين المنطقية ، بل اننا نجد انفسنا مضطرين في بعض الاحيان الى استعمال قوانين المنطق من دون ان نشعر بها ، لاننا

(٣١) ان هذا التمييز ضروري في فلسفة فريجه المنطقية ، ولقد تناول هذا البحث في كتابه « اسس علم الحساب » ومقالته المشهورة « الفكرة والشيء » التي جائت ردا على ما كتبه كيري في هذا الصدد •

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

اما نعتبرها أشياء بديهية أو لاننا لا نجدها بصورة شكلية ومستقلة في لغة التداول • وهناك سبب آخر مهم هو ان اللغة وجدت لتكون أداة للفكر فقط ، فهي اخبارية وان عباراتها تخبر الآخرين عن أشياء فتزيد في معرفتهم ، كما انها ترتبط بالفكر والعالم الخارجي معـا • أما اللغة المنطقية فان عباراتهـا وقضاياها لا تزيد في خبرتنا شيء ، لانها لا تأخذ بنظر الاعتبار صفـات الاشياء ، فهي مستقلة عن عالم التجربة والمشاهدة • وهذا يعني انها لا تصلح لان تكون أداة للتفاهم بين الناس • ولـكن من الممكن ان نستخدم بعض القوانين المنطقية في الـكلام بعد ان نضيف عليها عنصر الخبرة ، فتكون بمثابة الجسم من الهيكل العظمي •

وكيفما يكون الامر فان لغة التداول لا تصلح لان تكون لغة منطقية ، ولـكننا من الممكن ان نستفيد من هذه اللغة في بناء اللغة الرمزية ـ المنطقية • وهذا هو بالفعل جوهر العمل المنطقي ، اذ يبدأ فريجه وغيره من المناطقة في تحليل عبارات لغة التداول ، محاولين بذلك تمييز استعمالاتها ومعانيها للوصول الى نتيجة تخدم المنطق والعلم على حد سواء • ومن الامثلة الواضحة على ذلك تحليل فريجـه للاسـماء والقضـايا من ناحيـة المعنى والدلالة والاستعمال • ولقد احتوت مؤلفاته ومقالاته الشيء الـكثير عن هذا التحليل •

الاسم والقضية :

اذا حللنا لغة التداول الى عناصرها التي لها فائدة منطقية ، فاننا سنحصل أول الامر على القضايا التي بدورها تنحل الى حدود أو أسماء ، ويمكن ان تنحل الاسماء في حالة كونها مركبة الى أجزاء أصغر منها لها دلالة أو الى أسماء بسيطة ، اما اذا كان الاسم بسيطاً فان تجزءته الى أصغر منه غير ممكنة • والاسماء والقضايا ضرورية في الدراسات المنطقية ، لذا نجد فريجه يتناول هذه المـكونات اللغوية في مقالته « حول المعنى والدلالة » ليدرسها من ناحية منطقية هامـة هي ارتبـاط المـكونات بمعنى ذهني أو بأشـياء خارجة عن المستوى اللغوي •

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

يبدأ فريجه بحثه في المعنى والدلالة بتحليل للذاتية والسؤال فيما اذا كانت الذاتية علاقة قائمة بين الاسماء أو بين الاشياء أو الرموز التي تشير الى الاشياء • ولـكننا قبل ان نحلل الذاتية نود ان نعرف موقف فريجه وفهمه المنطقي للاسماء والقضايا بصورة عامة •

يستعمل فريجه عبارة « اسم » لتشمل حتى القضايا ، وهذا معناه ان القضايا عند فريجه أسماء[٣٢] • ولـكننا لو تفحصنا موقف فريجه بشكل جلي ، فاننا نجده يميز بوضوح بين ثلاثة مستويات لغوية مهمة هي :ـ

١) الاسماء أو ما تدعى في المنطق عادة أسماء الاعلام Eigennamen

٢) العبـارات Ausdrücke التي تتميز بكونها تتألف من مكونات لغوية لا تجعلها في مصاف القضايا •

٣) القضايا Sätze وهي تراكيب لغوية تتميز عن العبارات بكونها تحتمل الصدق أو الـكذب •

وعلى صعيد الاسماء نجد فريجه يميز بين الاسم والشيء الذي يسميه ومعناه • ولتوضيح ذلك نأخذ بعض الامثلة اللغوية فنقول مثلا « سقراط ، نجم الصباح » • فالاسم سقراط فيه مستوى لغوي أي انه من الناحية اللغوية اسم ، ولكنه في الوقت نفسه يشير الى شخص معين عاش في العصر اليوناني• اما الاسم « نجم الصباح » فيتميز أولا انه اسم وانه يشير الى جرم أو شيء سماوي معين ، كما انه يتضمن معنى أو فكرة • وهذا يعني اننا نميز في الاسماء بعد هذا التحليل المنطقي ثلاثة مستويات مهمة هي :ـ

أ) الاسماء باعتبارها اشارات أو رموزاً ، وهي مجرد متوالية لغوية مؤلفة من حروف •

ب) المعنى الذي يعبر عنه الفرد باستعمال الرموز وهو الفكرة التي ترتبط بالرمز •

(32) Wittgenstein, L., Notes on Logic [The Journal of philosophy vol. IIV, No. 9: 1957) p: 232.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

حـ) الدلالة وهي الشيء الذي تشير اليه الرموز والذي يمكن ان يكون مطابقاً أو منافياً للمعنى •

ومن الجدير بالذكر هنا هو ان ليس من الضروري ان تكون هـذه المستويات متوفرة في جميع الاسماء ، لاننا قد نصادف أسماءً لها معنى فقط دون ان تكون لها دلالة كالاسم « ڤينوس » مثلا الذي يعني عند الاغريق آلهة الجمال ، وهذا الاسم في الحقيقة لا يدل على شيء في الواقع •

ولـكي تظهر هذه المستويات بشكل واضح نجد فريجه يستعين بالذاتية التي يمكن ان تكون على صيغتين :

١) أ = أ

٢) أ = ب

واذا كانت الذاتية علاقة بين الاسماء ، فانها في الاولى قضية تحليلية صادقة بالضرورة ، وتتميز بانها لا تضيف الى خبرتنا شيئاً جديداً • وتختلف هذه القضية عن القضية الثانية « أ = ب » من ناحية مهمة هي ان صدقها لا يتم الا اذا كانت أ تدل على الشيء الذي تدل عليه ب ، وهذا معناه ان هذه القضية تضيف الى معرفتنا شيئاً جديداً ، كما ان القضية أ = أ تتميز فيها الحدود بتشابه المعنى والدلالة معاً ، في حين نجد حدود القضية « أ = ب » مختلفة في المعنى متشابهة في الدلالة فقط • وهذا التمييز يقودنا كذلك الى تمييز فريجه بين الاسمين « نجم الصباح ونجم المساء » • فنحن نستطيع ان نقول معبرين عن الذاتية بشكلها الاول ان نجم الصباح هو نجم الصباح ، كما يمكننا ان نعبر عن الذاتية بشكلها الثاني ان نجم الصباح هو نجم المساء • وبذلك نكون قد حصلنا على وجهين مختلفين لعلاقة الذاتية بين الاسماء •

والاختلاف بين القضيتين ظاهر وواضح للعيان ، فبالنسبة للشخص الذي لا يعرف نجم الصباح أو نجم المساء تبقى القضايا « نجم الصباح هو نجم الصباح » و « نجم المساء هو نجم المساء » صادقة ، في حين يحتاج الشخص الى معرفة فلـكية لاثبات ان نجم الصباح هو نجم المساء ، وهذا يعني انه لـكي نتثبت من صدق هذه القضية يجب علينا ان نعرف فيما اذا كان المعنى

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

مطابقا للواقع أم لا • وهذا يعني ان القضية تكون صادقة اذا كان الشيء الذي يدل عليه الاسم « نجم الصباح » هو الشيء الذي يشير اليه الاسم « نجم المساء » نفسه •

والرمز والاسم عند فريجه في هذا التحليل المنطقي هو اسم العلم الذي تكون دلالته شيئا معينا(٣٣) ، وهو بذلك ليس فكرة أو علاقة • كما ان الشيء يمكن ان يشير اليه أكثر من اسم كما ظهر لنا في المثال السابق •

ويجب هنا ان نلاحظ ان المتوالية التي تتألف من رموز ليس من الضروري ان يكون لها معنى أو دلالة ، لاننا من الممكن ان نأتي بمتوالية غريبة عن اللغة التي نتكلم بها وغير خاضعة لقوانين تلك اللغة ، فلا يكون لها معنى أو دلالة ، بل هي مجرد متوالية خالية من المعنى • ولكننا على العموم نعرف ان الرموز والاسماء التي نستعملها في لغة ما تعبر عن معنى معين ، وان هذا المعنى مدرك من قبل كل شخص يعرف هذه اللغة • ولكن معرفتنا للمعنى لا تعني كذلك معرفتنا للشيء الذي يعبر عنه الاسم ، لانه من الممكن ان نفهم معنى قضية أو اسم ما ، من دون ان نعرف فيما اذا كانت هذه القضية صادقة أو كاذبة • ولكننا على العموم وفي الحالات الطبيعية نعرف ان بين الرموز والمعنى والدلالة علاقة • فالرمز له معنى معين ، وان هذا المعنى يطابق دلالة (شيئا) معينة • ومن الضروري ان نعرف ان هذه العلاقة ليست عامة دائما ، لاننا قد نصادف بعض التعابير التي يكون لها معنى دون ان تكون هناك دلالة أو شيء مطابق لهذا المعنى • ورب شخص يثير سؤالا فلسفيا طالما تعرض له الفلاسفة والمناطقة هو هل لاسم العلم معنى ؟ وللاجابة عن ذلك نأخذ بعض الامثلة من الحياة العامة • فاذا تفوه احدنا باسم « خالد بن الوليد » مثلا فاننا نفهم من هذا التعبير أشياء كثيرة مثل ذلك « بطل مقاتل من أبطال الدعوة الاسلامية » أو « بطل اليرموك » أو « بطل حرب الردة » وهكذا • كل هذه الاشياء أو بعضها يمكن ان تثار

(33) Frege, G., Funktion, Begriff, Bedeutung [über Sinn und Bedeutung] p: 31.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

في ذهن السامع عند سماعه اسم « خالد بن الوليد » • وبالرغم من تفاوت هذه المعاني اذا أخذ كل واحد منفصلا عن الآخر ، فان ذلك لا يغير من شخصية خالد بن الوليد • وهذا يعني ان هذه المعاني تطابق الشيء الذي تصفه ، وان الدلالة واحدة في جميع هذه الاحوال • وعلى هذا الاساس **يمكننا اعتبار الصفات التي تقترن بالشخص الذي يشير اليه الرمز معاني** •

ونعود الآن الى الاسماء والتعابير التي يكون لها معنى دون ان يكون هناك شيء موضوعي يطابق المعنى كقولنا « المربع الدائري » و « ملك فرنسا الحالي اصلع » • فبالنسبة لنا نقرن بالاسم « المربع الدائري » معنى وهو اننا نفهم ما نقصد بهذا الاسم ، ولكن المسألة تبدو مختلفة عندما نسأل فيما اذا كان هناك شيء معين نطلق عليه هذا الاسم ، لان هذا الاسم لا يشير الى شيء موضوعي ، بل لا يوجد شكل هندسي اسمه « المربع الدائري » • وبتعبير دقيق نقول ان لهذا الاسم معنى ولكنه خالٍ من الدلالة • وكذلك الامر بالنسبة للقضية « ملك فرنسا الحالي اصلع » فهي مفهومة ، لاننا نعرف ماذا نعني عند استخدام الاسم ملك فرنسا الحالي ونصفه بالصلع • وهي مفهومة **كذلك للشخص الذي يسمع القضية لاول مرة ولا يعرف** فيما اذا كانت هذه القضية صادقة أو كاذبة • ولكن هذا الفهم غير كاف لمعرفة صدق أو كذب هذه القضية • ولكي نثبت من ذلك يجب علينا ان نبرهن على ذلك بالتجربة ، وان نعرف ان كان هناك ملك في فرنسا حاليا وانه اصلع • وعندئذ يتضح لنا ان ليس هناك ملك في فرنسا حاليا ، وانه تبعا لذلك لا نستطيع القول فيما اذا كان هذا الشخص أصلع أم لا ، لان هذا الاسم ليس له دلالة أو شيء ينطبق عليه المعنى • وبتعبير مختصر نقول ان لهذه القضية معنى دون ان يكون لها دلالة أو شيء يشير اليه أو يطابق المعنى[٣٤] •

---

(٣٤) لهذا التمييز بين الرموز والمعنى والدلالة أهمية كبيرة في الدراسات الفلسفية ، فنجد فتجنشتاين مثلا في بحثه « رسالة منطقية ـ فلسفية » يتأثر بهذا التمييز ويجعله محورا في نظريته عن الشكل المنطقي والحقيقة • كما ان فلاسفة التحليل يهتمون بتحليل القضايا والاسماء لمعرفة فيما اذا كانت هذه القضايا والاسماء فارغة لا معنى لها ام انها مفيدة • ولهذه الدراسة أهمية كبيرة في التمييز بين قضايا الحساب والمنطق وقضايا العلوم وقضايا الميتافيزيقا •

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

واذا حللنا لغة التداول على أساس انها مؤلفة من كلمات وعبارات وقضايا وجمل ، فاننا لن نجد مستوى لغوياً واحداً ، بل سنقف في بعض الاحيان عند عبارات لا تتكلم على الاشياء مباشرة ، لانها تتخذ من العبارات اللغوية مادة كلامية لها • وعلى هذا الاساس يمكننا تحليل لغة التداول الى مستويين :-

أ -المستوى الشيئي الذي تكون فيه العبارات رموزاً للتعبير عن معانٍ أو أشياء •

ب - المستوى اللغوي الذي تكون فيه العبارات رموزاً تستخدم للتعبير أو للتكلم على رموز لغوية أخرى •

وبناء على ذلك يميز فريجه بين الاقوال الاعتيادية التي يطلق عليها عبارة أقوال مستقيمة "gerade Reden" وبين الاقوال التي يدعوها أقوالا غير مستقيمة "ungerade Reden" ، حيث تضم الاولى الاقوال أو العبارات في المستوى الشيئي ، بينما تضم الثانية العبارات في المستوى اللغوي • وبناء على ذلك يجب ان تكون هناك حدود فاصلة واضحة بين الاشياء التي تدل عليها الاقوال المستقيمة والاشياء التي تدل عليها الاقوال غير المستقيمة ؛ وكذلك بين معاني الاقوال الاولى ومعاني الاقوال الثانية[٣٥] •

ومن الضروري ان نميز بين معاني الرموز والتصورات التي تقترن بها ، لان التصورات ما هي الا انطباعات ذاتية تتركها الاشياء في نفس الافراد • وتختلف هذه الانطباعات الحسية أو التصورات عن الاشياء ، بان الاشياء يمكن ادراكها بالحواس ، لانها من مواد العالم الخارجي ، بينما لا يمكن ادراك التصورات حسيا ، لانها ذاتية[٣٦] ، ولا يمكن ادراكها الا بانعكاس الفرد على نفسه ، فهي تتصل اذن وتتعلق بالشخص فقط • وهذا يعني انها لا تصلح لان تكون موضوعا للبحث العلمي ، لانها حالة من حالات النفس أولا وفردية

(35) Frege, G., Funktion, Begriff, Bedeutung (über Sinn und Bedeutung) p: 41.

(36) Ibid., p: 42.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

ثانياً ، أي : انها تعتمد على الفرد وحده دون ان يكون بين الافراد اتفاق مشترك عام في معرفتها •

وعلى هذا الاساس يمكننا تمييز التصورات أو الانطباعات والدلالات أو الاشياء ، فاذا كانت دلالة الرمز شيئا يمكن ادراكه بالحس ، فان التصور ما هو الا تلك الانطباعات الحسية التي يتركها الشيء في فكر الفرد • اما المعنى فانه الفكرة ، وهو يختلف عن التصور بانه عام ، ولـكننا لا يمكن اعتباره شيئاً ، فهو والحالة هذه وسط بين الشيء والتصور[٣٧] • واذا كان التصور في رأي فريجه لا يصلح أَنْ يكون موضوعاً للبحث المنطقي ، فمن الضروري ان نتابع البحث في المعنى والشيء لنعرف اهميتهما بالنسبة للمنطق وبالنسبة للكلمات والعبارات والقضايا • فاسم العلم [وهو في رأي فريجه يكون اما كلمة أو رمزا أو مجموعة رموز مترابطة أو عبارة] ينطق معناه ويدل أو يشير الى دلالته ، خاصة وان دلالة اسم العلم هو الشيء ذاته الذي يختلف عن المعنى بكونه خارج عن نطاق المستوى اللغوي • فنحن نعبر بواسطة الرمز معناه ونشير الى دلالته[٣٨] •

وربما يتساءل احدنا عن موقف فريجه من القضية : ما هي ، وما هو المعنى والدلالة التي تشير اليها ؟ • فنقول اننا نجد في مقالته « حول المعنى والدلالة » جوابا واضحا لهذا السؤال ، وهو ان القضية باعتبارها تركيب لغوي تحتوي على معنى ، وهذا المعنى هو الفكرة التي تعبر عنها القضية • وللتمييز بين المعنى والدلالة للقضية نتصور أولا قضية مؤلفة من عدد معين من الـكلمات ولتكن « رسل فيلسوف انكليزي » ؛ فهذه القضية تتغير من ناحية المعنى اذا استعضنا عن الاسم « رسل » بالعبارة « مؤلف كتاب أصول الرياضيات » ، ونحصل تبعا لذلك على القضية : « مؤلف كتاب أصول الرياضيات فيلسوف انكليزي » • فالقضية الاولى تختلف من ناحية المعنى عن القضية الثانية ، وذلك لان الفكرة في القضيتين مختلفة • فبالنسبة للشخص

(37) Ibid., p: 42.
(38) Ibid., p: 44.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

الذي يعرف رسل تكون القضية الاولى صادقة ، وهذا يعني ان الفكـرة مطابقة للدلالة أو للشيء • اما بالنسبة للشخص الذي يعرف رسل ولـكنه لا يعرف انه مؤلف كتاب أصول الرياضيات ، فان الامر مختلف وعنده ان القضية تحتمل الصدق أو الـكذب • وبعبارة أخرى : ان الفكرة في القضية الاولى تختلف عن الفكرة في القضية الثانية ، وهذا ما جعل الفرد يتردد في معرفة فيما اذا كانت القضية الثانية صادقة أو كاذبة بالرغم من ان القضية الثانية لها الدلالة التي للقضية الاولى •

ولـكننا ربما نصادف عبارة على هيئة قضية دون ان يكون لها دلالة مثال ذلك قولنا « حورية البحر مخلوق جميل » • فهذه العبارة لها معنى بالرغم من ان « حورية البحر » لا وجود لها الا في الخيال ، لاننا نعرف معنى الـكلمات التي تتألف منها العبارة • ونعرف ما تعنى هذه العبارة ككل • وبعبارة أخرى : اننا نفهم ماذا تعني العبارة المذكورة ولو كان الموضـوع خيالياً • ولـكن الامر يبدو مختلفا اذا سألنا عن الشيء الذي تشير اليه العبارة • فلـكي نعرف صدق هذه العبارة أو كذبها نضطر الى البحث عن شيء موضوعي ، وفي هذه الحالة لا يوجد شيء هو « حورية البحر » ، وهذا معناه ان أي صفة أو محمول نضاف أو تحمل على هذا الاسم لا تغير من كون الحكم الناتج لا يدل على شيء •

ومن الضروري ان نذكر ان المنطق يبحث عن دلالة القضية ليستفاد من وراء ذلك في الابحاث المنطقية التي تلي هذا التحديد • واذا بحثنا عن أجزاء القضية لمعرفة الاشياء التي تشير اليها ، فان الغاية في الحقيقة هي ان نثبت فيما اذا كانت القضية صادقة أو كاذبة • وهذا ان دل على شيء فانه يدل على ان البحث المنطقي يهتم بقيمة الصدق Wahrheitswert للقضية • وبتعبير منطقي أدق اننا نجد انفسنا مجبرين منطقيا على اعتبار قيمة الصدق دلالة القضية وعلى أساس ان قيمة الصدق هذه تشمل الصدق والـكذب معا • ويعتبر فريجه الصدق والـكذب أشياء تدل عليها القضايا • وهذا هو جوهر موقف فريجه عندما يقول « انني افهم تحت تعبير قيمة الصدق » للقضية

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

ذلك بانها اما صادقة أو كاذبة[٣٩] .

الذاتية ومبدأ الاستعاضة :

يبدأ فريجه بحثه في المعنى والدلالة بتحليل بسيط لعلاقة الذاتية بين الاسماء ويطرح السؤال الآتي : هل الذاتية علاقة قائمة بين الاسماء أم علاقة بين الاشياء أم علاقة بين الرموز التي تشير الى الاشياء ؟ . فاذا كانت لدينا عبارتان مثل أ = أ ، أ = ب ، فهل تختلف الاولى عن الثانية أم لا ، وان اختلفت ، فاين يكمن موطن الاختلاف .

أولا : ان الذاتية في رأي فريجه[٤٠] علاقة قائمة بين الرموز التي تدل على أشياء . وهذا هو بالفعل الموقف الذي اتخذه في أثناء تحليل الذاتية في بحثه المنطقي "Begriffsschrift" ، لان علاقة الذاتية لا يمكن ان تكون بين رموز ليس لها محتوى أو معنى ، وذلك لان الرمز أ ان لم يدل على شيء ، فاننا لا نستطيع ان نعبر به وبالرمز ب علاقة الذاتية . ففي القضية أ = ب مثلا لا نستطيع ان نقول انها صادقة الا اذا عرفنا الاشياء التي تدل عليها الرموز أ و ب . وكذلك لا يمكن وصف القضية انها كاذبة ، الا اذا عرفنا ان المحتوى للرمز أ هو غير المحتوى للرمز ب . كما لا يمكن القول ان علاقة الذاتية قائمة بين الاشياء ، لاننا نتكلم في المستوى اللغوي عن الاشياء ونستخدم بذلك رموزا معينة للتعبير عن صفات الاشياء أو الاشياء ذاتها . وهذا يعني ان علاقة الذاتية قائمة بين الاسماء التي تدل على أشياء ، وذلك للاسباب الآتية :ـ

١) ان الاسماء ما هي الا رموز ، وان هذه الرموز تدل على أشياء .
٢) ان العلاقة بين الاسماء لا يعني انها مجرد علاقة بين أسماء فقط ، بل انها في الحقيقة علاقة بين أسماء الاشياء . فالذاتية بناء على ما تقدم من تحليل علاقة بين أسماء لاشياء .

(39) Frege, G. Funktion, Begriff, Bedeutung [über Sinn und Bedeutung] p: 46.

(40) Ibid, p: 38.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

واذا كانت بين الاسماء علاقة ذاتية ، فمن الممكن ان نستعيض عن اسم باسم آخر دون ان يحدث تغيير في الدلالة • وعلى هذا الاساس نرى بحث الاستعاضة بين الاسماء على مستويين : ـ

أ ـ الاسماء

ب ـ القضايا

ومن الجدير بالذكر هنا ان فريجه يعتبر الاسم رمزاً يدل على شيء ، وبهذا المعنى أو التحديد تكون القضية عنده اسماً وذلك للاسباب الآتية :ـ

١) ان القضية تركيب لغوي يحتمل الصدق أو الكذب •

٢) ان الصدق أو الكذب في رأي فريجه أشياء •

٣) ان الاشياء كمقولة تضم دلالة الاسماء والقضايا معاً •

وهذا هو ما توصل اليه فريجه بأن كل قضية يمكن ان تفهم على أساس انها اسم علم Eigenname (٤١) •

فمن المعروف ان نجم الصباح له الدلالة التي هي للاسم « نجم المساء » نفسها •

وهذا يعني ان بين الاسمين علاقة « أ = ب » الذاتية • ولكننا نستطيع ان نقول ان بين الاسم ذاته علاقة ذاتية كذلك أ = أ ، ب = ب ، ولكن من الضروري ان نبين ان « أ = ب » تختلف عن أ = أ أو ب = ب • لان علاقة الذاتية بين أ وذاتها هي في المعنى والدلالة معا ، في حين تكون علاقة الذاتية بين أ و ب في الدلالة فقط • فالاسم نجم الصباح يختلف عن الاسم « نجم المساء » من حيث المعنى ولكنه له نفس الدلالة • وهذا يعني اننا نستطيع ان نستعيض عن نجم الصباح بنجم المساء وبالعكس في جميع

(14) Frege, G. Funktion, Begriff, Bedeutung [über Sinn und Bedeutung] p: 46.

(٤١) ولكن القضايا في رأي رسل ليست اسماءً لوقائع ، لان لكل واقعة توجد قضيتان ، واحدة تكون صادقة ، والاخرى كاذبة ؛ بينما لا توجد للاسم الا علاقة واحدة هي دلالته للشيء ، والذي لا يجعل الاسم صادقا أو كاذبا (انظر (Russell, B., Logic and Knowledge p: 187

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

العبارات التي يظهر فيها احد الاسمين من دون ان يكون هنـاك خلل في الدلالة •

اما في مجال القضايا فنحن نعرف من تحليل فريجه السابق ان قيمة الصدق عنده شيء تدل عليه القضية ، وان بقاء قيمة الصدق أو تغييرها معناه بقاء الدلالة أو تغيرها • فاذا كانت لدينا القضية م التي يظهر فيها الاسم أ ، فاننا نستعيض عن أ بطريقتين دون ان نغير الدلالة •

١) ان نستعيض عن أ بالاسم أ تبعا للقانون أ = أ •
٢) ان نستعيض عن أ بالاسم ب تبعا للقانون أ = ب •

نحصل في الاولى على قضية لا تختلف عن القضية م من حيث المعنى والدلالة • وبعبارة أخرى ان الاستعاضة في الحالة الاولى لا تغير من قيمة صدق القضية م • اما في الحالة الثانية ، فاننا نحصل على قضية تختلف عن القضية م من حيث المعنى ، ولـكنها لا تختلف عنها من حيث الدلالة • وبعبـارة أخرى ان الاستعاضة في الحالة الثانية لا تغير من قيمة صـدق القضية م[٤٢] •

ومن الجدير بالذكر هنا ان نشير الى ان هذا التمييز بين معنى الاسم ودلالته له صلة وثيقة بالتمييز المنطقي المعروف بالمفهوم Connotation والما صدق Denotation ، حيث نعرف المفهوم بانه المحمول أو الصفة التي تحمل على افراد الفئة • اما الما صدق فهو الفئة التي تضم الافراد والتي يحمل عليها المحمول • وهذا معناه ان المعنى في مفهوم فريجه يشبه المفهوم في عرف المنطق القديم ، كما ان الدلالة عند فريجه تشبه كذلك ما صدق اللفظ •

---

(٤٢) تكون بين الاسماء التي لها نفس المعنى بالنسبة لتحليل رودلف كارنات علاقة تبادل منطقية L-interchangeable ، وبمعنى آخر اننا نستعيض عن اسم باسم آخر اذا كان لهما نفس المعنى • اما اذا كان للاسماء نفس الدلالة فقط ، فان العلاقة بينهما هي علاقة تبادل interchangeable ، وهذا هو التمييز الذي يقترحه كارناب [انظر
[Carnap, R. Meaning and Necessity p: 47

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

واستطاع كارناب ان يأخذ بتحليل الاسماء الى معنى ودلالة أو مفهوم وما صدق ليضع لنا نظرية في المنطق السيمانطيقي ، تكون فيه الافكار المنطقية مختلفة تبعا لعلاقتها بالمعنى أو بالدلالة • فتكون الافكار المتعلقة بالمعنى منطقية ويرمز لها دائما في مقدمتها بالحرف « L » أو ان تتعلق بالدلالة وعندئذ يستغني عن هذا الحرف • وبهذه الطريقة الجديدة يعرف كارناب الكثير من الافكار السيمانطيقية المهمة كالصدق والذاتية والمساواة والالزام وغير ذلك من الافكار • وتمكن بعد ذلك ان يوحد هذه الاتجاهات الحديثة والقديمة في اطار نظرية جديدة في السيمانطيقية تكون فيها لغة فوقية محايدة Neutral Metalanguage للمفهوم والما صدق(٤٣) •

الشيء والفكرة والعلاقة :

ليس من الضروري ان نعرف كل شيء تعريفا رياضيا أو منطقيا دقيقا ، لاننا في المنطق نضطر في كثير من الاحيان الى التسليم بأشياء باعتبارها بسيطة لا تحتاج الى تعريف ، ولكننا رغم ذلك نحاول ان لم يكن لها تعريف دقيق ان نصفها أو نوضح ما نعني بها • وهذا يعني ان « الشيء » لا نستطيع تعريفه ، ولكننا في الوقت نفسه نستطيع ان نقول بانه ليس فكرة أو دالة أو علاقة ، وانه ما يحمل عليه • اما الفكرة فان فريجه يستعملها بمعنى حملي • وهذا التمييز يقودنا تقريبا الى النظرية القديمة في الموضوع والمحمول ، فالموضوع هو الشيء الذي نتكلم عليه أو نحمل عليه ، اما المحمول فهو الصفة التي نتكلم بواسطتها على الموضوع أو هي الصفة التي تحمل على الموضوع • فاذا قلنا « عاصمة الجمهورية العراقية » فاننا نعني بذلك شيئا واحدا هو بغداد ، فالاسم « عاصمة الجمهورية العراقية » له أولا معنى وان هذا المعنى يصلح لان يكون محمولا للموضوع بغداد • وبتعبير أدق نستطيع القول ان معنى هذا الاسم هو الفكرة التي تمثل فئة لها عضو واحد هو بغداد • ويرتبط هذا التحليل للشيء والفكرة بنظرية فريجه في الدالات

(43) Carnap, R., Meaning and Necessity p: 153. انظر

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

التي وضع اسسها في بحثه « الدالة والفكرة » • ولتوضيح هذا القول نستعين بالامثلة الآتية :ـ

١) عاصمة الجمهورية العراقية •

٢) القاهرة أكبر من بغداد •

فبالنسبة لفريجه يكون المثل الاول اسم علم ويعني شيئا واحدا هو بغداد • اما الآن فنسمح لانفسنا ان نجزء المثل الاول الى عاصمة والجمهورية العراقية ونضع بدل الجمهورية العراقية حرف أ فيكون لدينا :ـ

« عاصمة أ » حيث نعتبر أ حدا وعاصمة دالة له •

ويصدق الشيء نفسه بالنسبة للمثال الثاني حيث نجزئه الى القاهرة وأكبر من وبغداد • ونعتبر كل من القاهرة وبغداد حدودا للدالة « اكبر من » وهذا يعني اننا نحصل على التعبير « أ اكبر من ب » والذي تتميز به هذه الدالة عن الدالة السابقة هي ان الاولى لها حد واحد بينما يكون للدالة الثانية حدان • وهنا نقترب بمفهوم الفكرة Begriff في المنطق من مفهوم الدالة في الرياضيات • واذا قارنا بين ما يعنيه فريجه بالفكرة وبين نظرية رسل في دالات القضايا ، فاننا سنجد اتفاقا بين النظريتين ، لان الفكرة كما يقول رسل في الملحق الذي ذيله في كتابه[٤٤] تعني تقريبا دالة القضية • اما عندما يكون للفكرة أو للدلالة حدين ، فاننا نعتبر هذه الدالة أو الفكرة علاقة • وعلى هذا الاساس تكون الفكرة أكثر عمومية وشمولاً من العلاقة • فالعلاقات على هذا الاساس ما هي الا فئة محدودة من الافكار • بل ان الافكار والعلاقة ما هي الا دالات بالمعنى الواسع الذي يعطيه فريجه للدالة[٤٥] •

ان جوهر الدالة في رأي فريجه يكمن في اجزاء العبارة ، وان العبارة لدالة حسب تحديد فريجه ناقصة وتحتاج الى تكملة[٤٦] ، فاذا قلنا « أ انسان » ادركنا على الفور ان هذه العبارة للدالة ناقصة وتحتاج الى تكملة ،

(44) Russell, B., The principles of mathematics p: 507.
(45) Frege, G., Grundgesetze der Arithmetik p: X.
(46) Ibid., p: 5 - 6.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

كما ان الحرف أ يبين لنا الموضع فقط الذي يصلح ان يحل محله اسم أو كلمة والذي يكمل لنا هذه العبارة • وعلى هذا الاساس من التحليل المنطقي نجد فريجه يرفض كثيرا من الآراء المتعلقة بالدالة • فلا يأخذ مثلا بقول بعض الرياضيين في تحديد الدالة لـ أ ، بانه تعبير حسابي يحتوي على أ • ولا نريد هنا ان ندخل في التفاصيل لان ذلك من اختصاص بحث آخر • ولكن الذي يهمنا هنا هو ان الدالات عند فريجه مهمة جدا ، خاصة وان هذه الاهمية تزداد عندما نجد التقارب بين تحليله للدالة في الرياضيات وتحديده للفكرة في المنطق ، وهذا جوهري بالنسبة لارجاع الرياضيات أو علم الحساب الى المنطق • ومن الضروري ان نميز بين الافكار والدالات حسب درجاتها ، لكي لا نقع في الخطأ الذي يؤدي بنا الى تناقض اذا اهملنا هذا التمييز واعتبرنا الدالة من الدرجة الاولى دالة من درجة ثانية وبالعكس • ويصدق هذا القول كذلك بالنسبة للافكار التي يميز بينها فريجه تبعاً لدرجتها • فهناك افكار من درجة اولى واخرى من ثانية ، وعلاقات متشابهة ومختلفة الدرجة •

مرکز تحقیقات کامپیوتری علوم اسلامی

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

قائمة بأهم كتب جوتلوب فريجه ومقالاته

1) Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens. (Halle 1879).
2) Anwendungen der Begriffsschrift. (Jenaische Zeitschr. f. Naturwissenschaft. 13 (1879), Suppl. - Heft II, 29 - 33.
3) über den Zweck der Begriffsschrift. Jenaische Zeitschr. f. Naturwiss. 16 (1882), Suppl. - Heft I, 1 - 10.
4) über die wissenschaftliche Berechtigung einer Begriffsschrift. Zeitschr. f. Philos. u. philos. Kritik, N.F. 81 (1882), 48 - 56.
5) Die Grundlagen der Arithmetik. Eine logisch-mathematische Untersuchung über den Begriff der Zahl. (Breslau 1884).
6) über formale Theorien der Arithmetik. Sitz.-Berichte der Jenaischen Gesellschaft. f. Medizin u. Naturwiss. (Suppl. z. Zeitschr. f. Naturwiss. Bd. 19). (1885), 94 - 104.
7) über das Trägheitsgesetz. Zeitschr. f. Philos. u. philos. Kritik. N. F. 98 (1891), 145 - 161.
8) Function und Begriff. Jena 1891, II, 31 S.
9) über Sinn und Bedeutung. Zeitschr. f. Philos. u. philos. Kritik N. F. 100 (1892), 25 - 50.
10) über Begriff und Gegenstand. Vierteljahrsschr. f. wiss. Philossphie 16 (1892), 192 - 205.
11) Kritische Beleuchtung einiger Punkte in E. Schröders Vorlesungen über die Algebra der Logik. Arch. f. syst. Philosophie 1 (1895), 433 - 456.
12) über die Begriffsschrift des Herrn Peano und meine eigene Ber. d. Vhdl. d. Kgl. Sächs. Ges. d. Wiss. zu Leipzig. Math. - Phys. Classe 48 (1897), 361 - 378.
13) über die Zahlen des Herrn H. Schubert. Jena 1899. VI, 32 S.
14) Grundgesetze der Arithmetik, begriffsschriftlich abgeleitet Bd. I: XXII, 254 S. Jena 1893. Bd. II: 265 S. Jena 1903.
15) Was ist eine Funktion? Festschr. L. Boltzmann gew. z. 60 Geburtstag (1904), 656 - 666.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

16) über die Grundlagen der Geometrie. I.-III. Jahresber. d. dt. Math.-Ver. I: 12 (1903), 319 - 324; II: ebd. 368 - 375; III/1: 15 (1906), 293 - 309; III/2: ebd. 377 - 403; III/3: ebd. 423 - 430.

17) Antwort auf die Ferienplauderei des Hern Thomae. Jahresber. d. dt. Math.-Ver. 15 (1906), 586-590.

18) Die Unmöglichkeit der Thomaeschen formalen Aritmetik aufs Neue nachgewiesen. Jahresber. d. dt. Math.-Ver. 17 (1908), 52 - 55.

19) Der Dedanke. Eine logische Untersuchung (=Log. Unt. I). Beitr. z. Philos. d. Dt. Idealism. 1 (1918/19), 58 - 77.

20) Die Verneinung. Eine logische Untersuchung (=Log. Unt. II). Beitr. z. Philos. d. Dt. Idealism. 1 (1918/19), 143 - 157.

مراجع هذا البحث

Carnap, R.,

Meaning and Necessity (Chicago, 1956).

Dedekind, R.,

Was sind und was sollen die Zahlen? Neunte unveränderte Auflage (Braunschweig 1961).

Frege, G.,

Begriffsschrift (Halle, 1879).

———

The Foundations of Arithmetics (Die Grundlagen der Arithmetik) Oxford, 1953.

———

Grundgesetze der Arithmetik (Zweite unveränderte Auflage (Darmstadt, 1962).

———

Funktion, Begriff, Bedeutung (ed. G. Patzig; Göttingen, 1962).

ويشمل هذا الكتاب على خمس مقالات منطقية هي :

1) Funktion und Begriff.
2) Sinn und Bedeutung.
3) Begriff und Gegenstand.
4) Was ist eine Funktion.
5) über die wissenschaftliche Berechtigung einer Begriffsschrift.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

Russell. B.,

The Principles of Mathematics, appendix A (London, 1956).

———

Logic and Knowledge (ed. R. C. Marsh, London, 1956)

ويشمل على بحثه المعروف

The Philosophy of logical Atomism

Scholz, H.,

Mathesis Universalis (ed. H. Hermes, 1961).

Wittgenstein, L.,

Notes on Logic (The Journal of Philosophy vol. IV No. 9. 1957).

مرکز تحقیقات کامپیوتری علوم اسلامی

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

نظرية جوتلوب فريجه المنطقية

الدكتور ياسين خليل
استاذ مساعد فى كلية الآداب

الطريقة فى المنطق

مقدمـــة :

لكل علم من العلوم الطبيعية او الرياضية او الانسانية طريقة ومنهج يستخدمه الباحث للوصول الى المعرفة الحقيقية ، ولا نقصد بالمعرفة الحقيقية ما اعتاد الفلاسفة عليه من وصفها بالمعرفة اليقينية المطلقة ، بل نقصد بها تلك الخبرات التي تؤلف بفعل المنهج مبادىء منظمة يستطيع المرء بواسطتها تفسير اوسع قدر من مادة البحث والاهتداء الى حقائق جديدة .

ونحن الآن بصدد طريقة مهمة نظر اليها العلماء والفلاسفة منذ القديم حتى يومنا هذا كأساس متين تقوم عليه جميع العلوم ، بل ذهب العلماء والفلاسفة الى ابعد من ذلك حتى الزموا كل باحث بالاخذ بها ان هو اراد تأسيس علم او بناء نظام فكري او رمزي بعيد عن المتناقضات والغموض : هذه الطريقة هي المنهج المنطقي في البحث .

يتصور كثير من الناس ان هذه الطريقة في المنطق لايمكن ان تحقق ما يصبوا اليه العلماء ، وهم في تصورهم هذا انما يفهمون الطريقة بشكل يختلف عما هو معروف بين المناطقة ، فليست هذه الطريقة مرتبطة بالميتافيزيقا كما تخيلها هيجل ، كما انها لا تمت بصلة للطريقة التي اقترحها ماركس في تفسير المادة والتاريـــخ والتطور الاجتماعي[1] . انها طريقة بعيدة كل البعد عن هذه المفاهيم الفلسفية ،

(١) نقصد بذلك الطريقة الديالكتيكية باعتبارها منهج الميتافيزيقا المنطقي كما هو معروف عند هيجل ، او منهج الديالكتيكية المادية كما هو معروف عند كارل ماركس . وفي الحالتين لا يمكن اعتبار هذه الطريقة منهجا منطقيا بالمعنى الدقيق لهذه الكلمة .

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

لانها من حيث كونها اسلوبا منهجيا علميا عاما لا ترسم الا خطوطا تركيبية وعلاقات شكلية لرموز مختلفة تؤلف النظام المنطقي او الصوري • واذا ارتبطت الطريقة بهذا المعنى دون غيره ، فانها من دون شك تصلح لان تكون قاعدة عامة لجميع العلوم ، لان الصفة التركيبية والشكلية تجعل من الرموز مجرد اشارات يمكن تفسيرها تبعا للعلم الذي نريد اشتقاقه منها • وعلى هذا الاساس يشترط ان يكون التركيب المنطقي العام حاويا على جميع الصفات الاساسية للعلوم المختلفة •والطريقة في المنطق هي الوسيلة التي نستطيع بواسطتها اكتشاف هذا التركيب العام ليكون اساسا للعلوم جميعا • واذا كانت الطريقة في المنطق تستخدم الرموز والاشارات والعلاقات دون الكلمات ، فانها تقترب بذلك من الطريقة المتبعة في العلوم الرياضية حيث تلعب التراكيب والصيغ دورا رئيساً في البرهان والاستدلال • وبناء على ذلك يمكن تسمية الطريقة في المنطق بالطريقة الرياضية ، وهي تسمية تدل على مقدار تأثر المناطقة بالرياضيات في تعبيرهم عن الافكار والقضايا المنطقية بطريقة شبيهة بالرياضيات من حيث استخدام الرموز والانظمة الشكلية • وفي الحقيقة اننا نجد معظم محاولات الفلاسفة في بناء الانظمة الفلسفية متأثرة بالرياضيات التي اعتبرها الفلاسفة مثال العلم اليقيني(٢) • ولكن تقدم العلم الرياضي وملاحظة علمائه للطريقة الاستدلالية الموجودة فيه جعلهم ينظرون الى المنطق باعتباره أساس الرياضيات لما له من علاقة وثيقة بالاستدلال والاستنتاج • وبناء على ذلك يمكن تسمية الطريقة هذه بالطريقة المنطقية في الرياضيات ، وذلك لان علماء الرياضة وجدوا في هذه الطريقة

(٢) هنالك امثلة كثيرة في تاريخ المنطق تبين شدة الصلة بين الفلسفة والرياضيات ، فالمدرسة الفيثاغورية مثلا اهتمت بالاعداد واعتبرت العالم عدد ونغم ، وتأثرت فلسفة افلاطون المنهجية بالرياضيات الى حد كبير ، كما يظهر تأثير الرياضيات في منطق ارسطو بارز الوضوح • واصبح للرياضيات دورها الكبير في التفكير الفلسفي عند الفلاسفة المسلمين ، وظهر هذا الدور في العصر الوسيط المسيحي • وكان رينه ديكارت رائدا في العصر الحديث في اتخاذ المنهج الرياضي اساسا لحل المشكلات الفلسفية كما يظهر ذلك بوضوح في منهجه • وحاول سبينوزا بناء ميتافيزيقا على أسس شبيهة بالرياضيات ، وجاءت ابحاث ليبنتز معبرة عن اثر الرياضة في الفلسفة والمنطق • اما في الفلسفة المعاصرة فهناك رسل وادنجتون وجيمس جينس واخرين غيرهم ممن تأثر بالرياضيات في فلسفته •

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

خير عون لهم يعتمدون عليه في البرهان التام الخالي من الفجوات التي طالما اشتكى منها علماء الرياضة .

وبناء على التحليل المتقدم للطريقة نفضل الاقتصار على العبارة « الطريقة في المنطق » ، ونقصد بها الطريقة الرياضية في المنطق والطريقة المنطقية في الرياضيات، خاصة وان جوتلوب فريجه في بحوثه المنطقية والرياضية ينظر الى الطريقة هـذه النظرة المزدوجة ، فيحاول بناء نظام منطقي شبيه بالانظمة المعروفة في الرياضيات مستخدما الرموز والعلاقات ، ليكون هذا النظام من جديد اساسا للعلوم الرياضية في العمليات البرهانية والاستدلالية .

١

الرياضيات التعميمية Mathesis Universalis

ترجع علاقة الفلسفة بالرياضيات الى البدايات الاولى للتفكير الانساني في العالم المادي وصوره وامكانية تحليله وتفسيره . وبقيت هذه العلاقة متواصلة حتى يومنا هذا[٣] ، فاننا نلمس تأثير الفلسفة في الرياضيات واثر الرياضيات في الفلسفة. ولقد حاول الفلاسفة بناء الفلسفة على أسس رياضية ، وذلك للتخلص من الجدل المتناقض اولا والوصول بالفلسفة الى مصاف العلوم ثانيا .

وكانت فكرة Mathesis Universalis التي تبلـــورت على يد ديكارت وليبنتز وباسكال تهدف الى تعميم الرياضيات وتطبيقها على موضوعات اخرى. ونقصد

(٣) توجد في فلسفة القرن العشرين اتجاهات متعددة تؤكد اثر الرياضيات في الفلسفة وبالعكس . ومن اهم هذه الاتجاهات « الوضعية المنطقية » التي تزعمها طائفة من علماء الرياضيات والمنطق والفلسفة ، وكانت غايتها تخليص العلوم من الميتافيزيقا وبناء قاعدة علميـة رياضية موحدة لجميع العلوم . أمـا اثر الرياضيات في المنطق فظاهر ، خاصة وان جميع الدراسات المنطقية التي حاولت اشتقاق الرياضيات من المنطق او التي بلغت في رمزية المنطق حدا كبير اعتمدت على الطريقة الرياضية ودقة التعبير المتوفرة فى الرياضيات . واعتمدت بعض الفلسفات المثالية على الرياضيات كما هو واضح في كتابات جيمس جينس وآرثر ادنجتون .

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

بالرياضيات التعميمية الخروج من دائرة الرياضيات الاعتيادية الضيقة والاستفادة من مفاهيم العلوم غير الرياضية بغية توسيع هذه الدائرة بحيث تشمل علوما كثيرة تتفق في كونها تتخذ من الطريقة الرياضية في البـــرهان والاستدلال والرمزية اساسا لها • وبهذا المنهج العام تتوسع الرياضيات وتصبح عامة لعـــــلوم شتى • ويترتب على هذا الهدف الكبير ما يأتي :ـ

أ ـ اختيار مفاهيم معينة تصلح لان تكون خاضعة للعمليات الرياضية •

ب ـ تطبيق طريقة التعريف المنطقية على هذه المفاهيم ، وذلك بغية تحديد معانيها ، لكي لا يسودها الغموض والابهام •

جـ ـ تطبيق الطريقة الرياضية المعروفة في البرهان والاستدلال والرمزية •

فاذا تحققت هذه الشروط العامة امكن جعل العلوم غير الرياضية جزء من المنهاج الذي تسعى الرياضيات التعميمية الى تحقيقه • وهذه الشروط الثلاثةتؤلف اعمدة الطريقة في المنطق والرياضيات ، ومن دونها لا يمكن تحقيق الهدف المنطقي الكبير في بناء علم لجميع العلوم ، وهو الهدف الذي لا يزال قائما في بعض اتجاهات الفلسفة المعاصرة •

لقد بذلت محاولات جدية كثيرة لتحقيق هذا الهدف ، فكان ريمـــاندوس لولوس (١٢٣٥ ـ ١٣١٥) الرائد الاول • ومن الجدير بالذكر هنا ان مثل هذه المحاولات قديمة اشترك فيها الشراح القدماء والعرب وفلاسفة العصر الوسيط(٤) وقد تركزت البحوث جميعها على استحداث طريقة يستطيع الفرد بواسطتها جعل الاستدلال ميكانيكيا بغية ايجاد علم يصلح لان يكون اساسا لجميع العلوم ، بحيث يكون بمقدور هذا العلم الوصول الى جميع الحقائق بالاستدلال المنطقي • وكانت المحاولات الاولى منصبة على منطق ارسطو وهندسة اقليدس التي اتخذها العرب وفلاسفة العصر نموذجا مثاليا لعملية الاستدلال والبرهان •

حاول ريماندوس لولوس ايجاد طريقة يستطيع بواسطتها الحصول علىجميع النتائج او الحقائق ، وهي الطريقة التي عرفت بالفن الكبيرArs Magna ، وذلك

(4) Bochenski, J.M., Formale Logik P. 318.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

بان وضع نظاما على شكل اقراص دائرية متحركة قسمت الى حقول ، وقد رمز لكل حقل بحرف في القرص الكبير ، بينما وضع الاسماء والصفات في الاقراص الاخرى • فاذا ما تحركت هذه الاقراص بطريقة معينة امكننا الحصول على قضايا دينية او لاهوتية صادقة مثل « الله عادل » او « الله خير » وهكذا • ورغم كون الطريقة مطبقة على اللاهوت الا ان الفكرة التي سعى لولوس لتحقيقهـــا جديرة بالاهتمام ، لانه اراد بهذه الطريقة استنتاج جميع الحقائق المعروفة في اللاهوت المسيحي والدين(٥) •

ولقد اثارت هذه الطريقة اهتمام ليبنتز الذي قرأ لولوس ، فدفعه هـــذا الاهتمام في الاتجاه نفسه نحو ايجاد قاعدة عامة لجميع العلوم مستعينا بالطريقـة المنطقية • ولكن هذا العمل اكتسب جدية اعظم على يد ليبنتز خاصة وانه عالـــم الرياضيات من الطراز الاول ، فحاول نتيجة لخبرته الرياضية ان يقوم ببناء هذه القاعدة العامة بشكل يقترب بها من الرياضيات وحساباتها •

وكانت خطة ليبنتز وبرنامجه المنطقي العام محل اهتمام المناطقة والفلاسفةعلى حد سواء ، وقد سعى الى تحقيقه ولا يزال ائمة المنطق الرياضي وفلاسفة العصر الحديث(٦) • وقد اثنى فريجه على ما قدمه ليبنتز في هذا الحقل واعتبر فكرته في اللغة العامة عظيمة(٧) تزيد من القدرة العقلية وتذلل الصعاب والعقبات • ويعتبر ما قدمه فريجة في المنطق تحقيقا لفكرة ليبنتز في ايجاد طريقة رمزية تصلح لان تكون قاعدة للعلوم • وينطوي عمل ليبنتز على ايجاد خطة او طريقة اولا ، وعمل

---

(٥) حاول بوخنسكي في كتابه « المنطق الصوري » الانف الذكر تقديم مقتطفات من كتاب الفن الكبير للولوس ، مبينا في ذلك اهتمام لولوس بالطريقة الارتباطية والميكانيكية التي اثرت على ليبنتز (ص ٣١٩) •

(٦) بالرغم من عدم نشر مؤلفات ليبنتز المنطقيـــة الا حديثا ، فان أثره في فريجه واضح جدا ، واذا نظرنا الى الدراسات المنطقية المعاصرة منذ ان ظهر كتاب رسل ووايتهيد Principia Mathematica ، فاننا سرعان ما نصل الى نتيجة هامة هي ان الجهد الذى يبذل في هذه الدراسات انما يسعى الى تحقيق هدف ليبنتز بالاستعاضة عن الكلمات بالرموز والحجج بالمنطق •

(7) Frege, G., Begriffsschrift P. XI.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

برنامج عام وشامل ثانيا • يتمثل العمل الاول بما يسمى عادة بالطريقة الارتباطية Combinatory Method أما العمل الثاني فهو من صميم الرياضيات التعميمية او Mathesis Universalis وتتلخص الطريقة الاولى بما يأتي :ـ

أ ـ وضع الف باء للافكار ، وذلك باقتران كل فكرة برمز واحد فقط بعد تحليل الافكار والمفاهيم الى بسائطها •

ب ـ وضع كل الارتباطات المحتملة للافكار البسيطة ، ويستحسن عمل جدول (اذا كان ذلك ممكنا) يبين فيه جميع الافكار البسيطة •

ولكن ليبنتز لم يتوقف عند هذا الحد ، بل ذهب الى ابعد من ذلك واضعاً الشروط التي يجب ان تتوفر في الحساب المنطقي ، وهذه الشروط هي :ـ

١ ـ يجب تحليل جميع الافكار المركبة او المعقدة الى افكار بسيطة هي اوليات الافكار الاولى •

٢ ـ ان الافكار المركبة تتألف من الافكار البسيطة وذلك بالطريقة الارتباطية ، حيث تكون الافكار البسيطة قليلة العدد ، لكنها بفضل الترابط تنتج افكارا كثيرة العدد •

٣ ـ يجب ان يكون لكل فكرة رمز واحد فقط ، فيكون للفكرة البسيطة رمز بسيط وللفكرة المركبة رمز مركب ، بحيث ان تحليل الرمز المركب يوجب كذلك تحليلا متناظرا في الفكرة المركبة •

٤ ـ ايجاد العمليات الاستدلالية وذلك باكتشاف جميع العلاقات القائمة بين الافكار البسيطة ، وهذه عملية جوهرية يتم بواسطتها تحقيق الميكانيكية الرياضية في المنطق والحساب •

ولقد اصاب ليبنتز في وضع هذا البرنامج الذي اصبح حجر الزاوية في النظريات المنطقية الحديثة التي تقترب من الرياضيات في الطريقة والمنهج • ولاشك ان اثر الرياضيات في فلسفة ليبنتز المنطقية كان له اكبر الاثر في بناء لغة عامة يستعين بها الفكر على حل المشكلات وتكون دليلا دقيقا لحسم النزاع بين الفلاسفة والمفكرين • فالبرهان على الحقائق التي تحتاج الى هذه العملية يكمن في تحليل

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

الافكار التي يصاحبها تحليل للرموز فتصبح هذه الافكار محسوسة تجري بـــع طريقة ميكانيكية • واذا تم هذا العمل ، وذلك بوضع لغـــة رمزية للفـــكر Charakteristik der Vernunft تتخذ شكل حساب كما هو معروف في علـــم الحساب والجبر • ولقد ادرك ليبنتز خطر استعمال اللغة المتداولة ، لان كلماتها وعباراتها تحتوي على معان مختلفة تزيد في غموض العبارة وابهامها ، فلابد من اختيار لغة رمزية تقضي على هذا الابهام وتتخذ من الاستدلال اساسا ومنهجـــا • ويقترح ليبنتز طريقتين منطقيتين متأثرا بلولوس :ـ

١ ـ طريقة الاختراع Ars inveniendi وهي طريقة عامة نتوصل بواسطتها الى اشتقاقات او الى جميع النتائج من مقدمات مفروضة بالتوالي •

٢ ـ طريقة التقرير Ars iudicandi وهي طريقة نقرر بمساعدتهاوبعد خطوات نهائية فيما اذا كانت العبارات او الصيغ المنطقية موجودة في تتابـــع منطقي ام لا[٨] •

واذا نظرنا الى فلسفة ليبنتز التي احتواها بحثه في المونادولوجيا ، فاننا سرعان ما نتبين اثر الرياضيات فيها ، فالحقائق عنده على نوعين :ـ حقائق عقلية وحقـائق واقعية ، تتميز الحقائق العقلية بكونها ضرورية وضدها غير ممكن (مستحيل) ، أما الحقائق الواقعية فتتميز بكونها احتمالية وضدها ممكن ••••ـ•ـ• وان قضايـــا الرياضيات ترجع بالتحليل الى تعريفات وبديهيات ومصادرات[٩] • وفي نهـــاية المطاف يصل الفرد الى افكار بسيطة لا يستطيع ان يعطيها تعريفا ، ويصل كذلك الى بديهيات ومصادرات وبعبارة اخرى الى المبادىء الاساسية التي لا يمكن البرهان عليها ، بل ولا تحتاج اليه • وهذه هي القضايا الذاتية Die identischen Aussagen التي يحتوي ضدها على تناقض واضح[١٠] •

وبناء على ما تقدم يصبح امامنا الطريق واضح المعالم ، الطريق الذي يجب ان تقوم عليه الرياضيات التعميمية ، وهو ان نبدأ بافكار بسيطة غير معرفة نعـــرف

(8) Hermes, H., Einführung in die mathematische Logik P. 79.

(9) Monadologie, § 33, § 34.

(10) Ibid., § 35

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

بواسطتها ما يمكن تعريفه من الافكار الجوهرية ، وبديهيات لا تحتاج الى برهان ، وتعريفات نستخدمها في الخطوات الاستدلالية والبرهان • وهذه هي الطريقة التي اتخذها المناطقة سبيلا لهم في بناء الانظمة المنطقية ، وقد حقق اهدافها في حقل المنطق جوتلوب فريجة الذي سنشرح طريقته بالتفصيل في بناء لغته الرمزية •

٢

الاستدلال والبرهان

(١) شروط البرهان

بعتبر اقليدس في بناء علم الهندسة الرائد الاول من حيث انه استطاع صياغة الكثير من خبرات الشعوب التجريبية في حقل الهندسة في نظام متناسق تترتب فيه القضايا بشكل منطقي ، بحيث تصبح اجزاء هذا النظام كلا متناسقا • واستخدم اقليدس في عمله هذا الاستدلال المنطقي والبرهان لبناء نظامه الهندسي ، فلا يمكن حل مشكلة هندسية الا بالاعتماد على ما سبقها من مشكلات محلولة او بديهيات موضوعة او تعريفات توضيحية • واصبح هذا النظام المثال الحي للدراسات الرياضية ، بل حاولت بعض الدراسات الفلسفية ان تتخذه اساسا لبناء فلسفة برهانية(١١) •

ولكننا في الوقت نفسه علينا ان لا نغفل العمل العلمي الذي قدمه ارسطو في حقل المنطق ، فرغم اختلاف الخط التطوري للمنطق والرياضيات ، الا اننا في حقيقة الامر نلمس الالتقاء التام منذ المرحلة الاولى ، فنظام ارسطو المنطقي لا يختلف من حيث البناء عن نظام اقليدس الهندسي اللهم الا في المفاهيم والافكار الاولية ، وهذا أمر بديهي لاختلاف طبيعة المنطق عن الرياضيات • واذا امعنا النظر في هندسة اقليدس ، فاننا نجد قوانين منطقية في البرهان هي الاساس في الاستدلال وحل المشكلات الهندسية ، وهذا تداخل يؤكد علاقة المنطق بالرياضيات منذ بدايات التطور الاولى •

(١١) حاول سبينوزا بناء فلسفته الاخلاقية الميتافيزيقية في كتابه [Ethik] تبعا للطريقة الهندسية في التعريفات والبديهيات والبراهين •

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

وجوتلوب فريجة الذي ساهم في ترسيخ العلاقة بين المنطق والرياضيات كان الرائد الاول في بناء لغة رمزية من نمط جديد استطاع بواسطتها التعبير عن اول نظام رياضي في المنطق متخذا من طريقة التحليل المنطقي للافكار والمبادىء اساسا في كشف العلاقة واثبات ان الرياضيات منطق متطور وان اصل الرياضيات منطق سواء في حقل المفاهيم او في حقل البرهان والاستدلال • ونظرية البرهان عند فريجة تتصف بكونها رمزية بحتة لا تحتوي البراهين فيها على كلمات او توضيحات جانبية او وصف منطقي يساهم في عملية البرهان بطريق غير مباشر ، بل اننا نجد في البرهان سلسلة من رموز للتعبير عن المعاني الصورية والتراكيب الرياضية ، كما اننا لا نجد غير سلسلة من صيغ رمزية متتابعة باستدلال منطقي ، حيث ان كل قضية او صيغة في هذه السلسلة قضية تامة الشروط وصادقة ، لانه اذا كان بين هذه الصيغ الزام او تتابع منطقي ، فان صدق المقدمة يستلزم بالضرورة صدق النتيجة • وما دامت العملية البرهانية تبدأ اولا بالبديهيات والتعريفات او مبرهنات سبق البرهان عليها وهي قضايا صادقة ، فان جميع القضايا في سلسلة التتابع المنطقي الاستدلالي تكون صادقة ، لانه لايمكن استنتاج قضية كاذبة من مقدمات صادقة في برهان مكتمل الشروط •

وعلى هذا الاساس يجدر بنا تحديد معنى اكتمال الشروط في البرهان كما يراها فريجة في منطقه الرياضي ، لان هذه الشروط هي العمود الفقري في عملية البرهان ، وان البرهان لا يكون صحيح البناء اذا لم يستوف هذه الشروط جميعا :ـ

الشرط الاول : ويسمى هذا الشرط بشرط الكمال Vollständigkeit. يجب ان يكون البرهان وجميع العمليات الاستدلالية مكتفية بالرموز والتراكيب بعيدة كل البعد عن استخدام الكلمات والعبارات المساعدة في البرهان ، لان وجود هذه العبارات اللغوية دليل على عدم قدرة الطريقة الرمزية على التعبير عن جميع الافكار والمبادىء ، كما انه دليل على عدم كمال البرهان • لذلك يشترط ان تكون الطريقة الرمزية هي اللغة الوحيدة في التعبير عند أقامة البرهان • وبذلك يسلم البرهان من الغموض والالتباس •

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

هذا الشرط الذي حققه فريجة في دراساته المنطقية والرياضية هو الهدف الذي وضعه ليبنتز أمام عينيه في رسم خطوط برنامجه العام لبناء اللغة العامة Charakteristica Universalis ، لكي تصبح الرموز هي الحكم في المناقشة والبرهان .

الشرط الثاني : وهو شرط التتابع المنطقي Logische Folgerung. يجب ان تكون القضايا في العملية البرهانية متتابعة يلزم بعضها عن البعض الاخر ، وبذلك نضمن صدق القضايا الموجودة في التتابع المنطقي ، لان علينا ان نبدأ بقضايا لا تحتاج الى برهان تتميز بالصدق ، وبهذا الشرط تسلم العملية البرهانية من حدوث قضية كاذبة في التتابع ، لان جميع القضايا المتتابعة في عملية البرهان يجب ان تكون صادقة ما دامت المقدمات صادقة خالية من التناقض .

هذا الشرط مهم جدا في كل عملية برهانية ، والا فان الاستدلال لا يمكن ان يكون أساس البرهان ، لان علينا ان نفترض قضايا صادقة هي البديهيات فنستنتج منها قضايا اخرى . وعملية الاستنتاج هذه هي عملية تتابع منطقي ، فاذا صدقت البديهيات صدقت جميع القضايا الملزمة عنها . وبتحقيق هذا الشرط المنطقي يكون فريجة قد حقق شرط ليبنتز في الحساب المنطقي المسمى « بفن التقرير » ، لاننا تبعا لشرط التتابع نستطيع ان نقرر فيما اذا كانت قضية ما مفروضة في تتابع منطقي أم لا ، فاذا كانت موجودة في التتابع فانها صادقة ، أما اذا لم تكن فانها قضية كاذبة او غير مقررة Unentscheidbar

الشرط الثالث: وهو شرط الاشتقاق المنطقي Logische Ableitung. يجب ان يكون الانتقال من قضية الى اخرى خاضعاً لقوانين استنتاجية ، وانه لا يمكن باي حال من الاحوال ان يكون البرهان بغيرها ، لانها هي العمود الفقري في العملية الاستدلالية ومن دونها لا يمكن ان يتحقق البرهان وتكاثر القضايا . وبعبارة اخرى انه لا يمكن الانتقال من قضية الى اخرى من دون قوانين الاستنتاج .

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

هذا الشرط ضروري في البرهان لانه ضمان اكيد لاستنتاج قضايا من جهة ، وانه شرط مهم لتحقيق ميكانيكية العملية البرهانية من جهة اخرى • وفي هـــذا الشرط الذي حققه فريجه في منطقه يكون هذا العالم المنطقي قد حقق في الوقت نفسه شرط ليبنتز في الحساب المنطقي وهو ان يكون الانتقال من قضية الى اخرى ميكانيكيا يخضع لقوانين وقواعد منطقية فقط ، وهو الشرط الذي اطلق عليه ليبنتز اسم « فن الاختراع » ، لاننا تبعا لشرط الاشتقاق نحصل على اشتقاقات منطقيـــة تزيد من قدرة النظام المنطقي •

الشرط الرابع : وهو شرط تكامل السلسلة الاستنتاجية **Lükenlosigkeit der Schlussketten** يجب ان يكون البرهان دقيقا بحيث لا يترك شيئا ضروريا يدخل في العملية الاستدلالية الا ودخل فيها ، فلا يمكـــن الانتقال من قضية الى اخرى دون ذكر القانون الذي تم بموجبـــه الانتقال • وبواسطة شرط تكامل السلسلة الاستنتاجية نكون قد وصلنا الى ان كل بديهية او فرضية يقوم عليها البرهان لابد من ابرازهـــا لتكون قاعدة أساسية للقوانين المبرهنة •

يذكر فريجة هذا الشرط ردا على ما شاهده في كتـــاب ديدكند المعروف « ما الاعداد وماذا تكون »[١٢] من اختصار للبرهان وعدم ذكر الخطوات الاستدلالية بالتفصيل • وقد ترك هذا الاختصار الكثير بعض من القضايا التي لم يبرهن عليها ، وهذا بطبيعة الحال نقص في البرهان ، اضافة الى عدم ذكر ديدكند مجموعة من القوانين المنطقية الاساسية او غيرها • وهذا يشكل في الحقيقة صورة غير صحيحـــة ومرتبكة للطريقة التي يريدها ديدكند في اخضاع الرياضيات الى المنطق • وعلى هذا الاساس تصبح الحاجة الى ذكر جميع القوانين التي نحتاجها في البرهان من الامـــور الضرورية لكي نعرف كيفية الانتقال من قضية الى اخرى ، ونميز بين القضايا التي تحتاج الى برهان ، والقضايا التي لا تفتقر اليه ، لان البرهان على قضية ما يجب ان يتناول في التتابع المنطقي للقضايا قضايا هي أما مبرهنات سبق البرهان عليها او قضايا هي بديهيات ، وفي هذه الحالة يصبح الاستدلال المنطقي مستوفيا للشروط المنطقيـــة المعروفة •

(12) Dedekind, R., Was sind und was sollen die Zahlen?

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

الشرط الخامس : وهو شرط المنطقية في البرهان او ما يسمى عادة بالاساس المنطقي Logische Grundlage : يجب ان تكون القواعد والقوانين منطقية ، بحيث ان جميع الانتقالات في البراهين تكون تبعا لقوانين منطقية معروفة، وان الحدس في هذه الحالات غير ممكن ، وانه اذا حللنا جميع هـذه الانتقالات بخطوات منطقية بسيطة ، فان بامكاننا ان نبين انه لايوجد غير المنطق اساسا لها •

هذا شرط ضروري ما دام فريجه في كتبه المنطقية يحاول اخضاع علم الحساب او الرياضيات الى المنطق • لاننا اذا اعتبرنا جميع البراهين التي يسوقها فريجـــه برهانا واحدا يبدأ بالبديهيات والتعريفات وقوانين الاستنتاج مع استيفاء شروط البرهان ، فان هذا البرهان الجامع يبرهن على ان علم الحساب منطق متطور او ان أساس علم الحساب هو المنطق فقط • واذا كان هناك رأي آخر يشك في هذا البرهان ، فيجب ان يشير هذا الشك الى احتمال الخطأ في البديهيات والتعريفات او القوانين الاستنتاجية وتطبيقاتها في مجالات معينة ، والا فان البرهان الذي نستطيع ان ندعوه نظرية فريجه الاستدلالية منطقي بحت • وبذلك يثبت رأي فريجه في اخضاع علم الحساب الى المنطق • وهذه هي الصفة المنطقية في البرهان والنظرية بمعناها الواسع •

ان استيفاء البرهان لهذه الشروط ما هو الا دليل على ادراك فريجه لمسائل مهمة في المنطق والرياضيات ، فالبراهين المعروفة في حقل الرياضيات كما ادركها فريجه خالية من ذكر القوانين المنطقية التي يستخدمها عالم الرياضيات في العمليات البرهانية ويعتبرها تحصيل حاصل ، مع العلم ان هذه القوانين هي الاساس في الاستنتاج • كما ادرك فريجه الاخطاء المترتبة على استعمال اللغة لايضاح بعض الخطوات الاستنتاجية ، فجاء منطقه خاليا من هذه الاستعمالات فحقق رمزية مطلقة في الرياضيات والمنطق • وادرك كذلك الرباط الوثيق بين المنطق والرياضيات فلم يكتف بالاشارة الى هذا الارتباط ، بل جعل المنطق هو الاساس سواء في تحقيقه لشروط البرهان او في اعتماده على المفاهيم والمبادىء المنطقية في اشتقاق الرياضيات • وبهذا العمل يكون فريجه قد ارتفع بنظامه الى الكمال الذي كان ينشده الفلاسفة والمناطقة وعلماء الرياضيات •

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

(ب) الحساب المنطقي ونظامه

تحدثنا فيما سبق عن الشروط التي يجب توفرها في البرهان وعلينا الآن ان ننظر الى ما قام به فريجه في بناء الحساب المنطقي الـذي يظهر فيـه الاستدلال والبرهان بشكل واضح ، لان علينا ان نميز بين البديهيات والمبرهنات التي تحتاج الى الاستدلال والبرهان • وتجدر الاشارة هنا الى ان مثل هذا العمل قام به اقليدس في حقل الرياضيات الهندسية • فاذا استعرضنا « مبادىء اقليدس »[١٣] وما يتضمنه هذا الكتاب من كتب فرعية لوجدناه يبـدأ بتعريفات للمفاهيـم الهندسـية وهي ايضاحات للافكار الاولية التي تظهر في البديهيات ، ثم ينتقل بعد ذلك الى ذكر المصـادرات Postulates والتي يبلغ عددها في الكتاب الاول مثلا ثلاث ، ويذكر بعدها البديهيات Axioms التـي يبلـغ عـددها اثنتى عشـر بديهية • كما قام بمثل هذا العمل ارسطو في كتابه التحليلات الاولى[١٤] حيث عرف بعض المفاهيم المنطقية المهمة اولا مثل الحد والموضوع والمحمول والمقدمة والقياس وغير ذلك لينتقل بعد ذلك الى ذكر الاقيسة التامة وهي البديهيات وعددها أربع في محاولته الاولى[١٥] ثم يخضع بديهيتين منهما بالبرهنة عليها الى البديهيتين الاوليتين ، فتكون المحاولة الثانية[١٦] محتوية على بديهيتين فقط • والشيء الذي يجب ذكره هنا لما له اهمية بالنسبة للمنطق والرياضيات ان ارسطو ذكر القوانين الاستنتاجية واستخدمها في البرهان على المبرهنات ، وبذلك تكون محاولة ارسطو جدية في هذا الصدد لاجل اقامة برهان خال من النقص • وبهذه الطريقة التي اتبعها ارسطو يكون المنطق قد استخدم الطريقة الرياضية بدقة بليغة لصياغة الحساب المنطقي او القياس اذا اردنا استخدام تعبير ارسطو •

وبلغت هذه الطريقة المنطقية ـ الرياضية غايتها عند جوتلوب فريجه الـذي حاول في كتابه المعروف باللغة الرمزية Begriffsschrift ان يعطينا حسابا

(13) Euclid's Elements.

(14) Organon, Analytica Priora

(١٥) نظرية ارسطو المنطقية الدكتور ياسين خليل ص ١١٦ـ١١٧ •

(١٦) المصدر السابق ص ١١٧ •

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

منطقيا متكاملا مستوفيا لجميع الشروط مستفيدا من الدراسات الرياضية التي بلغت من التقدم في فن البناء غاية في الدقة والعمل الاستدلالي • واذا اردنا التعرف على جوهر هذه الطريقة والبناء الشكلي لحساب فريجه المنطقي ، فان علينا ان نبدأ بكتابه « اللغة الرمزية » باعتباره المحاولة الاولى لبناء هذا الحساب • ومن الجدير بالذكر ان فريجه غير بعض المفاهيم والبناء الشكلي للحساب في كتابه المعروف « القوانين الاساسية لعلم الحساب »[١٧] ، اما الطريقة فانها بقيت ثابتة كما بقيت الخطوط الاساسية في بناء النظام ثابتة • لذلك فان الاخذ بالكتاب الاول لاستخلاص الطريقة بمثابة عرض عام لطريقته العامة التي اتبعها في كتبه المنطقية • ولكن ذلك لا يعني بتاتا تجاهل كتابه الرئيس ، بل سنحاول الاستفادة منه بعد عرض الخطوات المنطقية في كتابه الاول •

يتألف الحساب المنطقي كما بينه فريجه في كتابه « اللغة الرمزية » من ثلاث خطوات رئيسة ، جاء في القسم الاول من كتابه عرضا للافكار الاولية وايضاحا للرموز التي يتألف منها الحساب المنطقي • وهذه الافكار تؤلف في جوهرها الف باء اللغة الرمزية • وبامكاننا تصنيف هذه الافكار الى ما يأتي :-

١ ـ الافكار الاولية وتتألف من :

أ ـ المتغيرات والثوابت •

ب ـ الروابط المنطقية وتشمل الالزام والشرطية والبدل والعطف والنفي والذاتية •

جـ ـ الدالة والحد •

د ـ الثوابت المنطقية وتشمل الكلية والجزئية (واحد على الاقل) اما في القسم الثاني من الكتاب المذكور فان فريجه باشر بوضع القوانين الاساسية التي تعتمد عليها العملية الاستدلالية ، فجاءت بالشكل الآتي :

---

(١٧) انظر نظرية جوتلوب فريجه المنطقية ـ المنطق واللغة ص ١٣٥-١٣٦ • [مجلة كلية الاداب ـ العدد السابع ـ سنة ١٩٦٤] •

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

٢ ـ القوانين الاساسية وتشمل :

أ ـ ما يتصل منها بالالزام وهي ثلاث بديهيات

ب ـ ما يتصل منها بالنفي وهي ثلاث بديهيات

جـ ـ ما يتصل منها بالذاتية وهي بديهيتان •

د ـ ما يتصل بالكلية وهي بديهية واحدة

اما في القسم الثالث من اللغة الرمزية فيحتوي على تطبيقات لطريقته الرمزية • ومن الجدير بالذكر هنا ان القسم الثاني من الكتاب احتوى على الخطوتين الثانية والثالثة ، لان فريجه برهن على بعض القضايا مستعينا بالبديهيات والقوانين الاستنتاجية ، وبذلك تكون الخطوة التالية هي البرهان على المبرهنات • واذا نظرنا الى هذا النظام من زاوية حديثة جدا ، فاننا نجد تشابها تاما في الخطوات التي يتخذها علماء المنطق حديثا ، فرودلف كارناب مثلا يسمي الخطوة الاولى التي تضم الافكار الاولية والتعريفات والتراكيب البسيطة بالقوانين البنائية Formreglen ، بينما يسمي الخطوة الثانية بالقوانين التحويلية Umformungsregeln ، أما الخطوة الثالثة فهي عنده البراهين والاشتقاقات[١٨] •

ولكن مثابرة فريجه المستمرة لتحقيق هدفه في اشتقاق الرياضيات من المنطق جعلته يطور طريقته في عرض الحساب المنطقي ، ففي كتابه « القوانين الاساسية لعلم الحساب » « الجزء الاول » بدأ في القسم الاول بمناقشة الافكار الاولية وهي الدالة والفكرة والعلاقة • وهنا يظهر تأثير آراء فريجه التي انتهى اليها بعد مناقشات طويلة في مقالات متعددة حول المعنى والدلالة والشيء وغيرها • وهذا هو السبب المباشر الذي ادى الى حصول بعض التغيير في نظام فريجه المنطقي • والى جانب ذلك يوجد سبب آخر مهم هو ان محاولة فريجه في اللغة الرمزية انصبت على تكوين منطق شكلي فيه بديهيات ومبرهنات ليكون قاعدة أساسية للنظرية الاستدلالية في الرياضيات • أما في كتابه الاخير فان فريجه يحاول تحقيق هدفين مترابطين : الاول هو اخضاع الافكار الرياضية الى مفاهيم منطقية والثاني هو

(18) Carnap, R., Symbolische Logik § 21,22,23.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

اخضاع البرهان الرياضي الى الطريقة المنطقية الاستدلالية • لذلك نجده يختار الان مفاهيم جديدة تصلح لان تكون قاعدة منطقية لتعريف الافكار الرياضية ، واذا ما تم له ذلك استطاع البرهان على مبدأ اشتقاق علم الرياضيات من المنطق • وعلى هذا الاساس وضع خطة الكتاب التي يمكن عرضها بالشكل الآتي :ـ

القوانين الاساسية لعلم الحساب ـ الجزء الاول •

قام فريجه في القسم الاول من الكتاب بعرض اللغة الرمزية التي احتوت على :ـ

أ ـ الافكار الاولية والرموز الاصلية Urzeichen ، ناقش فيها الدالة والفكرة والعلاقة وعرف الدالة وشرح قيم الصدق والدلالة والمعنى والفكرة والشيء • وانتقل بعد ذلك لمناقشة تعاقب القيم للدالة ، ومجال الفكرة والدالات ذات الحدين • ثم انتقل لمناقشة القضية وبعض الرموز مثل النفي وخط القضية والذاتية والكلية والالزام والبدل والعطف • وبعد ان اتم هذا الايضاح انتقل الى موضوع آخر في غاية الاهمية يتعلق بالنتائج والاشتقاقات والقوانين الاستنتاجية • واخيرا حاول فريجه توسيع مفهوم علاقة الكلية Allgemeinheitsbeziehung فناقش الكلية بالنسبة للدالات والافكار من الدرجة الاولى والثانية وانواع الحدود • والدالات من الدرجة الثانية لحدود من النوع الثاني والثالث ، ثم ناقش الكلية بالنسبة للدالات من الدرجة الثانية •

وكان فريجه في هذا العمل مدركا تمام الادراك هذا التسلسل المنطقي في نظامه المنطقي ـ الرياضي وقد سار بخطوات يمكن تلخيصها بما يأتي :ـ

١ ـ الافكار والرموز البسيطة التي اشتملت على الدالة والفكرة والعلاقة •

٢ ـ الافكار والرموز المركبة التي اشتملت على اهمية الروابط المنطقية باعتبارها الاواصر التي تربط الرموز البسيطة والقضايا المركبة •

٣ ـ النتائج والاشتقاقات باعتبارها الخطوة التي تلي تكوين الرموز المركبة ، كما انها مهمة في العمليات الاستنتاجية وفهم الطريقة الرمزية •

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

٤ ـ الدالات من الدرجات الثانية والثالثة لما لها من علاقة مباشرة بعلم الحساب ، كما انها في الوقت نفسه تكون نظاما منطقيا جديدا أعلى من النظام المنطقي الذي يشمل دالات من الدرجة الاولى ذات الحدود من النوع الاول .

ب ـ التعريفات Definitionen

تناول فريجه الخطوط العامة للتعريف ، وذلك بتقسيم الرموز والاسماء والصيغ ، وناقش تكوين الاسماء ومتى يدل الاسم على شيء والطرق التي بموجبها يكون هذا التكوين . وتناول القواعد الاساسية في التعريف ، وذلك ضمانا لطريقة واسلوب منطقي في تعريف الاسماء التي تحتاج الى تعريف . وبالفعل تناول فريجه بالتعريف بعض الدالات وتعريف فكرة العدد . وهو في هذا العمل لم يتناول كافة التعريفات ، بل عرف ما هو مهم بالنسبة لهذه المرحلة المنطقية . لذلك نجده يعود الى التعريف في الجزء الثاني من كتاب القوانين الاساسية لعلم الحساب ليعرف اشياء اخرى يحتاجها في المرحلة المنطقية الثانية في البناء العام .

ج ـ القوانين المشتقة Abgeleitete Gesetze

واخيرا يتناول فريجه عرضه للغة الرمزية القوانين الاساسية والقواعد المنطقية وبعض الاشتقاقات المهمة .

واذا نظرنا الان في هذا القسم من تكوين اللغة الرمزية في برنامج فريجه ، فاننا نلمس الطريقة المنطقية التي اتبعها في البناء المنطقي بكل وضوح ، وهو في بحثه هذا لا يختلف عن ما قدمه في كتابه " اللغة الرمزية " من حيث الطريقة اللهم الا بعض الاضافات في مجال المفاهيم والدالات والتعريفات . وهذه الاضافات ضرورية جدا مادام هدف فريجه ايجاد قاعدة منطقية يشتق منها جميع قضايا علم الحساب الضرورية . وهذا ما حصل بالفعل ، فانه يحاول في القسم الثاني من الجزء الاول لكتابه « القوانين الاساسية لعلم الحساب » ان يبرهن على بعض القضايا المهمة المتعلقة بالاعداد وعلم الحساب بعد ان انتهى من بناء نظرية استدلالية منطقية تحتوي على حساب القضايا وحساب دالات القضايا اضافة الى تخطيطه لحساب دالات القضايا من الدرجة الثانية والثالثة التي لها صلة مباشرة بعلم الحساب .

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

أما القسم الثالث من بحثه الذي تضمنه الجزء الثاني فانه يهتم بالاعـــداد الحقيقية ، وفيه تناول فريجه الدراسات المختلفة بالنقد ، فنجده يستعرض اولا القواعد الاساسية في التعريف واضعا نصب عينيه القاعدة المنطقيـــة في التعريف القائلة : بان على التعريف ان يكون تاما بحيث تكون حدوده واضحة أما القاعـدة الثانية التي يوليها فريجه اهتمامه فهي : ان يكون التعريف بسيطا بعيدا عن التعقيد. أما النظريات التي انتقدها فريجه في هذا البحث فهي نظرية جورج كانتـــور في الاعداد اللاعقلية ونظريات هاينه وتوما وغيرها . كما تناول فريجه في بحثه هذا موضوعا في غاية الاهمية هو نظرية العلاقات والفئات ، وبذلك يكون فريجه الرائد في وضع الاقسام الاربعة المهمة في المنطق الرياضي وهي :ـ

١ ـ حساب القضايا	Satzkalkül
٢ ـ حساب دالات القضايا	Prädikatenkalkül
٣ ـ حساب العلاقات	Relationenkalkül
٤ ـ حساب الفئات	Klassenkalkül

نستخلص مما تقدم من هذا العرض لطريقة فريجه في بناء الحساب المنطقي انه بدأ بعرض الف باء اللغة الرمزية ليقوم ببناء بعض التراكيب المهمة لخطـــوة ثانية ويختار بعض القضايا كبديهيات ليبرهن بالتالي على القضايا التي تحتاج الى البرهان . فكان في الاول يبني الاساس المنطقي ليستطيع البرهان على قضايا علـم الحساب او اشتقاقها من هذا الاساس . وقد تناول برتراندرسل والفريد نورث وايتهيد في كتابهما Principia Mathematica هذه الطريقة تمـاما في بنـــاء نظريتهما المنطقية التي استقت معظم افكارها ومبادئها وخطوطها الاساسية من دراسات جوتلوب فريجه وابحاثه المنطقية وبصـــورة خاصة من بحثه الشـهير " القوانين الاساسية لعلم الحساب " .

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

٣

طريقة التحليل المنطقي

ان الدراسات المنطقية والفلسفية المعاصرة مدينة للطريقة التي اتخذت من التحليل أساسا في معالجة المشكلات والمتناقضات • وطريقة التحليل المنطقي هذه بابسط صورها تعني توضيح الافكار والانظمة التي يستخدمها المرء في الدراسات العلمية • ونقصد بتوضيح الافكار والانظمة ما يأتي :ـ

١ ـ تحليل الانظمة الى اولياتها التي تشمل الرموز والعلاقات •

٢ ـ تحديد معاني الرموز وذلك بتعريف ما يمكن تعريفه لكي لا يكون في البحث غموض او تناقض •

فمن الضروري اولا ان نكتشف التركيب العام للنظام وذلك بمعرفة العلاقات التي تربط الرموز بعضها بالبعض واتجاه هذه العلاقات • أما عملية تحديد معاني الرموز فهي ضرورية أيضا ، لانها تعطي للرمز معنى معيناً يميزه عن بقية الرموز • وقد عرف التحليل المنطقي بهذا المعنى عند قدماء الفلاسفة اليونان واتضحت خطوطه الاساسية عند ليبنتز نتيجة لمعرفته بعلم الرياضيات واتخذ شكله النهائي الواضح عند جوتلوب فريجه الذي اتخذ من هذه الطريقة منهجا لمعرفة أسس الرياضيات وعلاقتها بالمنطق • ان الشيء الذي تميز به فريجه في التحليل المنطقي هو معالجته لانظمة مؤلفة من رموز كما هو الحال في الرياضيات مثلا ومحاولته الجدية لتعريف العدد حيث نجد فريجه يقدم نموذجا رائعا للتحليل المنطقي في كتابة " أسس علم الحساب "[١٩] يناقش مختلف الاراء مبينا ضعفها واختلاطها بعلم النفس متوصلا بعد ذلك الى تعريف العدد من الوجهة المنطقية البحتة •

واذا اردنا ان نخرج من هذه الدائرة الضيقة لمفهوم التحليل المنطقي الى دائرة اكبر ، فاننا نستطيع القول ان التحليل المنطقي عملية منطقية تتصل بكل جوانب علم المنطق ، فالتحليل والتعريف والبناء والاشتقاق هي اوجه متعددة لعملية

(19) Die Grundlagen der Arithmetik.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

التحليل المنطقي • ولكننا هنا سنحاول رسم الخطوط الاساسية العامة للتحليل المنطقي عند فريجه آخذين بنظر الاعتبار أهمية هذه الطريقة وعلاقتها ببحوثه المنطقية والرياضية معا •

(أ) تحليل اللغة

ترتبط نظرية فريجه المنطقية بتحليل اللغة الى مستوياتها ، فلا يمكن فصل نظرية فريجه عن المعنى المرتبط بالرموز ، اذ ليست الرموز في اعتقاده مجرد اشارات ليس لها معنى ، بل انه يرى ان يكون لكل رمز معنى معين • ولكي يقوم بناء المنطق بدأ فريجه بتحليل اللغة فاصدر عددا من المقالات الهامة(٢٠) التي تبين اهتمامه بعلاقة المنطق باللغة(٢١) •

حلل فريجه اللغة الى ثلاثة مستويات هي المستوى الرمزي البحت ومستوى المعاني ومستوى الدلالات ، وبينما يرتبط المعنى بالرمز نجد الدلالة عند فريجه اشياء غير لغوية خارجة عن نطاق اللغة ذاتها • ولكن المهم عند فريجه في هذا التحليل غايته التي يسعي اليها فيبناء نظام منطقي فيه الرموز ليست علامات فقط ، بل هي علامات لها دلالتها مرتبطة بالافكار ، فليست الرياضيات والمنطق في رأي فريجه مجرد رموز تتحكم فيها قوانين وقواعد تساعد على الاشتقاق والاستنتاج ، بل ان للرياضيات فائدة عملية في الحياة اليومية ، لذلك لابد ان تشير العلامات الى اشياء وان تكون العمليات الرياضية ذات نفع • ومن هذا المنطلق الفلسفي يحاول فريجه من تحليله للقضايا والمفاهيم الرياضية معرفة الاساس الذي تستند عليه • فالاعداد مثلا ليست ارقاما فحسب ، بل هي ذات معان واستعمالات ، فالعدد ٢ مثلا يشير الى كل زوج من الاشياء في الطبيعة ، فهو من جهة رمز من الرموز الرياضية

---

(٢٠) وهذه المقالات هي :

Über Sinn und Bedeutung
Funktion und Begriff
Über Begriff und Gegenstand
Der Gedanke
Die Verneinung

(٢١) انظر [نظرية جوتلوب فريجه المنطقية « اللغة والمنطق »] •

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

له معنى معين في الذهن ويشير الى اشياء في العالم الخارجي • من هنا نجد القوانين في التحليل في اللغة والرياضيات • ولقد استفاد رودلف كارناب(٢٢) من تحليل فريجه للرموز او للعبارات والقضايا محاولا ايجاد نظرية جديدة في التحليل المنطقي •

يميز فريجه في تحليله للغة بين المعنى والدلالة ، وهذا التمييز شبيه لحد كبير بما هو معروف في المنطق بالمفهوم والماصدق • ولهذه الطريقة التي يقترحها فريجه في التحليل المنطقي أهمية كبيرة بالرغم من تجاهل الكثيرين لها عندما نشر مقالته " حول المعنى والدلالة " • ولكي نوضح التحليل المنطقي يجدر بنا الآن سياق بعض المبادىء العامة المستخلصة من دراسات فريجه في هذا الحقل •

١ ـ هناك تعابير معينة هي اسماء لاشياء تدل عليها • والى جانب ذلك يجب ان نميز المعنى للتعبير عن الشيء الذي يشير اليه •

٢ ـ ان التعبيرين " نجم الصباح " و " نجم المساء " لهما دلالة واحدة وذلك لان كل تعبير منهما يشير الى الشيء نفسه وهذا الشيء هو كوكب معين • وهذا يقودنا الى القول ان نجم الصباح هو نجم المساء من حيث الدلالة •

٣ ـ ان التعبيرين " نجم الصباح " و " نجم المساء " مختلفان من حيث المعنى ، لاختلاف الفكرة التي يعبر عنها كل اسم من هذه الاسماء •

ويزودنا فريجه الى جانب هذا التحليل بتحليل آخر يستند الى ما تقدم واضعاً بذلك نظريته في الاستعاضة التي يمكن تلخيصها بالشكل الآتي :ـ

٤ ـ اذا كان لتعبيرين او اسمين الدلالة نفسها ، فبامكاننا استعاضة احدهما بالآخر اذا ظهرا في تعبيرين مختلفين • فاذا فرضنا ان للاسم أ الدلالة نفسها للاسم ب وظهر الاسم ب في تعبير مركب مثل [ل م ب] ، فاننا نستطيع الاستعاضة عن ب بالاسم أ دون ان يكون هناك خلل في اشارة التعبير الجديد [ل م أ] للشيء الذي سبق للتعبير القديم ان دل عليه •

٥ ـ اذا كان لتعبيرين او اسمين معنى واحد ، فبامكاننا استعاضة احدهما بالآخر •

ويمكننا النظر الى هذه الطريقة المنطقية في التحليل من وجهة اخرى وذلك

(22) Carnap, R. Meaning and Necessity.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

باعتبار الاسماء رموز لفئات ، فالمعنى المرتبط بالرمز يصبح هو المحمول الذي يحمل على جميع الافراد التي تقع تحته سواء كانت الفئة ذات عضو واحد او عدد كبير متناه أو لامتناهٍ من الاعضاء • وتصبح الدلالة الماصدق او الافراد الذين يصدق عليهم المفهوم • وعلى هذا الاساس يجدر بنا ان ننظر الى هذا التمييز بين المعنى والدلالة بطريقة جديدة ، فنتوصل منها الى الحقائق الآتية :ـ

٦ ـ اذا كان للاسم معنى ودلالة معا ، فان الفئة تكون :ـ

أ ـ أما ذات عضو واحد يحمل عليها المحمول مثال قولنا « رئيس الجمهورية العربية المتحدة » حيث تكون هذه الصفة هي مفهوم الفئة ، ويكون الرئيس جمال عبدالناصر هو العضو الوحيد الداخل في هذه الفئة •

ب ـ او ان تكون محتوية على اكثر من عضو واحد ، بحيث يحمل على الافراد محمول يشتركون فيه • مثال قولنا « حيوان عاقل » الفئة التي تضم بني الانسان •

٧ ـ اذا كان للاسم معنى من دون دلالة ، فان الفئة في هذه الحالة تكون فارغة لا تحتوي على اعضاء مثال قولنا « حورية البحر » وهو اسم يمكن النظر اليه كفئة باعتباره ذو معنى لا دلالة له •

ولهذا التحليل في معرض الفئات اهمية كبيرة في نظرية فريجه في تعريف الاعداد كما له أهمية كبيرة في التمييز بين القضايا الفارغة التي لامعنى لها والقضايا المفيدة التي يمكن الحكم عليها بالصدق او الكذب •

(ب) تحليل الرياضيات والمنطق

ان الهدف الاساسى الذي كان ينشده فريجه من بناء المنطق هو ارجاع المفاهيم والقضايا الرياضية الى مبادىء ومفاهيم المنطق ، وقد عمل لاجل ذلك على مستويين :ـ

١ ـ في تحليل الافكار الرياضية لمعرفة الاساس المنطقي الذي تقوم عليه كما هو واضح في تحليله للعدد والدالة مثلا •

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

٢ ـ في ابراز القوانين الاستنتاجية التي يعمل بهـــا عالم الرياضيات في البرهان واخضاعها منطقيا الى قضايا او بديهيات منطقية قليلة تؤلف النظرية الاستدلالية للرياضيات •

ومن الضروري ان نشير هنا الى ان مفهوم المنطق عند فريجه يختلف عمـا هو معروف عند المناطقة التقليديين ، لانه يرى ان المنطق علم استدلالي وانه لاتوجد حدود فاصلة بينه وبين علم الحساب ، لذلك لابد من تخليصه من كل اثر من آثار علم النفس • وقد كرس فريجه بالفعل كتابه « أسس علم الحساب » لهذه الغاية وهي تخليص المنطق من آثار علم النفس ، ومحاولة ربط الرياضيات بالمنطق بتحليل دقيق لمفاهيم الرياضة وارجاعها بالتعريف الى مفاهيم منطقية • واذا كانت مهمـة فريجه الاولى تتجلى في بناء اللغة الرمزية لتكون قاعدة استدلالية للرياضيات ، فانه حاول ان يربط الرياضيات بالمنطق عن طريق ايجاد المفاهيم المنطقية لتعريف مفاهيم علم الحساب •

ولقد برزت قابلية فريجه التحليلية واضحة عندما طرح السؤال في مقدمـة كتابه « أسس علم الحساب » « ماذا يكون العدد واحد ؟ » ، فراح يدرس بتحليل منطقي بارع احتمالات تعريف العدد والاخطاء المترتبة على فهم علماء الرياضيات لهذا المفهوم وعدم اهتمامهم بماذا يكون العدد واحد مثلا ، لاعتقادهم ان ذلك لا يحتاج مثل هذا الاهتمام وان كتب الرياضيات الابتدائية غنية باعطاء الفكرة دون صعوبة ومن دون حاجة للتعريف • ولكي يحقق فريجه ما يريد تحقيقه مستعينا بالتحليل للفكرة والرمز والقضية ، يبدأ بمناقشة علمية لآراء الكتاب حول طبيعة قضايا علم الحساب ليصل الى نتيجة حاسمة فيما اذا كانت قوانين الحساب حقائق استقرائية ام لا ، وهل هي قضايا قبلية ام بعدية • ثم انتقل بعد ذلك لمناقشة الآراء لبعض الكتاب حول فكرة العدد وفيما اذا كان العدد فئة ، وكانت غايته طرح المشكلة اولا وبيان صعوبة حلها بالطرق القديمة ثم محاولته تعريف العدد مستعينا بالمفاهيم المنطقية • ولا نريد هنا تحليل آراءه ومناقشتها حول العدد وطبيعة القضايا ، لان ذلك موضوع خاص سنأتي عليه في المستقبل • اما الآن ، فانه يظهر لنا من فحص هذا الكتاب انه أهتم بالتعريف وان المحاولة جميعها تتركز في ايجاد تعريف صحيح للعدد ، لذلك لابد لنا ونحن في صدد البحث في طريقة التحليل المنطقي ان نتناول

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

طريقة التعريف عند فريجه باعتبارها اساسا مهما في التحليل وعملية جوهرية في تحليل الافكار الرياضية والمنطقية •

ناقش فريجه مبادىء التعريف في الجزء الاول من كتابه « القوانين الاساسية لعلم الحساب »[٢٣] وفي الجزء الثاني من الكتاب نفسه[٢٤] ، واهـــم ما جاء في الجزئين من مبادىء هي :ـ

١ ـ ان كل اسم في التعريف يجب ان يكون له معنى ، فالاسم الذي نريد تعريفه والذي نطلق عليه عبارة « الاسم المعرَف » يجب ان يكون الحد المعرِف له حاويا على اسماء معروفة المعنى ، بحيث نستطيع بعد التعريف فهـــم الحد المعرَف •

٢ ـ لايمكن تعريف الرمز او الاسم مرتين او اكثر بتعريفات مختلفة ، لان ذلك من شأنه ان يثير الارباك والغموض ، فاذا ما عرف رمز ما فان عليه ان يحتفظ بهذا التعريف اينما وجد في مكان آخر • أما اذا كان الامر غير ذلك بان يعرف الرمز بتعريف يخدم مسألة معينة ويستبدل التعريف في مكان آخـر لكي يطابق الوضع الجديد ، فان للرمز عندئذ عدة معان مختلفة ، وهـذا أمر غير جائز في التعريف •

٣ ـ يجب ان يكون الاسم المعرَف بسيطا فلا يحتوي على رموز ثانوية او معروفة او توضيحية ، لان تركيب الاسم من هذه الرموز يسبب الارباك والغموض ، لذلك لابد ان يقتصر الاسم المعرَف على الرموز التي لابد ان تعرف وان تعريفها ضرورة منطقية •

٤ ـ يجب ان يكون الاسم المعرَف مساوياً في الدلالة والقيمة للاســـم المعرِف ، بحيث اننا نستطيع الاستعاضة عن الاسم المعرِف بالاسم المعرَف اينما نجده في العمليات المنطقية •

٥ ـ لا يجوز ذكر الاسم المعرَف او جزء منه في الحد المعرِف لان مثل هـــذا

(23) Frege, G.,Grundgesetze der Arithmetik. Vol. I. P. 51.

(24) Ibid., Vol. 2. P. 69.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

التعريف يقودنا الى حلقة مفرغة • لذلك من الضروري ان لايذكر الحد المعرَف في الحد المعرِف •

تعتبر نظرية التعريف جزءاً اساسيا في العمل المنطقي والتحليل ، واننا لانستطيع ان نتقدم في التحليل دون الاستعانة بالتعريف • فمن المعروف في المنطق ان هناك افكاراً غير معرفة واخرى معرفة ، ولكي نعرف الرموز او الاسماء علينا استخدام الرموز غير المعرفة ، وعملية التعريف هذه مفيدة في النظرية الاستدلالية ، ولقد تنبه فريجه الى ذلك عندما اتخذ من النفي والالزام رموزا غير معرفة وعرف بواسطتها البدل والعطف مثلا • ولنظرية التعريف تطبيقات منطقية كثيرة ، ولكن الدافع الاساس الذي دفع فريجه الى الاهتمام بالتعريف والقواعد العامة له هو انه وجد التعريفات التي وضعها علماء الرياضيات والفلاسفة غير مجدية[٢٥] ، كما وجد الى جانب ذلك اهمال علماء الرياضيات لتعريف مفهوم العدد ، فاخذ على عاتقه هذه المهمة في التعريف واضعا أمام عينيه غاية أساسية هي ارجاع الرياضيات الى المنطق • فانصب تحليل فريجه المنطقي على ناحيتين مهمتين :-

١ - تعريف المفاهيم الرياضية تجنبا للغموض والابهام من جهة ، وبيان ان الحدود المعرِفة لهذه المفاهيم لا تحتوي غير الافكار المنطقية من جهة ثانية •

٢ - ايجاد العلاقة بين المنطق والرياضيات ، وذلك بالكشف عن النظرية الاستدلالية المنطقية التي يستخدمها عالم الرياضيات عند البرهان على مبرهناته •

وكانت المهمة التي اضطلع بها فريجه في اعماله المنطقية هي محاولة البرهان على ان علم الحساب يرجع الى المنطق ، لان المنطق هو الاساس للرياضيات • وبالرغم من التطورات التي حصلت بعد فريجه الا ان عمله في التحليل المنطقي في حقل التعريف وارجاع الرياضيات الى المنطق سيبقى له قيمته التاريخية والعلمية •

(ج) توضيح طريقة فريجه الرمزية

والى جانب ما قدمناه في التحليل المنطقي يجدر بنا ان نتعرف الآن على الجانب الآخر من هذه الطريقة وهو جانب مهم في المنطق ، لان الطريقة الرمزية هي الجزء

(25) Frege, G., Die Grundgesetze der Arithmetik. K. Vol. II. P. 72.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

الجوهري في العملية المنطقية باعتبارها طريقـــة في عرض النظام المنطقي بافكاره ومبادئه واستنتاجاته • ويظهر ان من اكبر الصعوبات التي تواجه الدارس لمنطـق فريجه هي طريقته الرمزية ، لانه اتبع طريقة هندسية جديدة تختلف عن الطريقة الرياضية المتعارف عليها في الجبر والتحليل والحساب مثلا • واختار هذه الطريقة ذات البعدين للتعبير الدقيق عن مفاهيمه المنطقية الجديدة • ولاجل فهم هـــذه الطريقة يجدر بنا اتبـــاع بعض الاسس التي يذكرها فريجه في كتـــابه الاول Begriffsschrift واهم هذه الاسس هي :ـ

١ ـ اذا رمزنا للقضية بالحرف A ، فان فريجه الذي اخذ بالمنطق ذو القيمتين يعبر عن القضية A بالشكل الآتي :

وهذا معناه ان الرمز A قضية تحتمل A ——— الصدق او الكذب •

٢ ـ أما اذا اراد القول ان القضية A صادقة مثلا فانه يختار خطا عموديا في نهاية الخط الافقي للدلالة على صدق القضية A

A ———|

٣ ـ ويستعمل فريجه للنفي اشارة صغيرة توضع على الخط الافقي لتدل عـــلى ان القضية كاذبة او ان القضية A منفية (¬ A)

A ——|——

٤ ـ أما الالزام ، فان فريجه يختار خطا جديدا يعبر به عن العلاقة بين القضيتين، فاذا قلنا ان القضية B تلزم القضية A فان فريجه يعبر عن هـــذا الالزام بالشكل الآتي :

حيث تكون القـــراءة من A ———|———

الاسفل ، فالخط الموجود B ———|

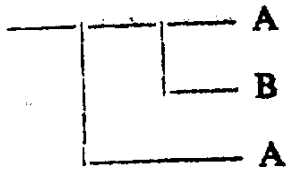
أمام القضية B هو الخط الذي يدل على ان B قضية وكذلك الخط الموجود أمام القضية A ، أما الخط الذي يربط بين الخطين فهو مايعرف بالالزام وعلى ذلك يمكن التعبير عن هذا الرمز بما يأتي (B → A)

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

٥ ـ اما اذا كانت ثلاث قضايا متلازمة ، فان فريجه يطبق الطريقة السابقة مراعيا تسلسل القضايا كما في الشكل :ـ

وتقرأ : A تلـــزم B التي تلزم A

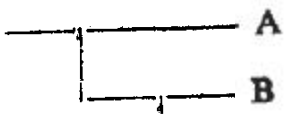
ويعبر عنها بالرمز الآتي :ـ



$A \rightarrow (B \rightarrow A)$

٦ ـ ويستخدم فريجه النفي مع الالزام فتختلف القضايا تبعا لوضـــع النفي في الشكل ، ويمكننا توضيح ذلك كما يأتي :ـ

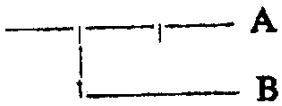
أ ـ عندما تكون القضية B منفية ويلزم عنها القضية A ويعبر عنهـا بالرمز الآتي :ـ



$\sim B \rightarrow A$

ب ـ عندما تكون القضية A منفية فيصبح الشكل كما يأتي :

ويعبر عنها بالرمز الآتي :



$B \rightarrow \sim A$

جـ ـ عندما تكون القضية A ، B في حالة النفي

ويعبر عنها بالرمز الآتي :ـ

$\sim (B \rightarrow A)$

٧ ـ ويستخدم فريجه رمزا جديدا للكلية حيث يجعل في وسط خط القضية او الحكم تجويفا صغيرا يضع فيه رمز الحد ، فاذا اردنا القول : ان كل a هي x ، فاننا نعبر عن ذلك بالشكل الآتي :ـ

X

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

ويمكننا التعبير عن هذا الشكل بالرمـــز الآتي

a
——— Xa

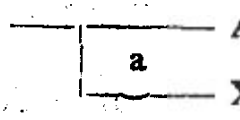
(a) X a حيث يشـير (a) الى الكلية •

٨ ـ ويربط فريجه الكلية بالالزام ، فاذا اردنا التعبير عن قولنا كل a اذا كانت Xa فان Pa ، فاننا نستخدم الشكل الآتي :ـ

ويعبر عنه كذلك كما يأتي (a) Xa → Pa

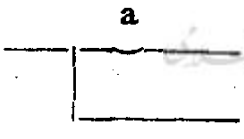
٩ ـ ويختلف وضع هذه الفجوة التي تدل على الكلية باختلاف القضية •

أ ـ اذا كانت الكلية مرتبطة بـ X فقط فان الشكل سيكون :



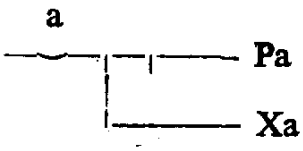
ويرمز له (a) Xa→A

ب ـ وقد تكون الكلية مرتبطة بالقضية الاخرى كما في الشكل



ويرمز له A → (a) Pa

١٠ـ كما يستخدم فريجه النفي مع الالزام والكلية كما في الشكل الآتي :ـ



ويعبر عن هذه القضية كما يأتي (a) [Xa → ـ Pa]

كما يمكن استخدام النفي قبل الكلية وبعدها وسنأتي على بيان ذلك في بحوث أخرى •

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

نظرية جوتلوب فريجه المنطقية

٣

الأفكار الأولية في المنطق

الدكتور ياسين خليل
استاذ المنطق والفلسفة المعاصرة المساعد في
كلية الآداب

مقدمة

يعتمد بناء اللغة الرمزية المنطقية بالدرجة الاولى على البدايات الاولية التي يتخذها الباحث في منهجه ، وهذه البدايات تتأثر من دون شك بطبيعة الدراسة وموقف الدارس معا • ومن هنا يبدأ العمل بدافع فكري او فلسفي معين ، فتختلف الانظمة العلمية والمنطقية باختلاف الفلسفات التي يعتنقها الباحث من اجل القيام بعملية بناء نظامه او نظريته العلمية • ولاجل اقامة بناء مثل هذه الانظمة والنظريات لا بد من وجود بدايات، اذ لا يمكن تشييد البناء من دون وجود اوليات وروابط تقوم بربط الاجزاء في كل متناسق • فالبيت لا يمكن ان يكون حقيقة ماثلة وقائمة طالما هو مجرد تخطيط ورسم ؛ ويصبح البيت واقعا وموجودا عندما نبدأ باختيار المواد الاولية ونربطها بعضها بالبعض الآخر تبعا للخريطة المرسومة والمواصفات المطلوبة • ويصدق الشيء نفسه في مجال بناء الانظمة العلمية والمنطقية ، اذ لابد من اختيار اوليات البناء التي تؤلف بعد ذلك اساس المبادىء والقواعد • واوليات البناء في هذه الانظمة هي الافكار والرموز التي تلعب دورا اساسيا في تشكيل البناء ونوعه وتركيبه ، لانها تؤلف المحور الذي يقوم عليه البحث • وتختلف الانظمة باختلاف الافكار والرموز ، ومصدر الاختلاف هنا لا يقع في مطابقتها او عدم مطابقتها للواقع ، بل ان مصدر الاختلاف يقع على عاتق القائم بعملية البناء • فاذا افترضنا وجود عدد من الباحثين يقومون بعملية بناء انظمة علمية في حقل واحد

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

متشابه ، وجاءت انظمتهم مختلفة رغم استيفائها قواعد البحث العلمي والمنطقي ، فاننا هنا لا نستطيع البحث عن سبب هذا الاختلاف الا في حدود عملية الاختيار عند الباحثين للافكار والرموز والعلاقات التي اختلفت باختلاف وجهات نظرهم وفرضياتهم وما أملته عليهم خبرتهم العلمية الطويلة • ويرى البرت اينشتاين مثل هذا الرأي لاعتقاده انه بالامكان بناء اسس مختلفة جوهريا دون ان يكون ذلك مصدر اختلاف لها في التطبيق ، وبعبارة اخرى ادق : « من الممكن تكوين اساسين مختلفين جوهريا ، لكنهما يتفقان معا في مطابقتهما للخبرة[1] » •

وعلى هذا الاساس يصبح الاختلاف في بناء الانظمة تابعا لاختلاف الدافع والهدف الذي يسعى اليه الباحث ، اضافة الى وجود مبررات فلسفية ومنطقية ترتبط باختيار الافكار والرموز •

ان وجود الافكار الاولية في الانظمة الفلسفية والمنطقية ضرورة لابد منها ، واذا تصفحنا تاريخ الفلسفة منذ نشأتها لوجدنا الاختلافات قائمة حول طبيعة الافكار الاولية وتحديد مفاهيمها اولا ثم حول النظام الكلي او العام لكل فلسفة ثانيا •

فالفلسفات الميتافيزيقية مثلا وهي أكثر فروع الفلسفة اختلافا وتناقضا تتخذ بعض الافكار مثل الله والانسان والحرية والعلة والارادة وغيرها أفكارا أساسية تحللها تبعا لوجهة نظر معينة وبابعاد مختلفة • ومن ابرز الفلسفات التي اظهرت الفروق بين الافكار الاولية والاخرى المشتقة منها فلسفة سبينوزا[2] في الميتافيزيقا والاخلاق • فوضع هذا الفيلسوف الافكار الاولية في بداية البحث وعرف الافكار التي تحتاج الى التعريف ، واتخذ بعض المبادىء بديهيات او مصادرات يبرهن بواسطتها على كثير من مبادىء الميتافيزيقا والاخلاق •

وعلى العموم تختلف الفلسفات في اتخاذ المقولات وتعريف الافكار بشكل

(1) Schillpp, P.A., Albert Einstein. P. 175.

(٢) اختار سبينوزا مثلا في القسم الاول من كتابه « الاخلاق Ethik » بعض الافكار الاولية التي عرفها مثل العلة والجوهر والصفة والله وغير ذلك ، وسطر بعد ذلك بعض البديهيات المهمة وعددها سبع ، ثم بدأ البرهان على القضايا الميتافيزيقية •

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

يجعل النظام الفلسفي ذو طابع معين يميزه عن بقية الانظمة الفلسفية • وتختلف الانظمة الرياضية باختلاف الافكار والمبادىء ، فمن المعروف في حقل الهندسة ان اقليدس يبدأ بناء علم الهندسة من افكار اولية معينة ومبادىء غير قابلة للبرهان ومبرهنات او مشكلات يبرهن عليها بواسطة المبادىء • ولكن هذا النظام ليس الوحيد في عالم الهندسة ، فالى جانبه توجد هندسة ريمان غير الاقليدسية التي تتخذ افكارا ومبادىء تختلف عن تلك التي اختارها اقليدس لهندسته • وجوهر الاختلاف هنا لا يقع في الطريقة الاستدلالية او البرهانيـــــة ، بل يقع في اختيار الافكار والمبادىء وعلى هذا الاساس تختلف هذه الانظمة • وليس هذا هو المثل الوحيد في الرياضيات ، بل توجد امثلة اخرى كثيرة تظهر فيهـــا الاختلافات الى حد التناقض ، ومع هذا فانها تبقى مستوفية للشروط المنطقية والعلمية • فالانظمـة الشكلية او الصورية في المنطق المعاصر تختلف بعضها عن البعض الآخر في الافكار واختيار الاوليات والفلسفة التي تعتمد عليها ، وهذه الاسباب كلها تكون جوهر الاختلاف بين المدارس المنطقية المعاصرة[٣] •

ونحن الآن بصدد بحث الافكار الأولية في منطق جوتلوب فريجه ، وهي الافكار الاساسية في بناء لغته الرمزية المنطقية ، والتي تختلف عن الافكار الاولية في الانظمة المنطقية التي جاءت بعده من حيث اختيار الافكار غير المعرفة والافكار القابلة للتعريف من جهة ، ومن حيث الهدف الذي يسعى اليه فريجه من جهـة أخرى • ومن الجدير بالذكر الاشارة هنـا الى ان فريجـــه كان أول عالم في المنطق والرياضيات استطاع بناء نظام منطقي متكامل تجلت فيه الدقة في اختيار الافكار ، وصياغة البديهيات التي استند اليها في تحقيق هدفه • وسنجد عند فريجه معظم او جميع الافكار المنطقية تقريبا وقد اصبحت الف باء اللغة المنطقية في انظمة مختلفة عن نظامه • وهذا يدل دون شك على اثر فريجة في المنطق المعاصر ، كما انه يشير الى حقيقة اخرى مهمة هي ان تعريفاته للافكار والرموز المنطقية لا زالت

---

(٣) من اهم المدارس المنطقية المعاصرة المختلفة في الفلسفة والاسس التي تستند اليها هي المدرسة المنطقية Logistics ، والمدرسة الشكلية Formalism والمدرسة الحدسية Intuitionism •

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

باقية من حيث الطريقة ، وان اختلفت عنه تعريفات الآخرين ، لاختلاف اختيار الافكار غير المعرفة • وسنأتي على توضيح هذه الحقيقة في معرض هذا البحث •

- ١ -

بحث فريجه في كتابه « اللغة الرمزية Begriffsschrift موضوع بناء نظرية منطقية قائمة على الاستدلال والبرهان ، واختار لهذه النظرية مفاهيم منطقية معينة لتكون بداية في اقامة البناء المنطقي • وهذه المفاهيم مع غيرها من الروابط المنطقية تؤلف الف باء اللغة الرمزية التي تزودنا بالقدرة على التعبير عن جميع الحقائق المنطقية والقضايا المعروفة في الدراسات الرياضية على السواء • ولقد كان فريجه في تحديده للمفاهيم المنطقية في غاية الدقة وبطريقة تبين لنا عمق معرفته بالاصول الرياضية التي تستند الى اصول منطقية • واللغة الرمزية التي يقدمها لنا فريجه متينة ودقيقة في التعبير عن القضايا رغم صعوبة فهمها اذا ما قورنت بالطريقة المعروفة في الرياضيات ، لان فريجه استخدم طريقة ذات بعدين ، بينما يستعمل علماء المنطق المعاصر طريقة رمزية ذات بعد واحد • وسنحاول الآن مناقشة هذه المفاهيم المنطقية بالطريقة التي عرضها فريجه وحدد معانيها مع مقارنة بسيطة بدراسات منطقية اخرى زيادة في الايضاح وتوسيعا لابعاد البحث • والمفاهيم المنطقية هذه ذات صلة بالمفاهيم الرياضية ، واختارها فريجة بطريقة تخدم غرضه الاساسي الذي من اجله كرس حياته ، وهو اشتقاق الرياضيات من افكار واصول منطقية • لذلك لا بد ان تكون هذه الافكار منطقية في جوهرها لكي تكون ذات قابلية على اشتقاق الافكار الرياضية منها •

أ ـ المتغيرات والثوابت

تتألف اللغة بصورة عامة من رموز او كلمات تترابط فيما بينها بروابط تبعا لقواعد معينة مكونة بذلك تعابير اكثر تعقيدا ، وهذه الرموز او الكلمات تختلف باختلاف مادة البحث ، فمنها ما هو رمز يرتبط بعمليات رياضية بحتة ، ومنها ما هو كلمة تشير الى معنى او مفهوم او دلالة شيئية معينة • ففي لغة التداول

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

تلعب الكلمات دورا اساسيا في نقل الافكار والمشاعر والخبرات ، ثم يتناقص وجودها كلما ارتفعت المعرفة في سلم الرمزية حتى تصل الى درجة تنعدم فيها الكلمة ويحل محلها الرمز الذي يقوم مقام المعنى المراد • ولكن ذلك لا يعني مطلقا ان لغة التداول خالية من الرموز ، بل اننا كثيرا ما نستعمل الرموز في الحديث عن الاشياء ويتراوح الاستعمال بين الندرة والكثرة حسب مقتضيات الموضوع مدار البحث والمناقشة • ولكننا حينما نتناول النظريات المنطقية والرياضية نجد انفسنا مرغمين على استعمال الرموز بدل الكلمات لتوفر الدقة في التعبير والمعنى • ولقد دأب علماء المنطق على تخليص الرياضيات من الكلمات معتمدين بذلك على الرموز والعلاقات والميكانيكية الرياضية المتوفرة في البرهان لحل المشكلات او المبرهنات • وقد تجلت طريقة فريجه الرمزية في تحقيق هذا الشرط بصورة واضحة ، عندما تخلص نهائيا من الكلمات وتحول البرهان الى طريقة ميكانيكية تسير تبعا لمقتضيات الطريقة الاستدلالية[٤] • والرموز التي نستعملها في المنطق والرياضيات ليست ذات طبيعة واحدة او صنف واحد • فمن المعروف في هذه العلوم ان من الرموز ما لا يدل على شيء ، وهي بذلك لا تشير الا الى فراغ او مكان يحل محله رمز له معنى او دلالة او تحل محله كلمة معينة او تعبير لغوي له معنى •

والى جانب هذه الرموز التي ليس لها معنى ثابت والتي تتميز بكونها متغيرة توجد رموز اخرى تدل على اشياء ثابتة او معان محدودة ، وتختلف هذه الرموز عن الاولى انها لا تتغير ، وتبقى ذات معنى واحد ثابت • فالرموز التي لا تدل على معنى ثابت هي المتغيرات Variables ، اما الرموز التي تدل على معنى ثابت فهي الثوابت Contants • وهذا التقسيم معروف في الرياضيات ، وهو معروف كذلك في المنطق منذ ايام ارسطو وان كانت هناك اختلافات في التسمية ، الا ان الاستعمال واحد[٥] • فاذا استعرضنا كتاب التحليلات الاولى نجد ارسطو يستعمل

(٤) انظر القسم الثالث من كتابه « اللغة الرمزية » حول بعض القضايا الرياضية والتعبير عنها بالرموز فقط •

(٥) ان استعمال الثابت والمتغير في المنطق يختلف عنه في الرياضيات من حيث ان الاول اوسع مدى ويضم الاستعمال الشائع في الرياضيات والذي يعتبر الثابت رمزا معينا بينما المتغير رمزا غير معين •

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

الرموز او الحروف الابجدية مثل أ ، ب ، حـ في التعبير عن اشكال الاقيسة المختلفة في نظرية القياس الحملي وقياس الجهات ، وهذا يدل تماما على ادراك ارسطو لاهمية الرمز باعتباره متغير يمكن الاستعاضة عنه بكلمات لتحول القياس من صيغة منطقية الى قضية تحتمل الصدق او الكذب • ولم يقتصر استعمال ارسطو للرموز في التعبير عن الاشكال والضروب القياسية ، بل تعدى ذلك حتى شمل نظرية البرهان وعملية ارجاع الاقيسة الناقصة الى الاقيسة الكاملة(٦) •

وتظهر أهمية الرموز في المنطق عند ليبنتز الذي اعتقد ان مشكلات الفلسفة تكون قابلة للحل اذا ما امكن بناء لغة رمزية يكون فيها لكل فكرة رمز ، ولا يمكن ان يكون للرمز اكثر من فكرة(٧) • وعندما نتحدث عن الرموز فاننا لا نقصد المتغيرات فقط ، بل الثوابت كذلك ، ولكن التفرقة والتمييز بين الثابت والمتغير في الرموز يبقى واضحا • ولقد استعمل جورج بول الرموز في منطقه واعتبر اللغة نظام مؤلف من رموز مختلفة تقع في ثلاثة اصناف(٨) :ـ

١ ـ حروف ابجدية مثل أ ، ب ، حـ ••• الخ لتشير الى اشياء هي موضوعات تصوراتنا •

٢ ـ رموز للعمليات مثل + ، ـ ، × تقوم بربط تصورات الاشياء مكونة بذلك تصورات جديدة •

٣ ـ رمز الذاتية •

فالحروف الابجدية مثل أ ، ب ، جـ ••• الخ تكون فئة المتغيرات ، بينما تكون فئة رموز العمليات ورمز الذاتية فئة الثوابت في لغة بول المنطقية • ولقد اوضح جوتلوب فريجه الفروق بين الرمز المعين (الثابت) وغير المعين (المتغير) فابتدأ بحثه(٩) متناولا هذه المفاهيم بشكل واضح جدا • يرى فريجه ان الرموز تنحل الى فئتين او نوعين : الفئة الاولى وتضم رموزا غير معينة القيمة او العدد ،

(٦) نظرية ارسطو المنطقية ص ١٢٤ للدكتور ياسين خليل •
(٧) المنطق والرياضيات • المجلد العاشر مجلة المجمع العلمي العراقي •
(8) Boole, G., An Investigation of the Laws of Thought. P. 27.
(9) Frege, G., Begriffsschrift. P. 1.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

فستعمل الحروف للتعبير عن القضايا مثال ذلك :ـ

ح (أ + ب) = ح أ + ح ب

اما النوع الثاني او الفئة الثانية فتضم تلك الرموز مثل + ، ـ ، ∨ ، ١ ، » ... التي تتميز بكونها ذات معنى معين وثابت • ويرى فريجه اهمية استعمال هذا التصنيف في الرموز وتطبيقه في حقل الدراسات المنطقية • ومن هذا يظهر ان الخطوط المنطقية الاولى التي يتخذها فريجه في بناء اللغة الرمزية هي تمييزه بين الرموز الى ما هو ثابت وما هو متغير وتطبيق هذا التصنيف في المنطق • وعلى هذا الاساس ستكون جميع الرموز التي تحتفظ بمعناها دون ان يتغير ثوابت ، بينما تكون جميع الرموز التي لا تدل على معنى ثابت باعتبارها رموزا غير معينة القيمة متغيرات •

ب ـ الحدود والقضايا

تعتبر الحدود اصغر العناصر المنطقية باعتبارها الوحدات التي تؤلف القضايا البسيطة والقضايا المركبة ، فاذا ما حللنا القضية مهما كانت معقدة الى اجزائها فاننا نصل الى وحدات لا تقبل التجزئة ، هذه الوحدات هي ما تعرف بالحدود • ولقد ادرك ارسطو ذلك عند تحليله للغة والقضايا ، فعرف الحد على اساس انه ما تنحل اليه المقدمة[١٠] • والمقدمة عند ارسطو قضية كلية هي اما سالبة او موجبة ، او قضية جزئية هي اما سالبة او موجبة[١١] • ويرتبط الحد بناء على ذلك بتقسيم ارسطو للقضية الى موضوع ومحمول ، لان الموضوع والمحمول تبعا لتعريف الحد حدود تتألف منهما القضية • والموضوع في منطق ارسطو حد يشير الى شيء تحمل عليه صفة او يحمل عليه المحمول ، اما المحمول فهو حد يشير الى صفة تحمل على الشيء او الموضوع ، فاذا قلنا « سقراط انسان » كان الحد الاول « سقراط » موضوعا تحمل عليه صفة انسان ، وكان الحد « انسان » محمولا يحمل على سقراط • ولقد ساد هذا التقسيم الدراسات المنطقيـــة بعد ان اصبح منطق

---

(١٠) منطق ارسطو (التحليلات الاولى) ص ١٠٧ •

(10) Analytica Priora. A 1, 24 b.

(11) Ibid., A 1, 24 a. (١١) المصدر السابق ص ١٠٤ ـ ١٠٥ •

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

ارسطو هو الاساس في الدراسات الفلسفية والمنطقية • وفي منطق ارسطو بالذات نجد استعمالا واسعا لهذه الصفة المنطقية مما جعل هذا المنطق مرتبطا بهذا التمييز • فمنطق القياس يعتمد على الحدود في التعبير عن الشكل ، كما ان اختلاف الاشكال القياسية مرتبط باختلاف وضع الموضوع والمحمول في المقدمة الكبرى والصغرى •

وبالرغم من محاولات ليبنتز في بناء منطق جديد يختلف عن منطق ارسطو متأثرا بالدراسات الرياضية ، الا اننا نجد آثار ارسطو واضحة في ابحاثه وذات اثر عميق في اسلوبه • ففي حقل الحدود والقضايا يلتزم ليبنتز بتقسيم ارسطو للقضية الى موضوع ومحمول ، ولكنه يخالفه في تقسيم القضايا ، اذ يرى ليبنتز ان القضايا على نوعين[12] :ـ

١ ـ قضايا تركيبية يكون المحمول فيها منفصلا عن الموضوع ومحمولا عليه ، وهذه القضايا معروفة عند ارسطو في منطقه وهي القضايا الحملية •

٢ ـ قضايا تحليلية يكون المحمول فيها متضمنا في الموضوع ، وهذه القضايا تتميز بكونها صادقة دائما مثال قولنا « الكتب المفيدة مفيدة » •

وتظهر اهمية الحدود في الرياضيات بشكل واضح ، والحدود هنا رموز لا يمكن تحليلها الى ابسط منها ، ترتبط بعلاقات معينة لتكوين صيغ او تراكيب رياضية • وفي الرياضيات لا نجد التمييز الذي نراه في اللغة والمنطق في تحليل القضايا الى موضوع ومحمول ، فالشكل او الصيغة الرياضية تتألف من عدد من المتغيرات والثوابت ، واذا حللنا الصيغة « أ + ب = ب + أ » الى عناصرها الاساسية ، فاننا سرعان ما نضع ايدينا على رموز مثل أ وب تختلف من حيث كونها متغيرات عن رموز اخرى مثل + ، = من حيث كونها ثوابت • وتختلف المتغيرات فيما بينها كذلك ، ففي الصيغة السابقة تسمى أ ، ب متغيرات حدود ، بينما يمكن ان تظهر المتغيرات في منطق القضايا على اساس انها متغيرات قضايا كما هو معروف في الدراسات المنطقية الحديثة • فاذا قلنا « ق ∧ ل ← ل ∧ ق » فاننا بذلك نعين متغيرات هذه الصيغة وهي ق و ل باعتبارها قضايا ، وهذا معناه ان ق و ل متغيرات قضايا •

(12) Saw, R.L., Leibniz. P. 204, P. 206.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

وبالنسبة لمنطق فريجه فانه يؤكد على منطق القضايا ولا يهتم بمنطق الحدود ، ولكن ذلك لا يعني مطلقا ان منطق فريجه خال من الحدود ، لان مثل هـــذا القول ينطوي على فهم خاطيء ، خاصة اذا عرفنا ان فريجه عنى اشد العناية بمنطق دالات القضايا ومنطق الفئات ، وهو المنطق الذي يعتمد في التعبير عن حقائقه بواسطة الحدود • ولكن من جهة اخرى نجد ان منطق فريجه خال من التمييز بين الموضوع والمحمول كما هو معروف في الدراســـات المنطقية التي سبقته منذ ايام ارسطو • ويذكر فريجه ذلك صراحة بقوله « ان التمييز بين الموضوع والمحمول للقضية غير موجود في هذا البحث »[١٣] ، ولكن فريجه رغم صراحته في ذلك ، الا انه يحاول ان يجد نوعا من التبرير فيما يشبه هذا التمييز في اللغة الرياضية ، مع فارق بين المفهوم المعتاد للموضوع والمحمول ومفهومه الجديد • ولاجل توضيح هذا الفارق علينا ان نأخذ بعض الأمثلة لتحليلها وبيان الموضوع والمحمـــول فيها ، فاذا قلنا :ـ

١ ـ مات سقراط محكوما عليه بشرب السم •
٢ ـ ارسطو معلم الاسكندر الكبير •
٣ ـ ٢ + ٢ = ٤
٤ ـ الهيدروجين اخف وزنا من غاز الكاربون •

فاننا نجد في هذه الامثلة بعض الاختلافات ، ولكننا نستطيع بكل بســـاطة ان نحلل بعضها الى ما هو موضوع وما هو محمول • ولكن فريجه ينظر الى هذه القضايا نظرة جديدة ، فيرى ان هذه القضايا تشترك جميعها في محمول واحد ، وعليه يجب وضع هذه القضايا بالشكل الآتي :ـ

١ ـ ان « موت سقراط محكوما عليه بشرب السم » حقيقة •
٢ ـ ان « تعليم ارسطو للاسكندر الكبير » حقيقة •
٣ـ ان « مجموع العدد ٢ الى العدد ٢ يساوي اربعة » حقيقة •
٤ ـ ان « خفة وزن الهيدروجين عن غاز الكاربون » حقيقة •

وتبعا لهذا التحليل تصبح القضية « موت سقراط محكوما عليه بشـــرب

(13) Frege, G., Begriffsschrift. P. 2.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

السم » وبقية القضايا موضوعا ، بينما تمثل العبارة « حقيقة » المحمول المشترك لجميع هذه القضايا او الموضوعات • من هذا يتضح ان كل قضية صادقة يمكن ان تكون موضوعا لمحمول هو « حقيقة » ، وهذا معناه ان مثل هذه اللغة لها محمول واحد فقط لجميع القضايا هو « حقيقة 'ist eine Tatsache' »[١٤] •

وبطبيعة الحال ان مثل هذه اللغة هي التي يعمل فريجه على بنائها في بحثه المنطقي ، ويستخدم رمزا خاصا للتعبير عن هذا المحمول المشترك اشارة الى ان القضية التي تليه صادقة ، وهذا الرمز هو ⊢ ، فاذا واجهتنا قضية او صيغة في منطق فريجه مسبوقة بهذه الاشارة ، فان ذلك معناه ان القضية او الصيغة كذا وكذا ••• صادقة • ومن الجدير بالذكر هنا ان نذكر ان برتراندرسل والفريد نورث وايتهيد في كتابهما اصول الرياضيات يتخذان هذا الرمز في منطقهما لنفس الغرض ، وذلك للاشارة الى صدق الصيغة التي تليه وقد اطلقا عليه اسم رمز التأكيد Assertion-Sign [١٥] •

ج ـ الصدق والكذب

اختص المنطق منذ ايام ارسطو بنوع معين من العبارات اللغوية والقضايا هي تلك التي تحتمل الصدق او الكذب[١٦] • فالقضية تكون صادقة فيما اذا كان الحكم فيها او المعنى مطابقا لما تشير اليه ، وتكون كاذبة اذا كان الامر خلاف ذلك • فاذا كانت القضية صادقة فهي ليست كاذبة ، واذا كانت كاذبة فهي ليست صادقة ، ولا يمكن ان تكون القضية صادقة وكاذبة في آن واحد •

واصبحت قيمة الصدق والكذب من المفاهيم المنطقية المهمة المرتبطة بالقضايا ، وعرفت القضية بهما ، فهي « اي القضية » عبارة مفيدة تحتمل الصدق او الكذب • ويصدق هذا التعريف على قضايا علم الرياضيات كذلك ، فالقضية الرياضية سواء كانت في حقل التحليل او الهندسة هي اما صادقة او كاذبة • اما المنطق الذي يحدد القضية بهاتين القيمتين فيعرف عادة بالمنطق ذو القيمتين Two Valued Logic

(14) Frege, G., Begriffsschrift. P. 2.
(15) Russell, B., & Whitehead, A.N., Principia Mathematica. P. 8.
(16) De Interpretatione. Chapter 4, 17a

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

ويمكن التعبير عن ذلك بالشكل الآتي :ـ

ق	
صادقة	ص
كاذبة	ك

ويختلف جدول القيم كلما كانت القضايا المكونة اكثر عددا ، فاذا كان لدينا القضية ق والقضية ل ، فان احتمالات الصدق او الكذب تكون اربعة بالشكل الآتي :ـ

ق	ل
صادقة	صادقة
صادقة	كاذبة
كاذبة	صادقة
كاذبة	كاذبة

ونحن مدينون لفريجه في استخدام هذه الطريقة ، ففي تحديد قيم الروابط المنطقية استعمل جدولا للقيم بالشكل الآتي (١٧) :ـ

A	قضية موجبة	و	B	قضية موجبة
A	قضية موجبة	و	B	قضية سالبة
A	قضية سالبة	و	B	قضية موجبة
A	قضية سالبة	و	B	قضية سالبة

وبالطريقة نفسها يمكن تطبيق الجدول في حالة كون القضايا المؤلفة اكثر من قضيتين ، فاذا افترضناها ثلاث قضايا ، فان الجدول يكون بالشكل الآتي :ـ

ق	ل	م
صادقة	صادقة	صادقة
صادقة	صادقة	كاذبة
صادقة	كاذبة	صادقة

(17) Frege, G., Begriffsschrift. P. 5.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

صادقة	كاذبـة	كاذبـة
كاذبـة	صادقة	صادقة
كاذبـة	صادقة	كاذبـة
كاذبـة	كاذبـة	صادقة
كاذبـة	كاذبـة	كاذبـة

واذا كانت قيمة الصدق والكذب للقضايا البسيطة تعتمد على مطابقة المعنى للواقع او عدم مطابقته ، فان فريجه ينظر الى الدلالة للقضايا بصورة عامة على اساس كونها صادقة او كاذبة ، وعلى هذا الاساس تتغاير القضـايا • فاذا افترضنا وجود قضيتين مرتبطتين بالعطف ، فان احتمالات الصدق والكذب تكون اربعـة ، ثم تتحدد قيمة القضية المركبة ذات العطف في اية حالة تكون صادقة وفي اية حالات تكون كاذبة • وبناء على ذلك تكون امثال هذه القضايا متساوية اذا كانت دلالاتها متشابهة • وهذا معناه : ان تكون قيم الصدق والكذب للحالات واحدة ، وسنأتي على تحليل الروابط المنطقية فيما بعد • اما بالنسبة لدالات القضايا وهي الصيغ التي يكون فيها متغير واحد على الاقل ، فاننا لا نستطيع اعطائها قيمة صادقة او كاذبة ، الا في حالة اقران اشياء بالحدود وصفات بالدالة ، فتتحول الصيغة باجمعها الى قضية تحتمل الصدق او الكذب • ولهذه الطريقة اهمية كبيرة في تثبيت معنى الروابط ، خاصة وانها تعني بالما صدق "Extension" دون المفهوم "Intension" ومن المعروف ان الخاصية الاساسية للرياضيات كونها تهتم بالما صدقات • وبذلك نكون قد أبعدنا المنطق عن التفسيرات النفسية التي طالما اشتكى فريجه من وجودها في الابحاث المنطقية •

د ـ الدالة والكلية

الدالة Function من المفاهيم الرياضية والمنطقية المهمـــة ، وهي وان كانت مستعملة في الرياضيات قبل استعمالها في المنطق ، الا ان فريجـــه أدرك علاقتها بمفهوم منطقي هو « الفكرة Begriff » بحيث أصبـح بالامكان تعريف الدالة بالفكرة • ومن هنا ظهر الارتباط الوثيق بين المفهومين • ولقد وجد مفهوم « الدالة » الموسع تطبيقات كثيرة في المنطق وفي القضايا والفئات والعلاقات •

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

ناقش فريجه مفهوم « الدالة » في بحوث كثيرة ، وكان في كل بحث يضيف تحديدا او صفات جديدة لها • فناقش في بحثه الاول « اللغة الرمزية Begriffsschrift » ، هذا المفهوم باعتبار صلته بالقضايا أو بتعبير أدق « بدالات القضايا[١٨] » ثم ناقش الدالة في مقال آخر مهم تحت عنوان « الدالة والفكرة[١٩] » ، حيث بين فيه العلاقة الوثيقة بين هذا المفهوم الرياضي والمفهوم المنطقي • وناقش موضوع الدالة في مقالة اخرى تحت عنوان « ما هي الدالة »[٢٠] • واخيرا ناقش فريجه هذا المفهوم واضعا تحديده النهائي في كتابه الرئيس « القوانين الاساسية لعلم الحساب »[٢١] • ولبيان هذا المفهوم نسوق بعض الامثلة :ـ

١ ـ الهيدروجين اخف وزنا من غاز الكاربون •

٢ ـ سقراط انسان •

٣ ـ عاصمة الجمهورية العراقية •

ففي المثال الاول لدينا قضية تتميز بكونها تحتوي على علاقة هي « اخف من » وحدين هما « الهيدروجين » و « غاز الكاربون » • ولكننا نستطيع ان ننظر اليهما على اساس انها ذات حد واحد متغير ، فبامكاننا الاستعاضة عن « الهيدروجين » بغاز آخر هو « الاوكسجين » ، بينما يبقى الجزء الثاني « اخف من غاز الكاربون » ثابتا • وعلى هذا الاساس تنقسم القضية الى جزئين : الجزء الثابت والجزء المتغير • ويطلق فريجه اسم الدالة على الجزء الثابت بينما يكون الجزء المتغير حدا لها •

ومن الممكن النظر الى هذه القضية على أساس انها مؤلفة من حدّين هما « الهيدروجين » و « غاز الكاربون » ودالتهما وهي « ••• اخف من ••• » • وهذا معناه ان الحدين متغيرات و « ••• اخف ••• » هي الدالة • اما بالنسبة للمثل الثاني فان بامكاننا الاستعاضة عن الحد « سقراط » باسماء اخرى مثل

---

(١٨) لم يستعمل فريجه هذا التعبير في ابحاثه ، ولكننا وجدنا من الانسب استعماله لدقته ، خاصة وانه اصبح من المفاهيم المتداولة في المنطق المعاصر ، وقد استعمله برتراند رسل في ابحاثه المنطقية ويراد به صيغة منطقية فيها متغير واحد على الاقل ، تصبح قضية بعد اعطاء قيم لمتغيراتها •

(19) Funktion und Begriff.
(20) Was ist ein Funktion?
(21) Die Grundgesetze der Arithmetik I.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

« أفلاطون » و « احمد » و « رسل » وغيرها ، مع بقاء الجزء الآخر « انسان » ثابت • وبذلك يكون الجزء المتغير من القضية هو الحد والجزء الثابت هو الدالة التي لها حد معين • ويصدق التحليل نفسه بالنسبة للمثل الثالث الذي يتألف بدوره من جزئين : الجزء الثابت وهو « عاصمة » والجزء المتغير وهو « الجمهورية العراقية » •

ومن هذا التحليل نصل الى نتيجة هامة هي : اذا ما وجد في عبارة ما رمز بسيط او مركب في مكان واحد او اكثر ، بحيث نستطيع الاستعاضة عنه برمز او رموز اخرى ، فان الجزء غير المتغير في العبارة يسمى « دالة » ، في حين يسمى الجزء المتغير « حدها » • كما يظهر من التحليل المتقدم ان الدالة وحدها في جميع الحالات ناقصة وغير تامة ، وان الحد يشكل جزء متكاملا معها[٢٢] • ويرى فريجه مثل هذا الرأي في الجزء الاول من كتابه « القوانين الاساسية لعلم الحساب » حيث يقول : ان جوهر الدالة يقع في الجزء من العبارة ، وان الدالة ناقصة وبحاجة الى ما يكملها[٢٣] وبلغة الرموز نترجم ما توصلنا اليه من نتائج بالشكل الآتي :ـ

١ ـ دالة ذات حد واحد $\varnothing(A)$ ، حيث ترمز $\varnothing$ الى الجزء الثابت او الدالة وترمز A الموضوعة بين قوسين الى الجزء المتغير او الحد •

٢ ـ دالة ذات حدين $\varnothing(A,B)$ ، حيث ترمز $\varnothing$ الى الجزء الثابت او الدالة بينما تشير A و B الموضوعة بين قوسين الى الاجزاء المتغيرة او الحدود • ومن الملاحظ هنا وضع A و B في الدالة له اهمية ، وهو الوضع الذي يجعل العلاقة بينهما بشكل معين •

٣ ـ وعندما يريد فريجه تأكيد الدالة ذات الحد الواحد او الحدين فانه يضيف رمز التأكيد ⊢ في مقدمتها مثال ذلك :ـ

$\vdash\varnothing(A)$ التي تعني : ان A لها الصفة $\varnothing$

$\vdash\varnothing(A,B)$ التي تعني : ان B $\varnothing$ مع A

(22) Frege, G., Funktion, Begriff, Bedeutung. P. 19—20.
(23) Die Grundgesetze der Arithmetik. P. 5.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

هذه امثلة بسيطة على الدالات ، ويمكن تحويلها الى قضايا في حالة اقران اشياء بالحدود ، وصفات او علاقات بالدالة ، وعندئذ تكون الصيغة او الدالة قضية تحتمل الصدق او الكذب • ولكن الى جانب هذه الدالات البسيطة توجد دالات اعلى منها مستوى ، وذلك بالنسبة للكلية والجزئية من القضايا مثلا • وسنناقش هنا الكلية فقط مرجئين بحث الجزئية فيما بعد •

الكلية دالة فيها ثابت منطقي يدل على الكل ، ويعبر عنه فريجه رمزيا باحداث فجوة في خط المحتوى • فاذا اردنا القول ان كل a هي X فاننا نعبر عن ذلك بالشكل الآتي :ـ

وترتبط هذه الصيغة بصيغ اخرى مكونة بذلك صيغا اكثر تعقيدا ، كما انها ممكن ان تكون منفية ، كما يمكن ان تظهر مع صيغ بسيطة واخرى مركبة • ولايضاح هذه الحقيقة نأخذ بعض الامثلة المهمة :ـ

١ ـ اذا كانت الكلية منفية ، فان النفي يمكن ان يسبق الفجوة ، او ان يكون بعدها بالشكل الآتي :ـ

مرکز تحقیقات کامپیوتری علوم اسلامی

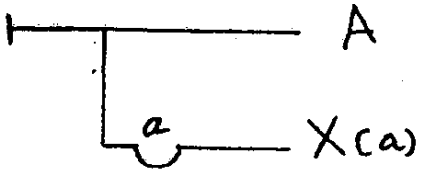
أ ـ

التي تعني : ان ليس كل a هي X

ب ـ

التي تعني : ان كل a هي ليست X

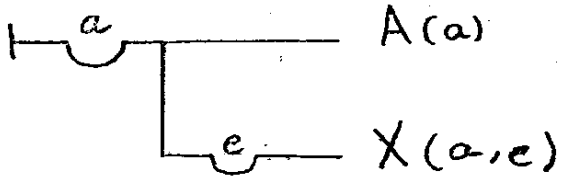
٢ ـ اذا كانت القضية الكلية مرتبطة بقضية بسيطة مثال ذلك :



التي تعني : كل a اذا a هي X فان A

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

٣ ـ اذا كانت الكلية مرتبطة بقضية كلية مثال ذلك :ـ



التي تعني : ان كل a وكل e اذا a, e هي X فان a هي A .

٤ ـ ويمكن ان ترتبط الكلية باكثر من قضيتين مكونة بذلك قضية مركبة . ولهذا الثابت المنطقي الدور المهم في منطق الدالات (دالات القضايا) ، كما انه الثابت الوحيد غير المعرف في هذا المنطق ، لان فريجه يعرف الجزئية او ثابت (واحد على الاقل) بواسطة النفي والكلية . وهذا معناه ان الكلية رمز غير معرف في منطق فريجه ، وان الجزئية ثابت او رمز يعرف في حدود الرموز غير المعرفة في منطق فريجه .

هـ ـ الذاتيـــة

ناقش فريجه الذاتية Inhaltsgleichheit في امكنة متعددة من بحوثه المنطقية . ففي بحثه الاول « اللغة الرمزية »[٢٤] ناقش هـذا المفهوم محددا دوره المنطقي ، ثم تناوله بالبحث في مقالته المشهورة « حول المعنى والدلالة »[٢٥] ، كما نجـد اهتمامه في هذا المفهوم المنطقي في تزايد في مقالات اخرى . ولكن المهم لدينـا هنا هو الكيفية التي فهم بها فريجه هذا المفهوم بصورة عامة . فبالنسبة له تعتبر الذاتية علاقة بين الاسماء وتختلف عن الالزام والنفي لكون الثانية (اعني الالزام والنفي) تتعلق بالمحتوى باعتبارها رموزا لمحتوى معين[٢٦] . ويمكن ان تـكون الذاتية بين اسمين متشابهين في المعنى والدلالة ، او بين اسمين متساويين في الدلالة فقط .

فبالنسبة للحالة الاولى تكون أ = أ

(24) Frege, G., Begriffsschrift. P. 13—15.
(25) Freg, G., Funktion, Begriff, Bedeutung [über Sinn Bedeutung] P. 38.
(26) Frege, G., Begriffsschrift. P. 13.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

اما بالنسبة للحالة الثانية فان الذاتية تكون على صيغة أ = ب

يختار فريجه الحالة الثانية لاعتبارات منطقية اهمها اننا نستطيع استخدام هذه الحالة الذاتية في البرهان والاشتقاق ، كما انها من دون شك تخبرنا عن شيئين مختلفين اسما ، متفقين في الدلالة • ويعبر فريجه باسلوبه المنطقي عن الذاتية بالصيغة الآتية $A \equiv B \vdash A$ حيث يشير الرمز $\vdash$ الى صدق الصيغة التي تليه ، وهي ان الاسم A هو B • وبعبارة ادق : ان دلالة B هي دلالة A

- ٢ -

الروابط المنطقية

يستعمل الانسان في حياته اليومية عند المحادثة مع الآخرين تعابير لغوية مختلفة ، وهذه التعابير لا يمكن ان تؤدي الغرض اذا بقيت متفرقة ومنفصلة لا يربط بينها رابط ، لذلك لابد من روابط تؤلف فيما بين التعابير وحدة فكرية ولغوية • فتقوم هذه الروابط بشد الجمل والقضايا مكونة بذلك تراكيب اكثر تعقيدا • وتتميز هذه الروابط اضافة الى عملها الوظيفي في اللغة انها تحدد معنى العبارة بشكل لها دلالة منطقية معينة • ولا يهمنا هنا ما تقوم به هذه الروابط من عمل لغوي ، لان ذلك من اختصاص علم اللغة ، لذلك سيكون البحث منصبا على تلك الروابط التي لها دلالات منطقية معينة • وهذا معناه : اننا سوف لا نتناول بالبحث جميع الروابط المعروفة في اللغة ، بل نهتم بجزء منها له علاقة بالدراسات المنطقية والرياضية • ولقد أدرك فريجه هذا الهدف ، فتناول الروابط المنطقية بالبحث محددا بذلك دلالاتها المنطقية ، لتكون قاعدة اساسية في لغته الرمزية ، باعتبارها تؤلف مع المفاهيم الاخرى الف باء اللغة المنطقية عنده • وبهذا العمل يكون فريجه قد انتقل من مستوى لغة التداول الى مستوى جديد بعد تحليله للروابط في اللغة ، هذا المستوى الذي ينقل الباحث من غموض اللغة الى لغة دقيقة تعتمد على الرمزية في التعبير • واذا كان دور الروابط في اللغة مهما الى الحد الذي تقوم به في تكوين وحدة فكرية ولغوية ، فان دور الروابط المنطقية لا يقل اهمية ، لانها تقوم بربط القضايا والصيغ المنطقية بشكل يخدم اغراض المنطق المتعددة •

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

أ ـ الافكار المعرفة وغير المعرفة

اذا كانت بعض الافكار المعينة هي الف باء النظام المنطقي ، والتي بواسطتها يتم البناء تبعا لقواعد منطقية معينـــة ، فان هذه الافكار اما ان تكون لا معرفات "Indefinables" او ان يكون بعضها معرف والآخر غير معرف • فاذا افترضنا وجود عدد معين من هذه الافكار واردنا تعريفها ، فاننا نضطر الى استعمال افكار في التعريف ، وهـــذه الافكار اما ان تكون قد عرفت سابقا او ان تكون غير قابلة للتعريف • فاذا كانت معرّفة ، فان ذلك معناه : ان هذه الافكار اســـتخدمت افكارا اخرى في التعريف لتحديد معناها • واذا واصلنا الدور ، فاننا سوف لا ننتهي الى نقطة نبدأ منها وسنبقى في سلسلة لا متناهية او في حلقة مفرغة • لذلك من الضروري ان يبدأ النظام المنطقي من افكار هي لا معرفات نحتاجها في تعريف افكار اخرى • وهنا يجب التمييز بين الافكار المنطقية على اساس كونها :

١ ـ افكار غير معرفة • ٢ ـ افكار معرفة •

وتختلف الانظمة المنطقية باختلاف هذه الافكار ، فليس ضروريا أن تكون الافكار غير المعرفة في النظام المنطقي (M) مثلا هي نفســـها في النظام المنطقي (N) ، وذلك لان لعالم المنطق الحق في اختيار الافكار غير المعرفة التي تناسب نظامه والتي توصله الى الاهداف التي ينشدها • فالافكار المعرفة في النظام (M) يمكن ان تكون افكارا غير معرفة في النظام (N) ، وكذلك الامر بالنسبة الى الافكار غير المعرفة في (M) والتي يمكن ان تكون معرفة في (N) • كل ذلك يتوقف على اختيار العالم المنطقي للافكار التي يريدها على اساس انها معرفات او غير معرفات • وفي هذه الحدود نحتاج الى التعريف لكي نخضع بعض الافكار الى افكار اخرى ، ولا يكون ذلك الا بتحديد شروط معينة لابد للتعريف من ان يستوفيها •

ولابد هنا من الاشارة الى حقيقة منطقية وفلســـــفية مهمة تتعلق بالافكار والتعريف • ولتوضيح هذه الحقيقة نضرب مثلا مناسبا من نظرية ارسطو المنطقية• فنظرية ارسطو مثلا تحتوي على افكار منطقية تحتاج الى تحديد مثل الحد والمقدمة والقياس والقضية وغيرها ، اضف الى ذلك ضرورة تحديد معاني الثوابت المنطقية

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

الاربعة وهي [O, I, E, A] ، الكلية الموجبة والكلية السالبة والجزئية الموجبة والجزئية السالبة • فالافكار الاولية غير الثوابت المنطقية تحتاج الى تعريف لتحديد معناها ودورها ، ويتميز هذا التعريف بكونه مجرد ايضاح للفكرة لا يختلف عن التعريف القاموسي • اما الثوابت المنطقية ، فبالامكان اختيار ثابتين منهما باعتبارهما أفكارا غير معرفة تعرف بواسطتها بقية الثوابت المنطقية مستخدمين لذلك النفي • وهذا التمييز يقودنا الى ضرورة التفريق بين التعريفـــات تبعا لطبيعتها وادوارها المنطقية ، ولايضاح ذلك نقسمها الى نوعين :ـ

١ ـ التعريفات التي تحدد دور الافكار ومعناها دون الالتزام بالشـــرط المنطقي في تعريف الافكار بمفاهيم او رموز معرفة او غير معرفة • ولا تدخل مثل هذه التعريفات في صلب النظام المنطقي ولا يكون لها دور في الاستدلالات(٢٧) •

٢ ـ التعريفات التي تحدد دور الافكار ومعناها مع الالتزام بالشـــرط المنطقي في تعريف الافكار برموز غير معرفة او بافكار سبق تعريفها • ويتميز هذا النوع من التعريفات انه يدخل كعنصر مهم في النظـام المنطقي والاستدلالات البرهانية •

وطريقة فريجه لا تختلف من حيث الجوهر عن هذه النظرية ، فهو يحدد لنا معنى القضية والصدق والكذب والدلالة والفكرة وبعض الرموز وغيرها دون ان يجعل لتعريفاتها دورا مباشرا في الاستدلال ، بينما هو يختار أفكارا أخرى من بين الروابط المنطقية متخذا اياها لا معرفات يعرف بواسطتها روابط منطقية أخرى• اختار فريجه من بين الروابط المنطقية النفي والالزام كافكار غير معرفة ، وقد عرف بواسطتها بقية الروابط المنطقية مثل البدل بنوعيه المتصل والمنفصل ، والعطف ورابطة « لكن » وغيرها ، وسنأتي على بحثها تفصيلا •

---

(٢٧) من الامثلة على هذه التعريفات تحديد معنى الرموز مثال قولنا « ان A ثابت منطقي يدل على الكلية الموجبة » وهذا النوع من التعريفات هو ما يسمى عادة بالتعريفات الفوقية Meta Definitions انظر كتابي « نظرية ارسطو المنطقية » ـ الفصل الرابع •

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

ب ـ النفي والالزام

يستخدم فريجه « النفي » في نظريته الرمزية المنطقية على هيئة خط عمودي صغير على خط المحتوى مثال ذلك ⊢A ، وللنفي خصائص منطقية مهمة ، فاذا كانت القضية A صادقة ، فان النفي يقلب قيمتها الى كاذبة ، اما اذا كانت A كاذبة ، فان النفي يقلبها قضية صادقة • ومن الضروري ان نميز هنا في لغة فريجه المنطقية بين رمزين مختلفين هما :ـ

⊢A ، و ⊢A ، حيث يشير الرمز الاول الى تصور هو ان A غير قائمة "Statt finde" ، دونما القول فيما اذا كان هذا التصور صادقا ام لا • اما في الرمز الثاني ، فان الحالة تختلف ، حيث يشير الرمز الى محتوى صادق •

ويربط فريجه في نظريته الرمزية النفي في عبارات معقدة ومختلفة ، وسنجد بعض هذه الاستخدامات بعد عرض بسيط لرابطة الشرطية او الالزام •

اذا افترضنا قضيتان هما A و B في حالة الشرطية او الالزام ، فان علينا ان نميز اولا في تحديد خصائص الالزام اربعة احتمالات ، حيث يتحدد معنى الالزام تبعا لهما ؟ وهذا الجدول هو :ـ

اذا كانت كل من A و B صادقة

اذا كانت A صادقة و B كاذبة

اذا كانت A كاذبة و B صادقة

اذا كانت كل من A و B كاذبة

ويعبر فريجه عن الالزام بالصيغة الآتية :ـ

وتقرأ : اذا كانت B فان A • او بتعبير آخر : ان B يلزم عنهـا A • ويحدد فريجه الخصيصة المنطقية للالزام بقوله : ان الاحتمال الثالث

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

من الأحتمالات الاربعة غير ممكن [غير قائم][٢٨] • وبتعبير آخر : انه لا يمكن ان تكون القضية A كاذبة اذا كانت B صادقة • اما الحالات الاخرى فانها ممكنة وهي :ـ

اذا كانت القضية B صادقة فان A صادقة

اذا كانت القضية B كاذبة فان A صادقة

اذا كانت القضية B كاذبة فان A كاذبة •

ولاجل توضيح الشرطية بالنسبة للاحتمالات الثلاثة القائمة نأخذ بعض الامثلة :ـ

١ ـ اذا كانت A صادقة فان القضية B تكون اما صادقة او كاذبة

اذا كانت « ٢ × ٣ = ٦ » فان « ٦ ÷ ٢ = ٣ » B صادقة و A صادقة] •

اذا كانت « ـ ٢ = ٢ » فان « (ـ ٢)^{٢} = (٢)^{٢} » [B كاذبة و A صادقة] •

٢ ـ اذا كانت B كاذبة فان القضية A تكون اما صادقة او كاذبة •

ولما كان احد هذين الاحتمالين موجودا في الفقرة الاولى ، وهو عندما تكون القضية B كاذبة و A صادقة ، فان واجبنا الآن تقديم مثل على الاحتمال الآخر وهو ، عندما تكون القضية B كاذبة والقضية A كاذبة كذلك •

اذا كان « سقراط بطلا مسيحيا » فانه « فارس من العصر الوسيط » • ويربط فريجه النفي بالالزام حاصلا بذلك على رموز ذات دلالات أو قيم صدق جديدة • ولهذا الربط اهمية كبيرة في تعريف الروابط المنطقية الاخرى • لذلك ننتقل الآن الى تعريف هذه الروابط بواسطة النفي والالزام •

جـ ـ البدل المتصل والمنفصل

يميز فريجه بين نوعين من البدل اصطلحنا على تسميتهما بالبدل المتصل والبدل

(28) Frege, G., Begriffsschrift. P. 5.

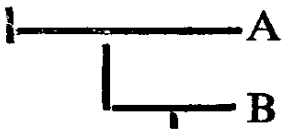
PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

المنفصل ، وقد استخدم لأجل تحديدها النفي والالزام فقط • كما اقترح طريقة لهذا التحديد مبنية على جدول القيم والاحتمالات الاربعة التي سبق وان ذكرناها • فالصيغة الآتية :ـ

تبين ان القضية B منفية يلزم عنها القضية A • ولاجل تحديد معنى هذه الصيغة نقول : ان الحالة التي تكون فيها القضية A كاذبة ونفي القضية B الموجبة غير واجبة » وبتعبير آخر ان A ، B لا يمكن ان تكونان كاذبتين معا »[٢٩] • وعلى هذا الاساس تبقى لدينا ثلاث حالات تكون الصيغة فيها واجبة وهي :ـ

في حالة كون القضية A موجبة (صادقة) والقضية B صادقة
في حالة كون القضية A صادقة والقضية B كاذبة
في حالة كون القضية A كاذبة والقضية B كاذبة

هذا النوع من البدل هو ما نطلق عليه اسم « البدل المتصل » وذلك لاحتمال اجتماع الصدق في القضية A والقضية B معا • وتستخدم الكلمة " oder " بالالمانية او بالانكليزية كلمة " or " للتعبير عن هذه الحالة • وعلى هذا الاساس يحدد فريجه البدل المتصل بالصيغة الرمزية السابقة التي استخدم فيها النفي والالزام • ويمكننا الآن وضع هذا التحديد بالطريقة الرمزية المتداولة في كتب المنطق الحديثة وهي :ـ

ان الصيغة  تعني ان القضية B مسبوقة بالنفي

ويلزم عن القضية ذات النفي القضية الموجبة A ، وبالتعبير الرمزي الحديث تكون هذه الصيغة بالشكل الآتي ¬B←A ¬ ، حيث يشير الرمز ¬ الى النفي ويشير السهم (←) الى الالزام • واذا اردنا اختيار رمز للبدل

(29) Ibid., P. 11.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

المتصل ، فان الصيغة السابقة تكون تعريفا له كما هو معروف في كتب المنطق ، فنحصل على الصيغة المنطقية الآتية : $A \leftarrow B \quad ١ = B \vee A$

اما بالنسبة للبدل المنفصل فان فريجه اختار صيغة اخرى للتعبير عنه وهي :ـ

ويمكن قراءتها بالشكل الآتي :ـ ان هذه القضية غير واجبة في حالة كون القضية B صادقة ونفي القضية A المنفية ، وبتعبير آخر : ان حالة كون القضية A موجبة والقضية B موجبة غير قائمة • او بكلمة ثالثة : « ان القضية A و B تطرح احداهما الاخرى »[٣٠] • ولتوضيح هذا القول يجدر بنا الاستعانة بجدول القيم لمعرفة الحالة الواردة في هذا التحديد • وفي حالتنا هذه يبقى لدينا :ـ

حالة كون القضية A صادقة والقضية B كاذبة
حالة كون القضية A كاذبة والقضية B صادقة
حالة كون القضية A كاذبة والقضية B كاذبة •

من هذا يتضح ان حالة كون القضية صادقة والقضية B صادقة غير ممكن • لهذا السبب اصطلحنا على تسمية هذا البدل بالبدل المنفصل • واذا اردنا الدقة اكثر في مقارنة جدول القيم لهذا النوع من البدل باحد جداول القيم لروابط منطقية معروفة في المنطق المعاصر ، فاننا نجد تشابها بينه وبين جدول القيم لخط شيفر[٣١] • ويمكن ملاحظة ذلك بالشكل الآتي :ـ

A	B	B|A
صادقة	صادقة	كاذبة
صادقة	كاذبة	صادقة
كاذبة	صادقة	صادقة
كاذبة	كاذبة	صادقة

(30) Ibid., 16.
(31) Hermes, H., Einführung in die mathematische Logik. P. 25

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

ويمكن وضع صيغة فريجه للبدل المنفصل بالطريقة الرمزية الحديثة وهي :ـ

$$A \neg \leftarrow B$$

ويمكننا ربط هذه الصيغة بخط شيفر بالوضع الآتي[٣٢] :ـ

$$A \neg \leftarrow B = B \mid A$$

واخيرا يمكننا تقديم رابطة اخرى تدل على البدل تختلف عن البدل المتصل والبدل المنفصل • ولكن لما كانت هذه الرابطة بحاجة الى تعريف العطف ، لذلك سنقوم بتعريفها بعد تعريف رابطة العطف •

د ـ العطف والانعطاف

يتبع فريجه الطريقة نفسها في التعبير عن رابطة العطف مستخدما لذلك طريقته الرمزية ، ويعبر عن رابطة العطف بالصيغة الآتية :ـ

فاذا كانت القضية B مرتبطة برابطة العطف مع A ، فان الصيغة الآنفة الذكر هي تحديد لها ، ويمكن قراءتها بالشكل الآتي :ـ القضية A والقضية B صادقتان[٣٣] • وهذا معناه ان هذه الصيغة تستبعد من الاحتمالات الاربعة الاحتمال الثاني والثالث والرابع ولا يبقى غير الاحتمال الاول قائم • وبعبارة ثانية : ان هذه الصيغة تكون صادقة في حالة واحدة هي اذا صدقت كل من A و B معا ، وكاذبة في جميع الحالات الاخرى • ويمكننا وضع هذا التحديد للعطف بالطريقة المنطقية الحديثة باستعمال رموز للنفي والالزام بالشكل الآتي :ـ

$$(A \neg \leftarrow B) \neg$$

---

(٣٢) اختار شيفر طريقة جديدة لتعريف الروابط المنطقية خلافا للطرق المعروفة ، فقد اختار رمزا واحدا لتعريف جميع الروابط ومنها النفي كذلك ، بينما نجد فريجه اختار رمزين لتحديد بقية الروابط ، واختار رسل النفي والبدل لتعريف الروابط المنطقية •

(33) Frege, G., Begiffsschrift. P. 12.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

وفي الحقيقة ان هذه الصيغة مساوية او تعريفا للعطف كما هو معروف في كتب المنطق ، وعلى هذا الاساس يمكننا التعبير عن هذه الحقيقة المنطقية بالشكل الآتي :ـ

$$\neg (A \longleftarrow B) \neg = B \wedge A$$

حيث يشير الرمز ٨ الى العطف •

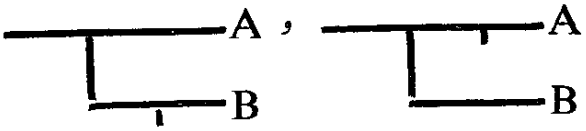
ويعرف فريجه رابطة اخرى مستعينا بالصيغة التي استخدمها في تحديد البدل المتصل والبدل المنفصل • ففي الحالة الاولى (حالة البدل المتصل) لدينا الصيغة الآتية :ـ

وفي الحالة الثانية (حالة البدل المنفصل) لدينا الصيغة الآتية :ـ

فبالنسبة للاولى نجد ان الاحتمال الرابع من الاحتمالات الاربعة غير قائم : وهو عندما تكون القضية A ، B كاذبتان معا • اما بالنسبة للحالة الثانية فان الاحتمال الاول غير قائم ، وهو عندما تكون القضية A ، B صادقتان • وعلى هذا الاساس تحدد هذه الرابطة بالشكل الآتي :ـ

اذا اصطلحنا على تسمية هذا النوع من البدل « بالبدل المطلق » والذي يعبر عنه بالالمانية entweder—oder (٣٤) وبالانكليزية "neither — nor" ورمزنا له بما نرمز للبدل المتصل مع اضافة نقطة فوقه ، فان التحديد يكون :ـ

$B \dot{\vee} A$ تعني



وبهذه الطريقة يكون فريجه قد استخدم العطف في تعريف البدل المطلق ، ويمكننا التعبير عن الصيغة المنطقية لتعريف البدل المطلق بالطريقة الرمزية الآتية :ـ

$$(A \longleftarrow B \neg) \wedge (A \neg \longleftarrow B)$$

(34) Ibid., P. 11

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

وباستخدام رمز البدل المطلق والمساواة في التعبير عن الحد المعرف والحد المعرف تكون الصيغة بالشكل الآتي :ـ

$$(A \leftarrow\!\!\!\!\!\!- B \quad \neg\ ) \wedge (A \neg \leftarrow\!\!\!\!\!\!- B) = B \vee A$$

وبناءً على ما تقدم ذكره من تحليل يكون البدل المطلق صادقا في حالتين هما :ـ

عندما تكون القضية B والقضية A مختلفتان من حيث القيمة ، وذلك في حالة كون A صادقة و B كاذبة وبالعكس ، اي في حالة A كاذبة و B صادقة ، اما في الحالات الاخرى فتكون الصيغة كاذبة .

ومن الضروري ان نذكر هنا الى ان فريجه لم يستخدم رموزا خاصة بالبدل المتصل والمنفصل والمطلق والعطف ، بل اكتفى بالتعبير عن معانيها بالنفي والالزام مستخدما طريقته الرمزية ، اما الصيغ التي وضعناها على هيئة مساواة او تعريف ، فانها تعابير منطقية على ضوء المنطق الحديث ورموزه الرياضية المعروفة .

ومن الروابط التي يذكرها فريجه كذلك رابطة الانعطاف (aber) أو (but) . وهذه الرابطة وان كانت تشبه رابطة العطف في استعمالاتها اللغوية الا اننا يجب ن نلاحظ استعمالاتها الاخرى . فالشخص يستعمل رابطة الانعطاف عندما يريد تغيير وجهته ، وذلك اذا كانت A كاذبة فان B صادقة . ويعبر فريجه عن هذه الحالة بالشكل الآتي :ـ

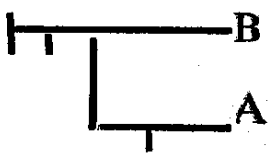
التي يمكن ترجمتها : ان B ونفي A حالة قائمة . ويستبعد في هذه الصيغة من الحالات الاربعة جميع الاحتمالات ما عدا الاحتمال الثالث وهو عندما تكون A كاذبة و B صادقة .

ويضيف فريجه الى هذه الروابط رابطة مهمة أخرى هي « التنافي »

(35) Ibid., P. 13.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

(Weder-noch) أو (Neither - nor) ، ويعبر فريجه عنها بالصيغة الآتية :ـ

(36) 

التي يمكن ترجمتها : ان كون A و B منفيتان حالة قائمة • وبعبارة أخرى ان هذه الرابطة تستبعد جميع الاحتمالات ما عدا الاحتمال الاخير وهو كون القضية A والقضية B كاذبة معا •

هـ ـ تطبيقات منطقية : المربع المنطقي

لقد اتضح الآن بعد مناقشة المفاهيم المنطقية والروابط ان لغة فريجه الرمزية تتألف من عدد ثابت من الافكار الاولية التي بواسطتها نستطيع التعبير عن الحقائق المنطقية ، اضف الى ذلك ان طريقته الرمزية قادرة كذلك في التعبير عن شتى الصور المنطقية • ولاجل بيان دور هذه الافكار والروابط في التعبير نتخذ من المربع المنطقي عند ارسطو اساسا منطقيا ، وذلك لمعرفة قابلية الطريقة الرمزية لفريجه على صياغته • ولقد تناول فريجه المربع المنطقي في كتابه « اللغة الرمزية »[٣٧] ، لبيان قدرة طريقته الرمزية في التعبير عن قضايا فيها الكلية والنفي • وفي هذا المربع تتضح حقائق منطقية مهمة هي :ـ

(١) ان القضية الكلية الموجبة تستلزم الالزام والكلية •
(٢) ان القضية الكلية السالبة تستلزم الالزام والنفي والكلية •
(٣) ان القضية الجزئية الموجبة تستلزم الالزام والنفي والكلية •
(٤) ان القضية الجزئية السالبة تستلزم الالزام والنفي والكلية •

وهذه الحقائق تبين انه بالامكان تعريف الجزئية السالبة والموجبة بواسطة النفي والكلية باعتبارهما من المفاهيم غير المعرفة • وبعبارة ادق نجد ان فريجه لا يستحدث رمزا للجزئية ، بل يكتفي بالتعبير عنها بواسطة النفي والكلية •

(36) Ibid., P., 13.
(37) Frege, G., Begriffsschrift. P. 24.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

من المعروف ان نظرية ارسطو في المربع المنطقي[٣٨] تتألف من اربع قضايا اساسية تتصل فيما بينها بعلاقات وروابط ، وهذه القضايا هي :ـ

(١) الكلية الموجبة ويعبر عنها بالرمز أ A ب

(٢) الكلية السالبة ويعبر عنها بالرمز أ E ب

(٣) الجزئية الموجبة ويعبر عنها بالرمز أ I ب

(٤) الجزئية السالبة ويعبر عنها بالرمز أ O ب

ولكي يكون الامر اكثر وضوحا نسوق بعض الامثلة على هذه القضايا :ـ

أ A ب : كل عراقي اسيوي

أ E ب : لا واحد من العراقيين افريقي [كل العراقيين ليسو افريقيين]

أ I ب : بعض العراقيين اكرادا •

أ O ب : بعض العراقيين ليسوا عربا

ان هذه القضايا تبعا لمنطق ارسطو تتألف من ثابت منطقي ومن موضوع ومحمول ، اما بالنسبة لمنطق فريجه فاننا سننظر الى القضايا الاربعة الآنفة الذكر من زاوية اخرى تظهر فيها الحدود فئات "Classes" فالكلمة « عراقي » هي صفة تحمل على عدد من الافراد ، كما ان الكلمة « اسيوي » تعبر عن صفة ينضوي تحتها عدد كبير من الافراد • وعلى هذا الاساس تتحول هذه القضايا على النحو الآتي :ـ

١ ـ كل عراقي آسيوي ـ كل a اذا كان a عراقي فان a آسيوي

واذا رمزنا الى الصفة عراقي بالرمز X والى الصفة آسيوي P نكون قد حصلنا على الصيغة الآتية :ـ

كل a اذا Xa فان Pa

٢ ـ لاواحد من العراقيين افريقي [كل عراقي ليس افريقي] = كل a اذا كان a عراقي فان a ليس افريقي • او بتعبير ادق ، كل a

(٣٨) ياسين خليل ، نظرية ارسطو المنطقية ـ الفصل الخامس •

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

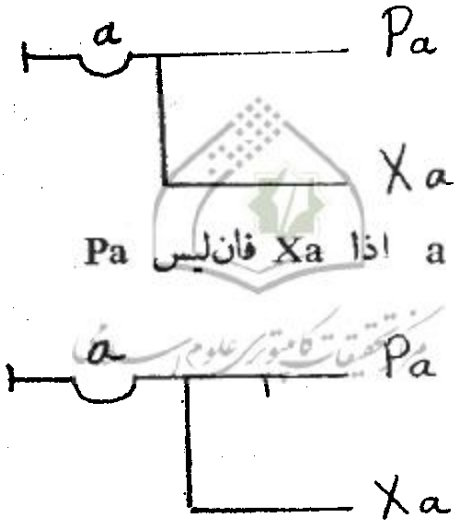
اذا Xa فان ليس Pa

٣ ـ بعض العراقيين اكراد = بعض a اذا كان a عراقيين فان a اكراد . وبتعبير آخر : بعض a اذا Xa فان Pa

٤ ـ بعض العراقيين ليسوا عرب = بعض a اذا كان a عراقيين فان a ليسوا عرب او بتعبير ثان : بعض a اذا Xa فان ليس Pa .

وباستخدام النفي والالزام والكلية وطريقة فريجه الرمزية تتحول هذه الصيغ الاخيرة على النحو الآتي :ـ

كل a اذا Xa فان Pa



كل a اذا Xa فانليس Pa

اما بالنسبة للقضايا الجزئية فنحن نعرف ان فريجه لم يستخدم للجزئية رمز معين ، لانه استعاض عنها بالكلية والنفي ، ولاجل ايضاح ذلك نستخدم اولا تعريف الجزئية تبعا لنظرية ارسطو المنطقية :

فاذا رمزنا للكية بالرمز (x) وتعنى كل x وللجزئية (∃x) وللحمول بالرمز H ، فان الجزئية الموجبة تعرف بواسطة النفي والكلية بالطريقة الآتية :ـ

$$(\exists x)\, Hx = \neg\, [(x) \neg\, Hx]$$

$$(\exists x) \neg\, Hx = \neg [(x)\, Hx]$$

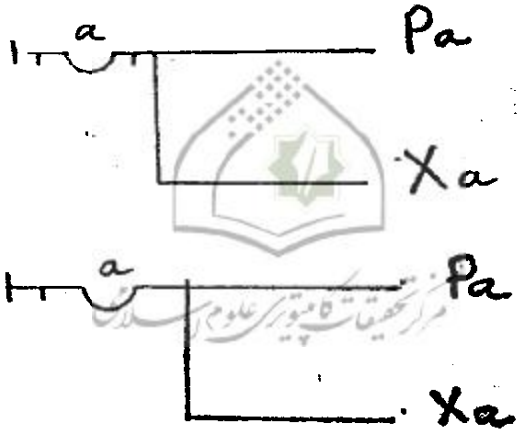
PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

ولتوضيح هذه الحقائق المنطقية نستعين بالامثلة اللغوية :ـ

١ ـ بعض العرب افارقة (جزئية موجبة) = ليس [كل العرب ليسوا افارقة]
واذا نظرنا الى الحد الثاني فاننا نجد فيه النفي الاول ثم النفي الثاني داخل القوس ، ومن المعروف ان نفي الكلية يساوي جزئية ، فنحصل أولا على « بعض العرب » ، ومن نفي النفي الثاني الذي يتحول الى ايجاب نحصل على « افارقة » ، فيكون لدينا « بعض العرب افارقة » وهذا هو الحد الاول .

٢ ـ بعض العرب ليسوا افارقة (جزئية سالبة) = ليس [كل العرب افارقة]
واذا رفعنا القوس تكون لدينا القضية بعض العرب ليسوا أفارقة وهي الحد الاول وذلك لان نفي الكلية يساوي جزئية وان النفي واقع كذلك على الافارقة .

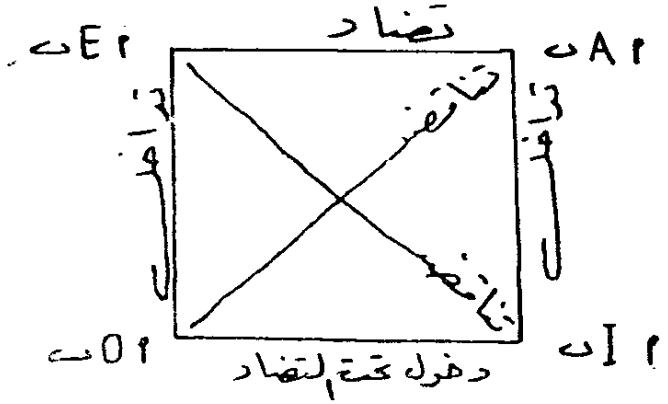
وباستخدام طريقة فريجه المنطقية تتحول هذه القضايا بالشكل الآتي :ـ



الجزئية الموجبة

الجزئية السالبة

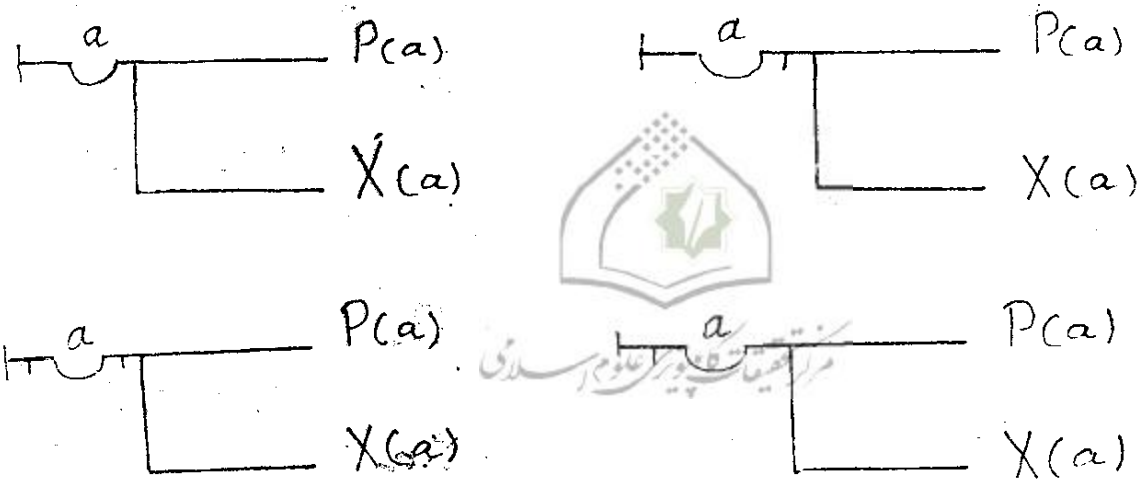
واذا كان المربع المنطقي لارسطو يجمع القضايا الاربع في علاقات معينة على النحو الآتي ، فان مربع فريجه لا يختلف عنه اللهم الا من حيث شكل الصيغ المنطقية :



PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

حيث يكون بين الكلية الموجبة والسالبة **علاقة تضاد** ، بينما تكون علاقة التناقض بين الكلية الموجبة والجزئية السالبة ، **وبين الكلية السالبة** والجزئية الموجبة وتكون علاقة التداخل بين الكلية الموجبة والجزئية **الموجبة** ، وبين الكلية السالبة والجزئية السالبة • اما علاقة الدخول تحت التضاد **فتكون** بين الجزئية الموجبة والجزئية السالبة •

تبقى هذه العلاقات قائمة على حالها في المربع **المنطقي** لفريجه مع تغير في شكل القضايا الاربعة ، حيث استعان فريجه بطريقته **الرمزية في** التعبير عنها بطريقة جديدة • وبناء على ذلك يكون المربع المنطقي لفريجه **بالشكل الآتي** :ـ



PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com